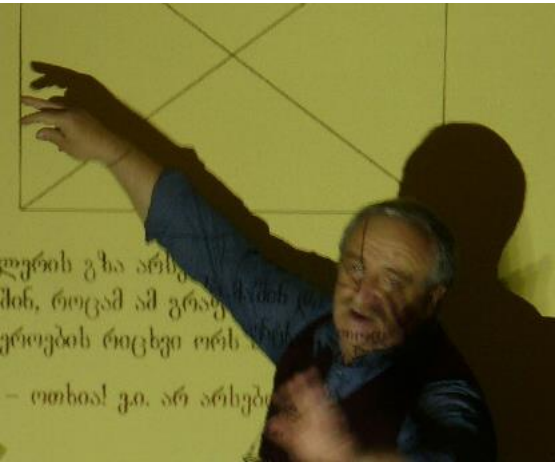


თორნიკე ქადეიშვილი

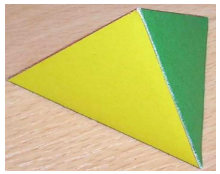
თსუ ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი

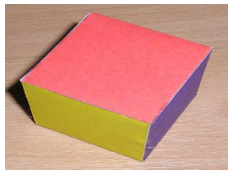
ISET

ტოპოლოგია

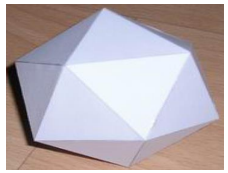
ჩემი დარგი

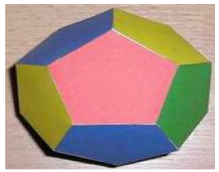
პლატონის სხეულები


ტეტრაედრი

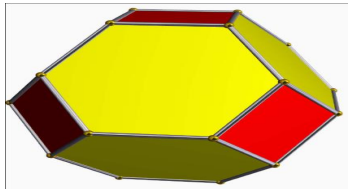

კუბი


ოქტაედრი


იკოსაედრი

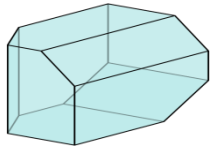

დოდეკაედრი

ნახევრადწესიერები


პერმუტოედრი



ადიდასის ბურთი

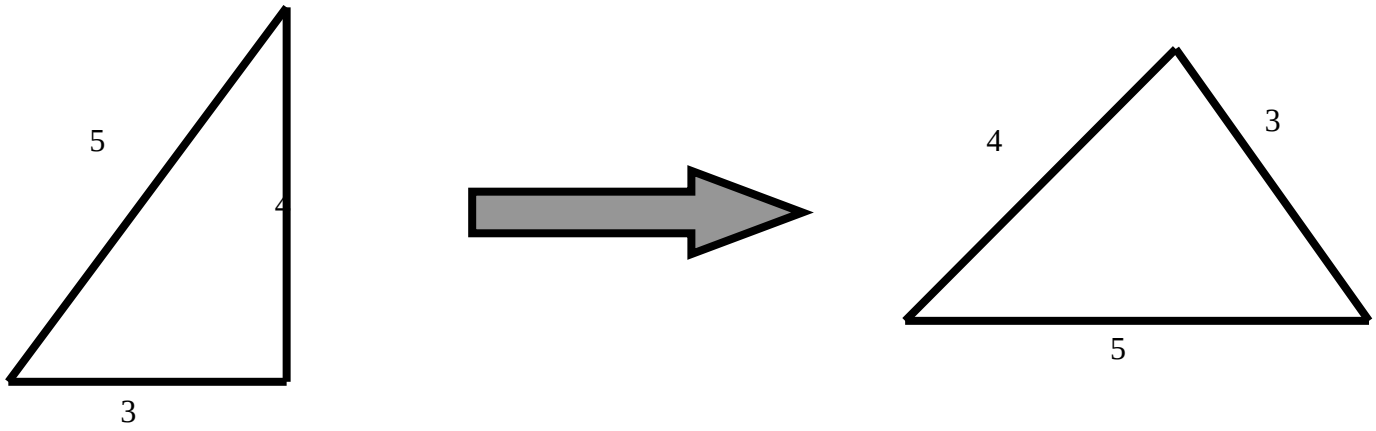

ასოციაედრი

გეომეტრია სწავლობს ფიგურათა გეომეტრიულ თვისებებს

გეომეტრია სწავლობს ფიგურათა გეომეტრიულ თვისებებს -

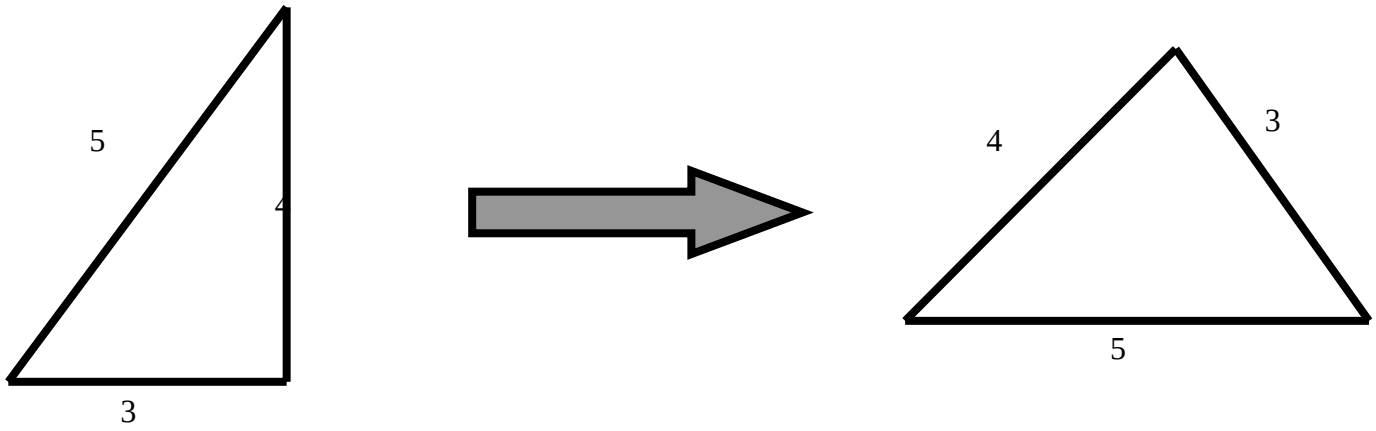
თვისებებს, რომლებიც ინვარიანტულნი არიან გადაადგილებების მიმართ

გადადგილება



რა თვისებებია ინვარიანტული გადაადგილებების მიმართ?

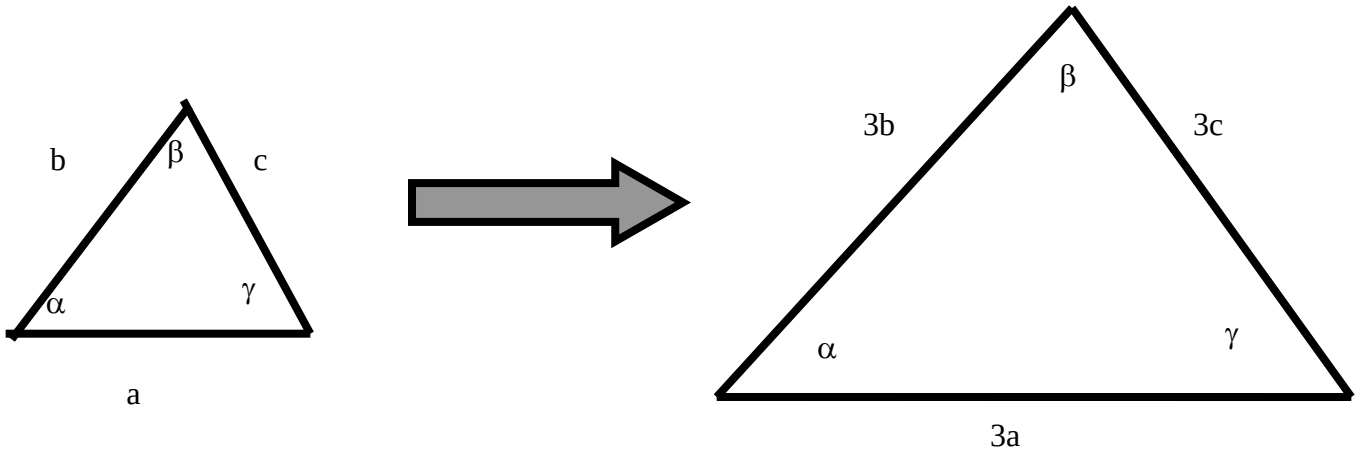
გადადგილება



რა თვისებებია ინვარიანტული გადაადგილებების მიმართ?

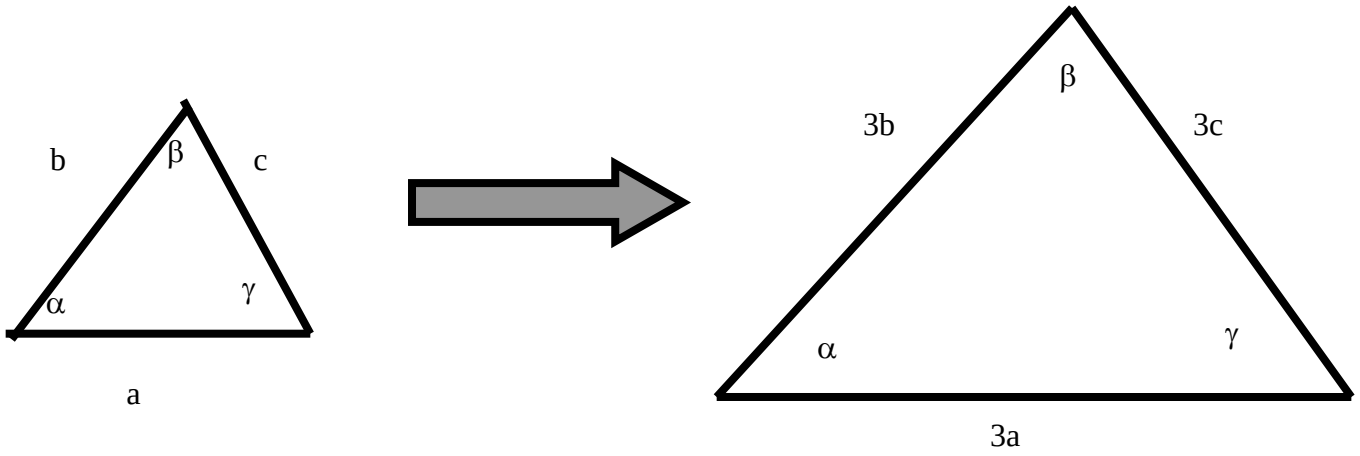
გვერდების სიგრძეები, პერიმეტრი, ფართობი, კუთხეები, . . .

ჰომოთეტია



რა თვისებებია ინვარიანტული მსგავსების მიმართ?

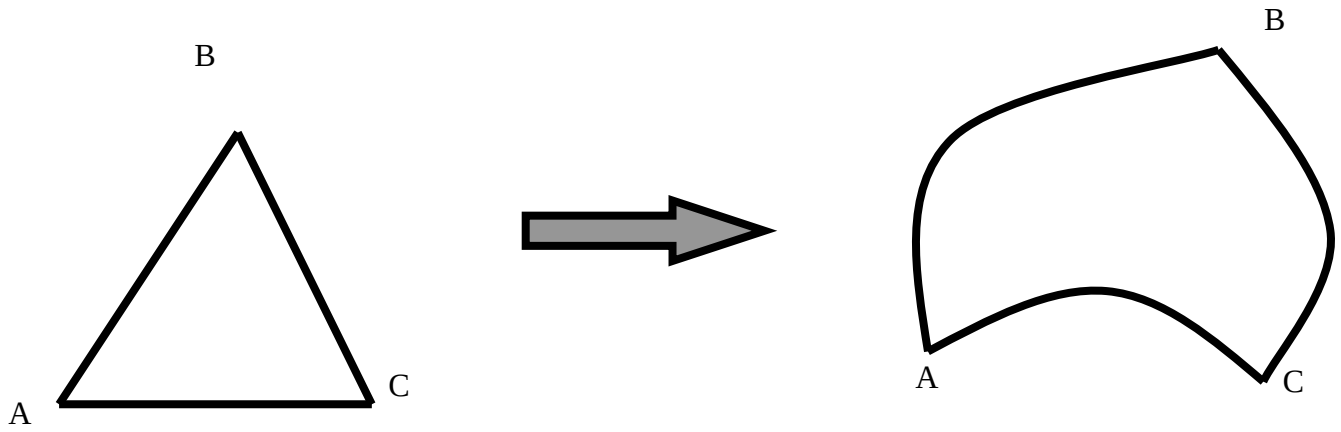
ჰომოთეტია



რა თვისებებია ინვარიანტული მსგავსების მიმართ?

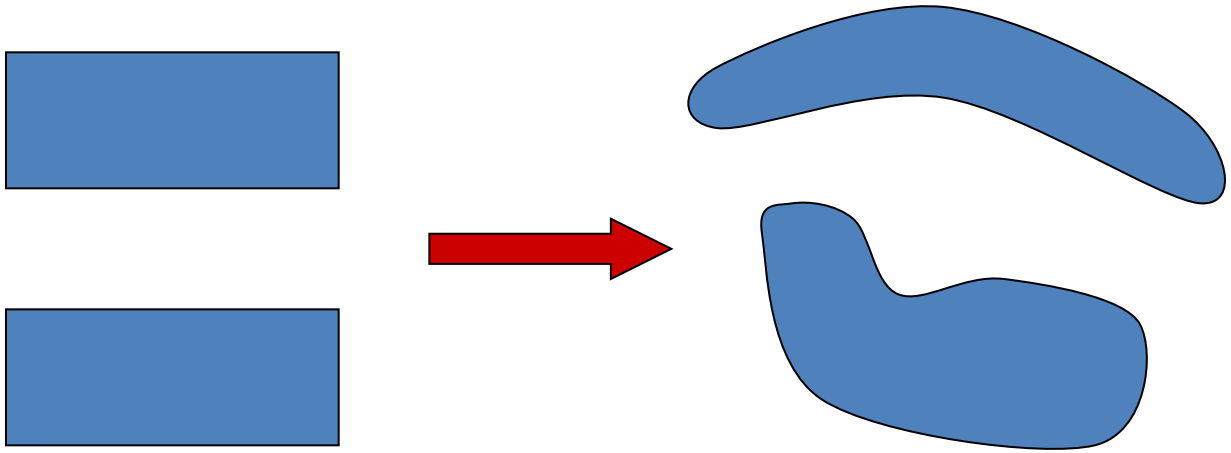
კუთხეები, ...

ტოპოლოგიური გარდაქმნა – უწყვეტი დეფორმაცია

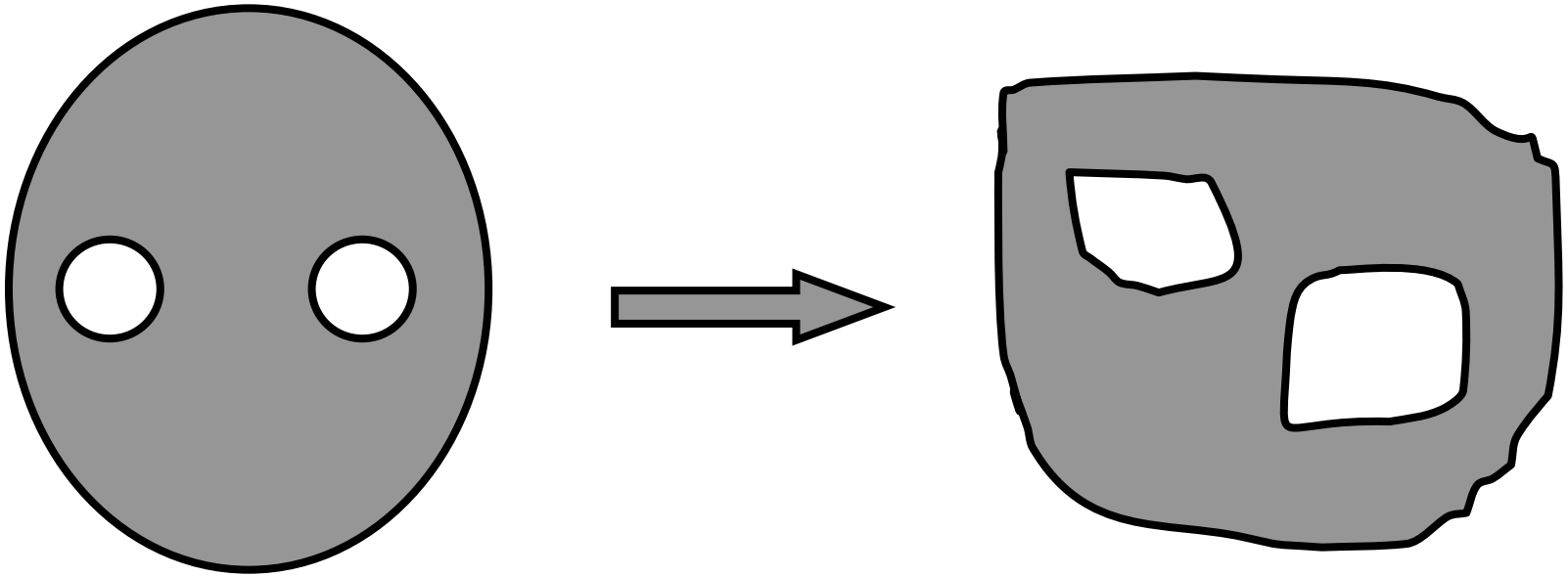


არის კი ინვარიანტული თვისებები?

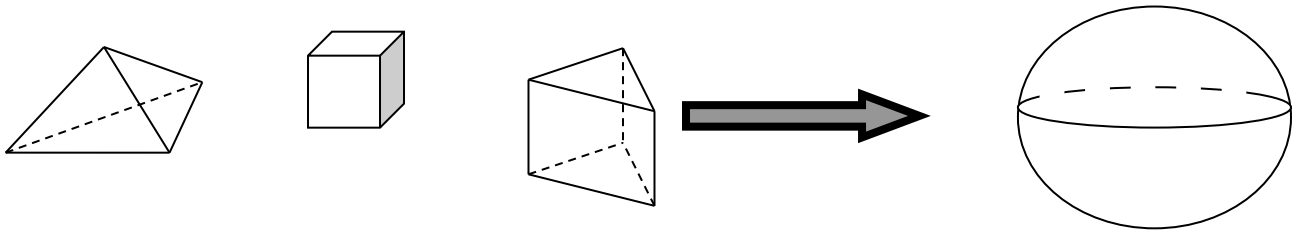
ტოპოლოგიური თვისება – ბმულობის კომპონენტთა რაოდენობა



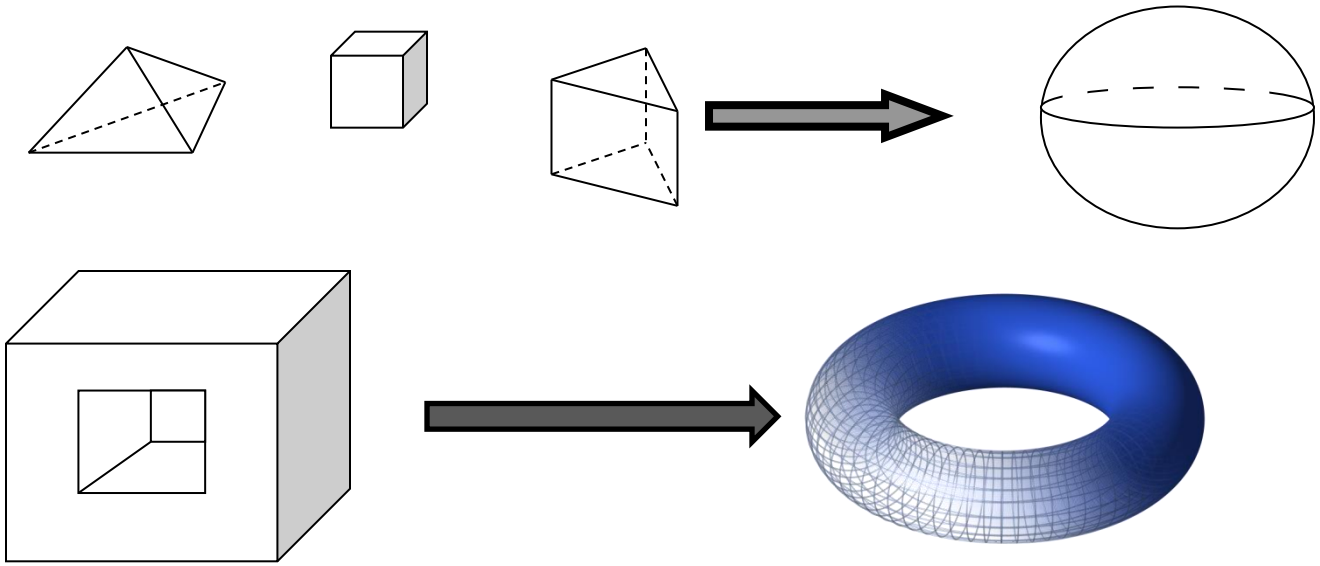
ტოპოლოგიური თვისება - ხვრელების რაოდენობა



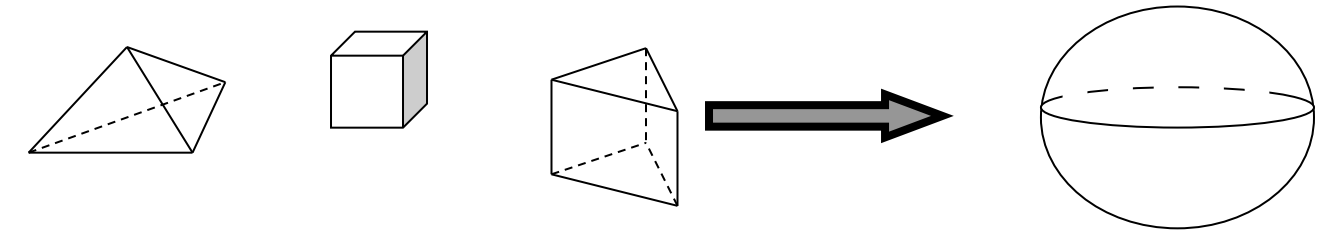
ტოპოლოგიური თვისება – ღრუების რაოდენობა

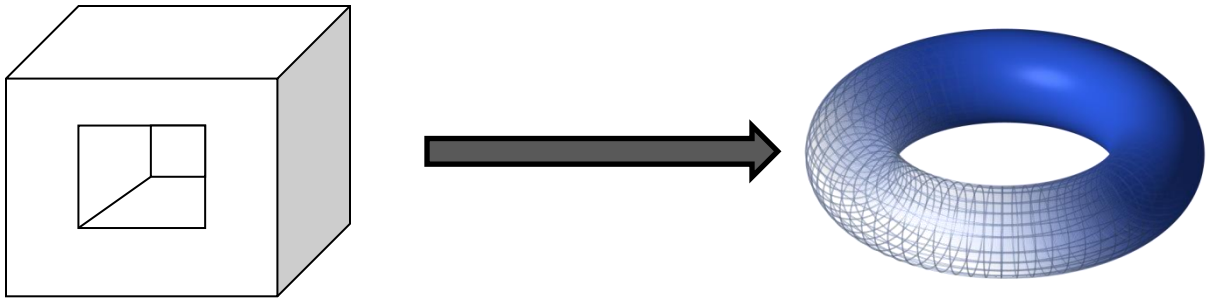


ტოპოლოგიური თვისება – ღრუების რაოდენობა და ტიპი



ტოპოლოგიური თვისება – ღრუების რაოდენობა და ტიპი

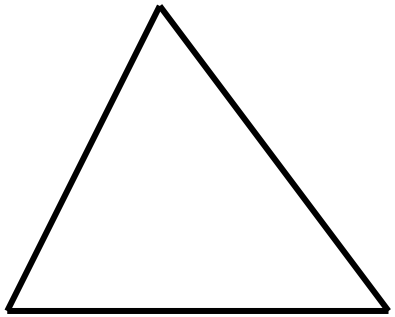


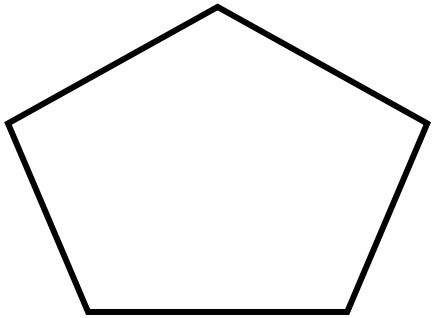
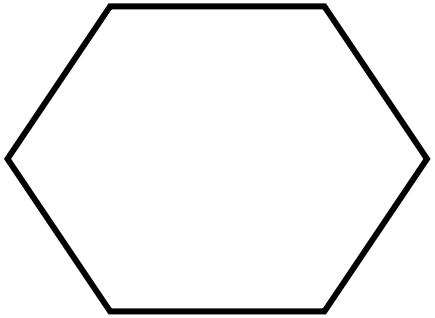
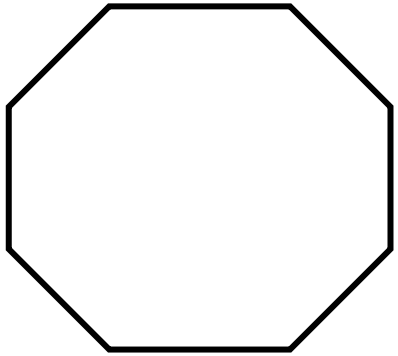




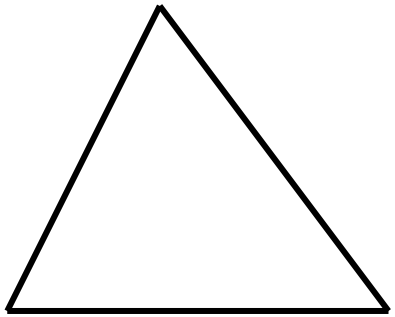
ეილერის მახასიათებელი

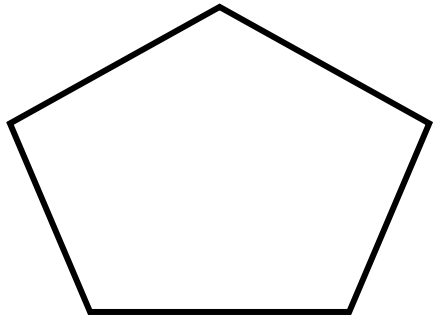
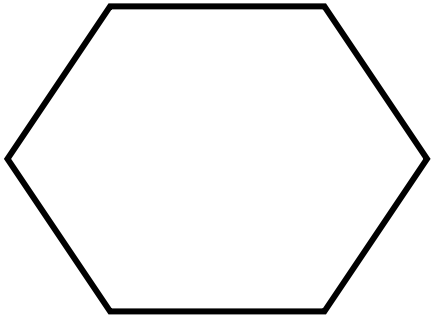
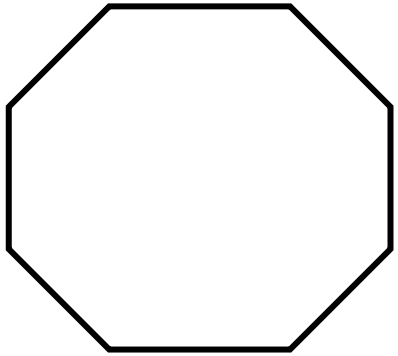
შეკრულ მარტივ (თვითთანაკვეთების გარეშე) მრავალკუთხედთათვის დამოკიდებულება წვეროებსა და წიბოებს შორის მარტივია:



წვეროთა რიცხვი = წიბოთა რიცხვი

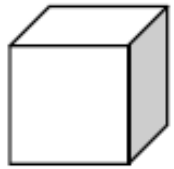
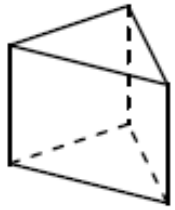
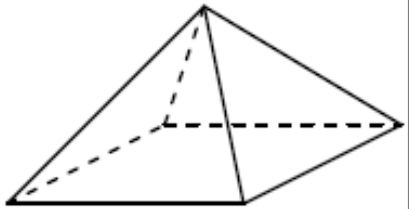


e = წვეროთა რიცხვი - წიბოთა რიცხვი = 0

ეილერის მახასიათებელი = 0

როგორია თანაფარდობა სამგანზომილებიანი სხეულების, მრავაწახნაგების კომპონენტებს – წვეროებს, წიბოებს და წახნაგებს – შორის?

მრავაწახნაგა		წვეროები	წიბოები	წახნაგები	e
სამკუთხა პირამიდა (ტეტრაედრი)		4	6	4	
კუბი		8	12	6	
სამკუთხა პრიზმა		6	9	5	
ოთხკუთხა პირამიდა		5	8	5	

ამჩნევთ რაიმე კანონზომიერებას?

ამჩნევთ რაიმე კანონზომიერებას?

ძნელი შესამჩნევია, რომ

(წვეროები) − (წიბოები) + (წახნაგები) = 2

ამჩნევთ რაიმე კანონზომიერებას?
ძნელი შესამჩნევია, რომ

e = (წვეროები) – (წიბოები) + (წახნაგები) = 2

ეს არის ეილერ - პუანკარეს მახასიათებელი -

$$\mathbf{e = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots}$$

სამი განზომილების შემთხვევაში.

ეილერის მახასიათებელი

e = (# წვეროები) – (# წიბოები) + (# წახნაგები) = 2.

ინგლისურად წვეროა Vertex, წიბო Edge, წახნაგი Face, ანუ

$$e = V - E + F$$

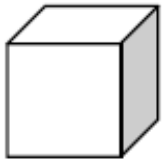
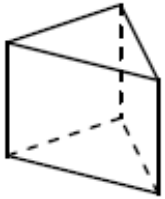
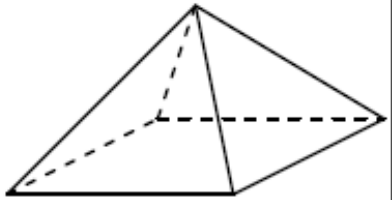
ეილერის მახასიათებელი

e = (# წვეროები) – (# წიბოები) + (# წახნაგები) = 2.

ინგლისურად წვეროა Vertex, წიბო Edge, წახნაგი Face, ანუ

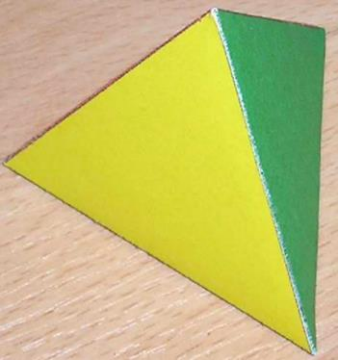
$$e = V - E + F$$

ქართულად გამოვიდის $e = \text{წ} - \text{წ} + \text{წ}$

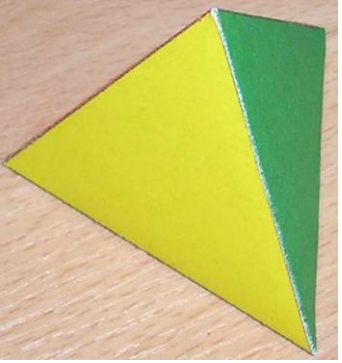
მრავაწახნაგა		წვეროები	წიბოები	წახნაგები	e
სამკუთხა პირამიდა (ტეტრაედრი)		4	6	4	2
კუბი		8	12	6	2
სამკუთხა პრიზმა		6	9	5	2
ოთხკუთხა პირამიდა		5	8	5	2

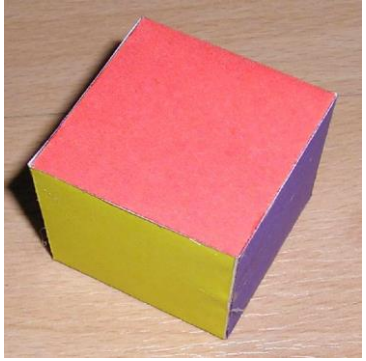
ეილერის თეორემა. შეკრული მარტივი მრავაწახნაგას ეილერის მახასიათებელი 2-ის ტოლია.

ამ თეორემის შედეგია, რომ არსებობს მხოლოდ 5 წესიერი მრავალწახნაგა (ე.წ. პლატონის სხეულები)

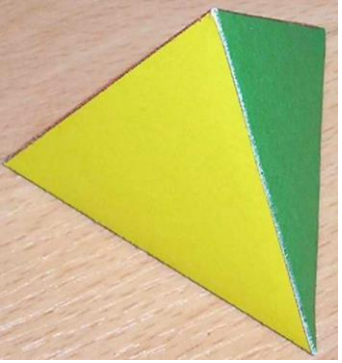


ტეტრაედრი

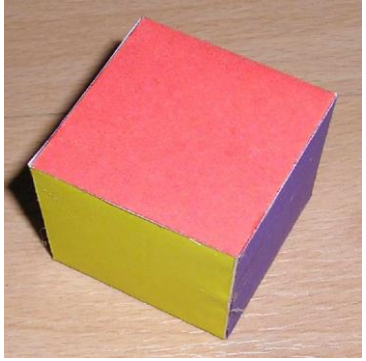




ტეტრაედრი კუბი



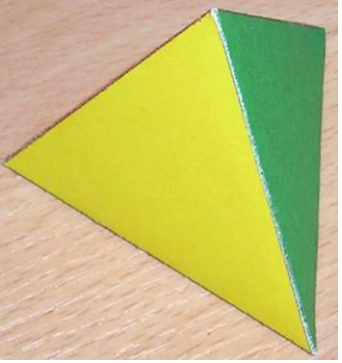
ტეტრაედრი



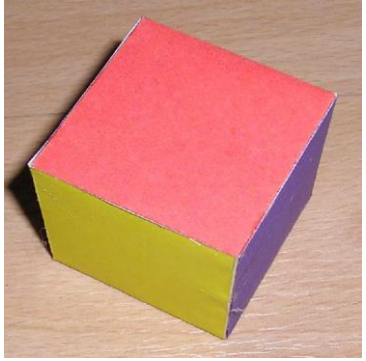
კუბი



ოქტაედრი



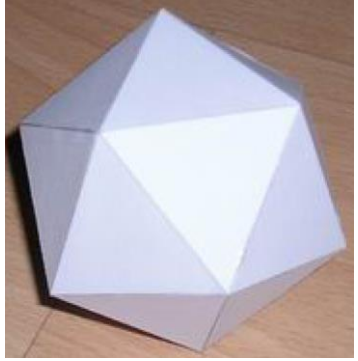
ტეტრაედრი



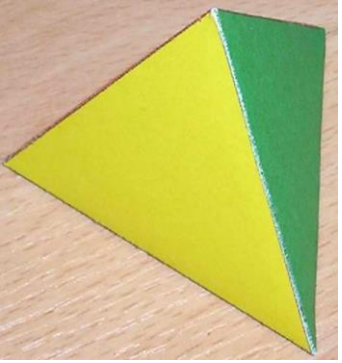
კუბი



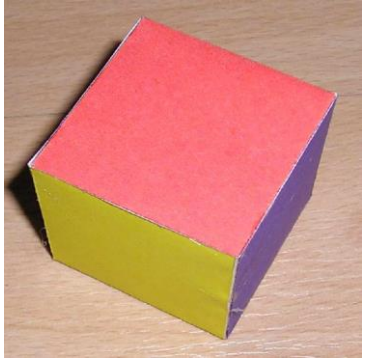
ოქტაედრი



იკოსაედრი



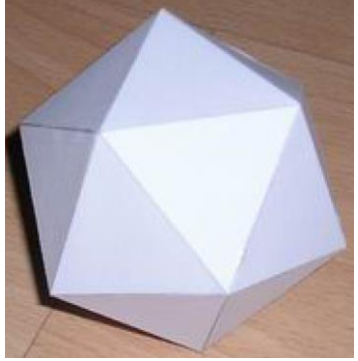
ტეტრაედრი



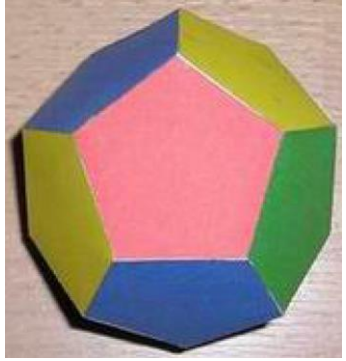
კუბი



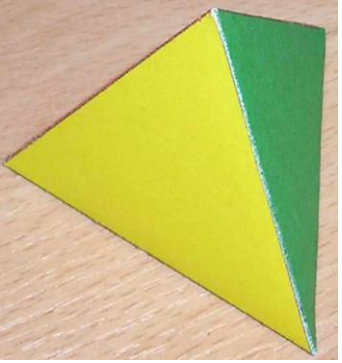
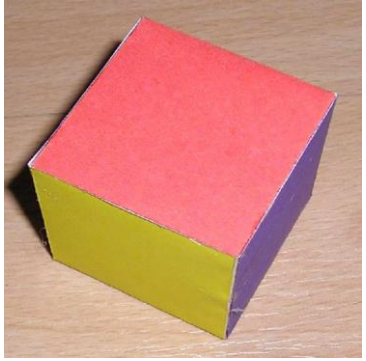
ოქტაედრი

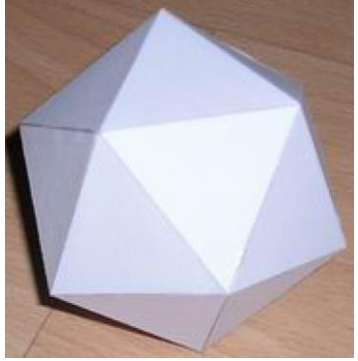
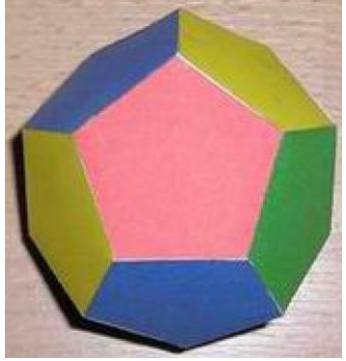


იკოსაედრი



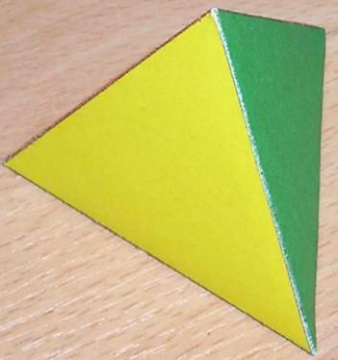
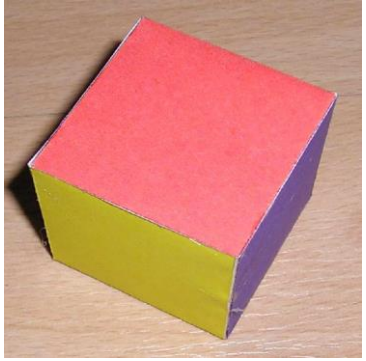
დოდეკაედრი

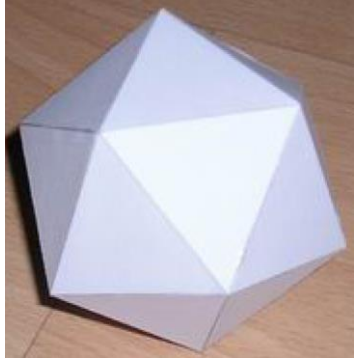
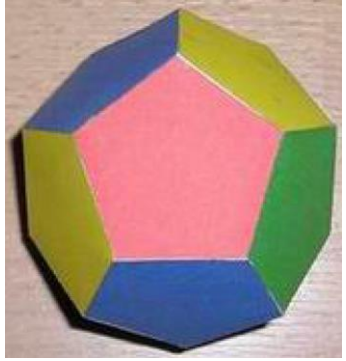



ტეტრაედრი კუბი ოქტაედრი იკოსაედრი დოდეკაედრი

რატომ 5?

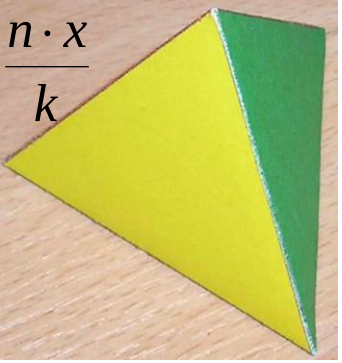
ტეტრაედრი კუბი ოქტაედრი იკოსაედრი დოდეკაედრი

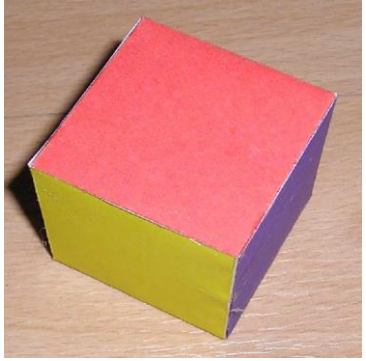
რატომ 5? აღვნიშნოთ:

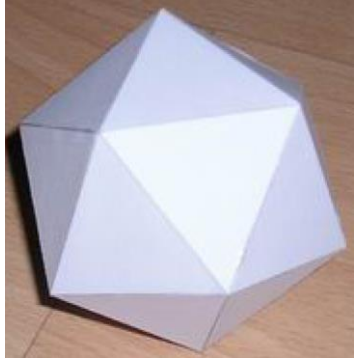
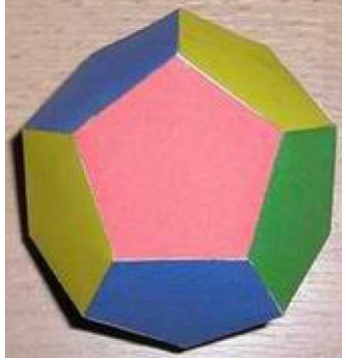
k - ერთ წვეროში თავმოყრილ წიბოთა რიცხვი

n - წახნაგის კუთხეთა რაოდენობა

x – წახნაგთა რაოდენობა





ტეტრაედრი კუბი ოქტაედრი იკოსაედრი დოდეკაედრი

რატომ 5? აღვნიშნოთ:

k - ერთ წვეროში თავმოყრილ წიბოთა რიცხვი

n - წახნაგის კუთხეთა რაოდენობა

x – წახნაგთა რაოდენობა

მაშინ: წიბოთა რაოდენობაა $\frac{nx}{2}$

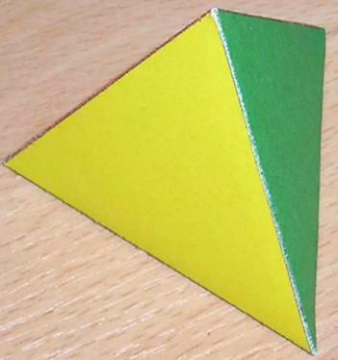
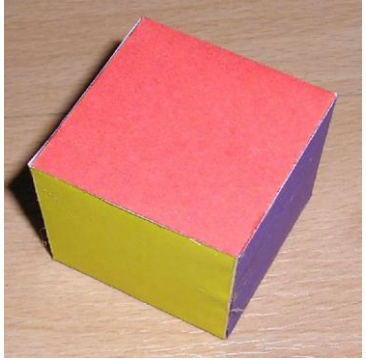
წვეროთა რაოდენობაა $\frac{nx}{k}$

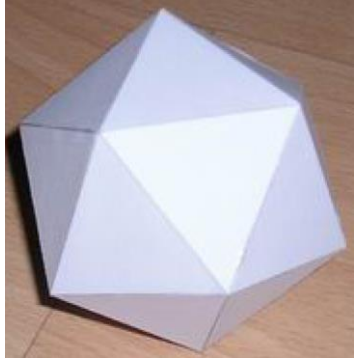
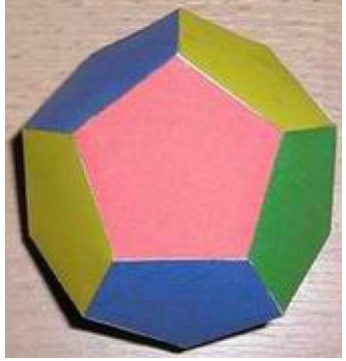
მაშინ: წიბოთა რაოდენობაა $\frac{nx}{2}$

წვეროთა რაოდენობაა $\frac{nx}{k}$

ეილერის თეორემით $\frac{nx}{k} - \frac{nx}{2} + x = 2$

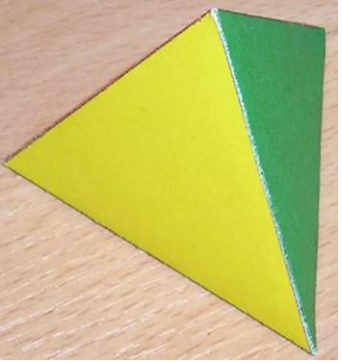
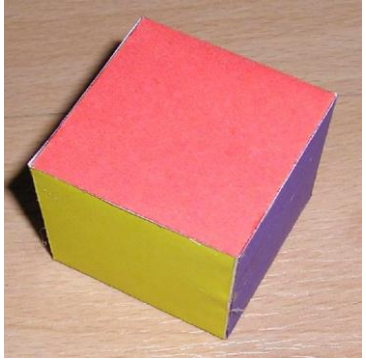
$$x = \frac{4k}{2n - kn + 2k}$$

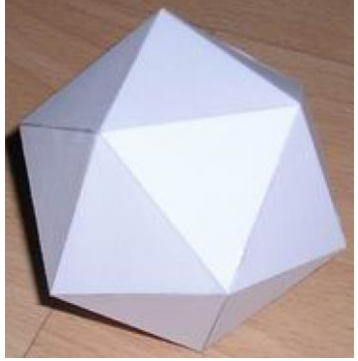
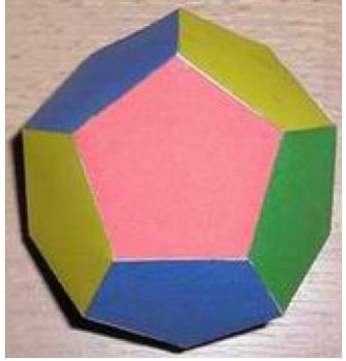



ტეტრაედრი კუბი ოქტაედრი იკოსაედრი დოდეკაედრი

k n	3	4	5	6	7	8
3	4	6	12	---	-12	-6
4	8	---	-8	-4	-2,66	-2
5	20	-10	-4	-2,5	-1,81	-1,42
6	---	-6	-3	-2	-1,5	-1,2
7	-28	-4,66	-2,54	-1,75	-1,33	-1,07
8	-16	-4	-2,28	-1,6	-1,23	-1

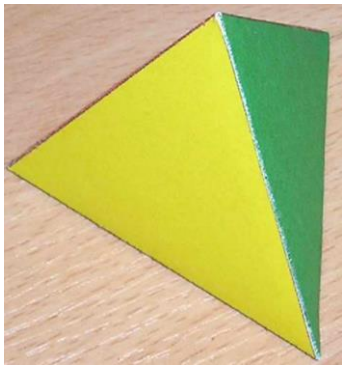



ტეტრაედრი კუბი ოქტაედრი იკოსაედრი დოდეკაედრი

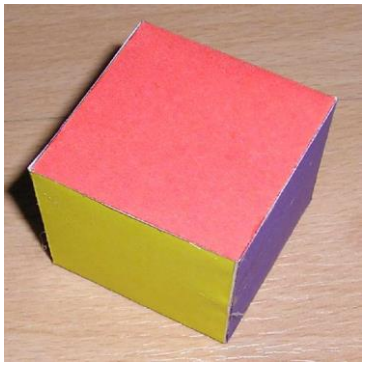
k n	3	4	5	6	7	8
3	4	6	12	---	-12	-6
4	8	---	-8	-4	-2,66	-2
5	20	-10	-4	-2,5	-1,81	-1,42
6	---	-6	-3	-2	-1,5	-1,2
7	-28	-4,66	-2,54	-1,75	-1,33	-1,07
8	-16	-4	-2,28	-1,6	-1,23	-1

მთელი დადებითი რიცხვები მხოლოდ ეს ხუთია

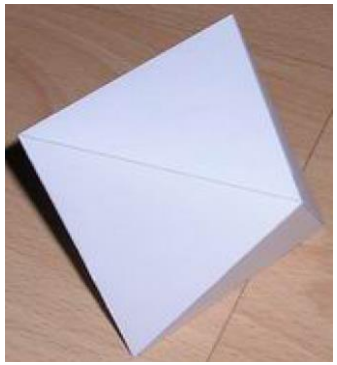
წესიერები - პლატონის სხეულები



ტეტრაედრი



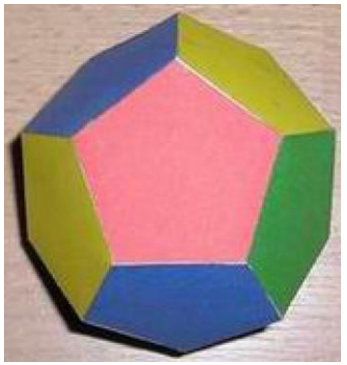
კუბი



ოქტაედრი

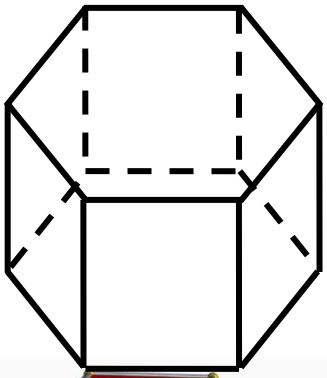


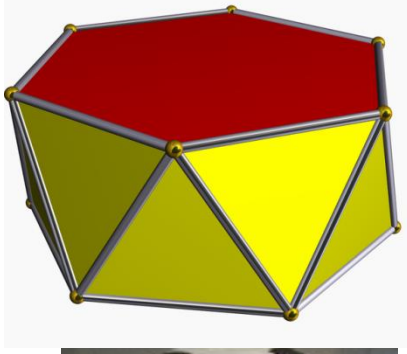
იკოსაედრი

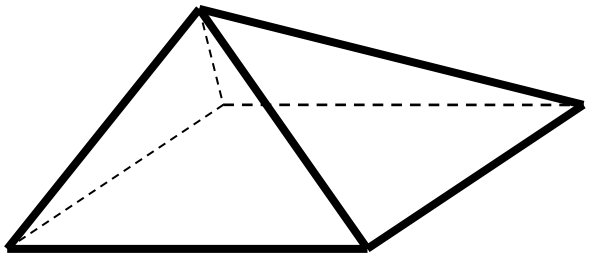


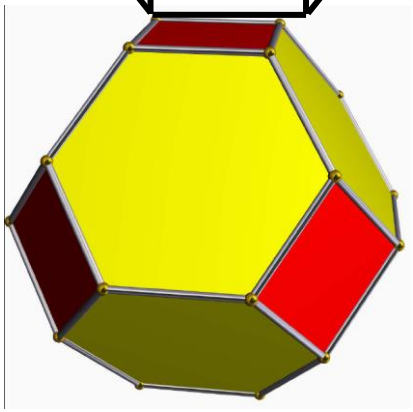
დოდეკაედრი

ნახევრადწესიერები





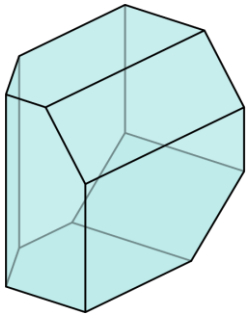




პერმუტოედრი



ადიდასის ბურთი



ასოციაედრი

მადლობა

tornike.kadeishvili@gmail.com

rmi.ge/~kade