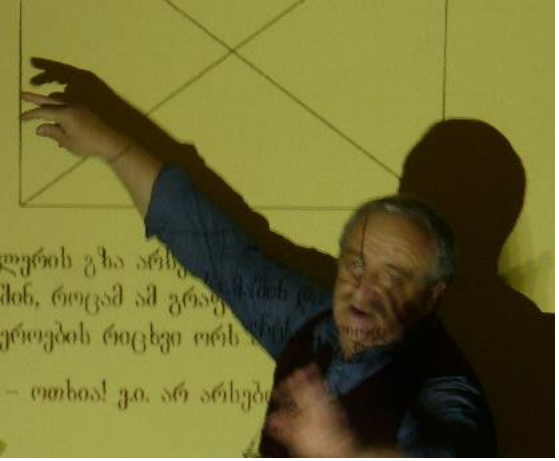


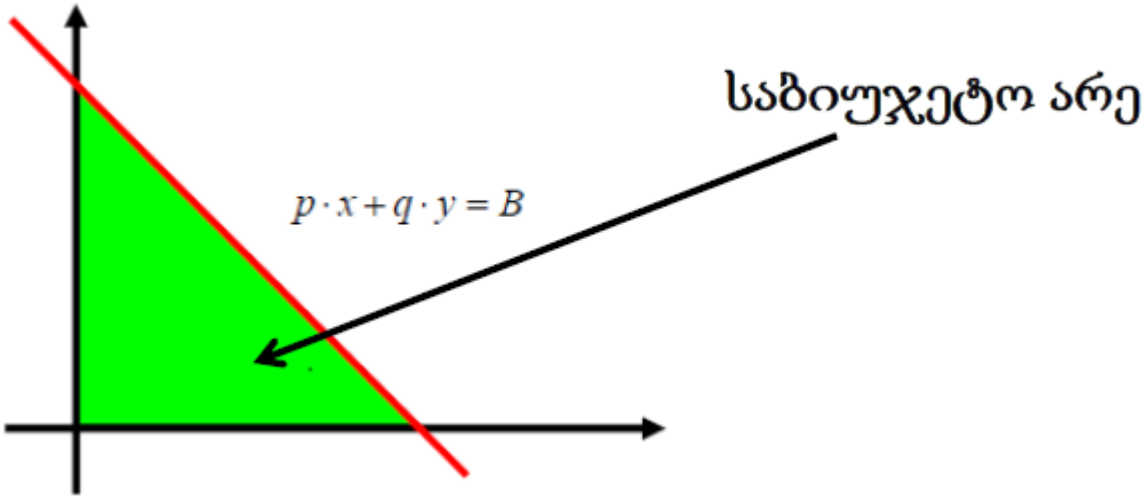
თორნიკე ქადეიშვილი

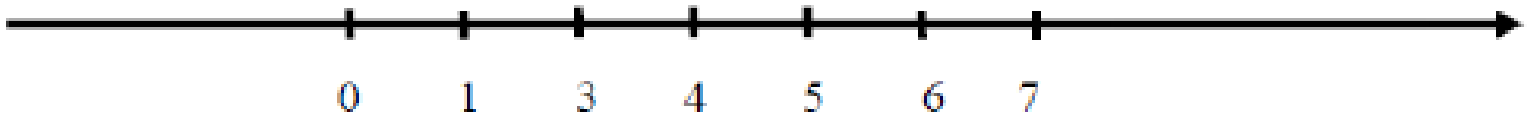
თსუ ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი

ISET

მაქსიმალური სარგებელი მხოლოდ მთელი ბიუჯეტის დახარჯვით მიიღწევა

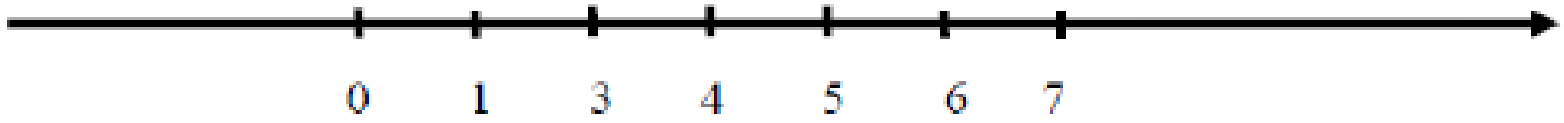
ანუ, რასაცა გასცემ ...





$3 > 1$ და $5 > 3$

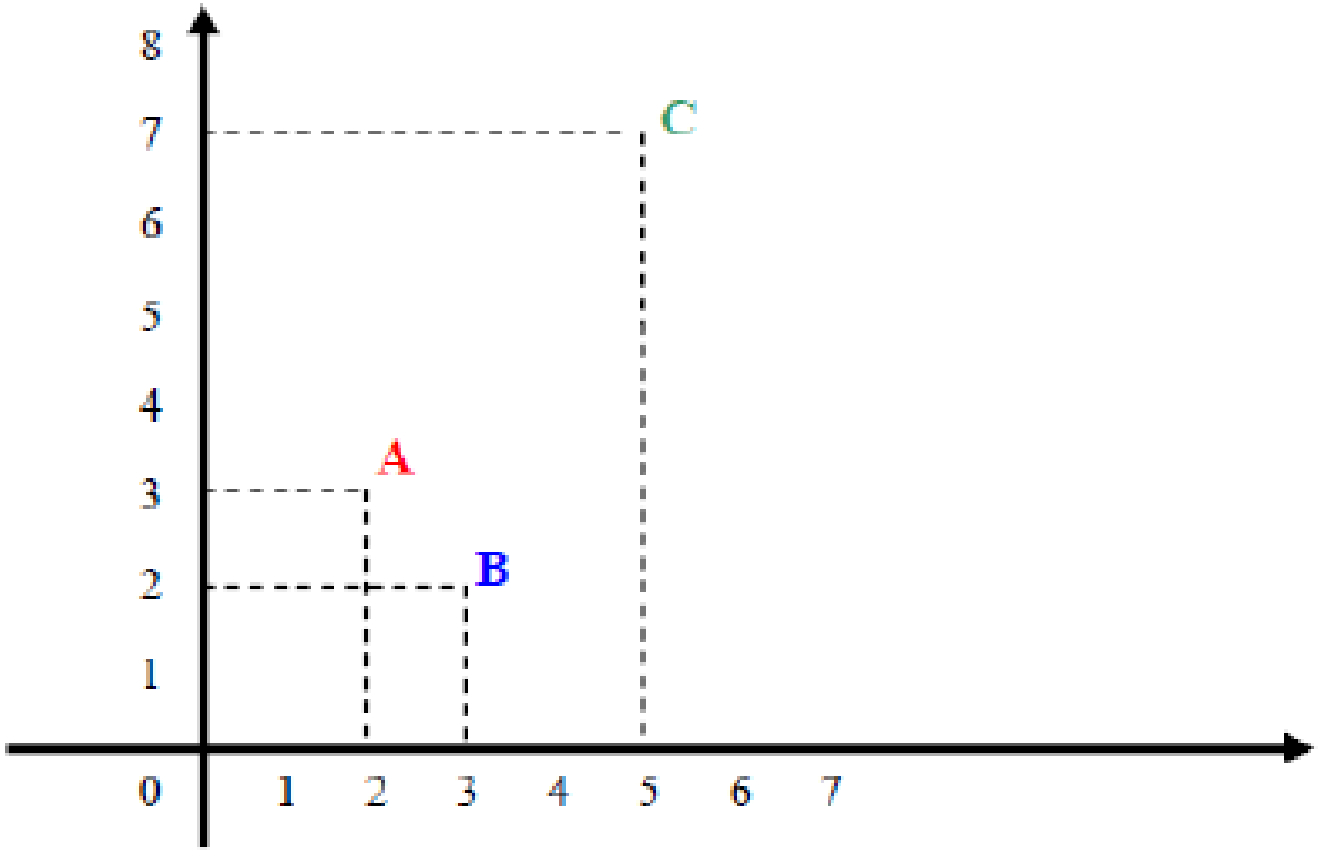
ნამდვილ რიცხვებში R გვაქვს მეტ-ნაკლებობის (დალაგების) ბუნებრივი ცნება



$3 > 1$ და $5 > 3$

ნამდვილ რიცხვებში R გვაქვს მეტ-ნაკლებობის (დალაგების) ბუნებრივი ცნება

მაგრამ სიბრტყეში R^2 (და მითუმეტეს n-განზომილებიან სივრცეში R^n) ბუნებრივი დალაგება არ გვაქვს



შეიძლება მისაღებად ჩათვალოთ, რომ R^2 -ში

$(5,7) > (2,3)$,

მაგრამ რომელია მეტი $(2,3)$ თუ $(3,2)$?

ამ სირთულეს თავს ასე აღწევენ:

ირჩევენ რაიმე ფუნქციას

$$U : R^2 \rightarrow R$$

(სარგებლიანობის ფუნქცია - Utility Function)

სიბრტყიდან R^2 (სადაც დალაგება არ გვაქვს)

ნამდვილი რიცხვებში **R** (სადაც დალაგება გვაქვს)

ვიტყვით, რომ

$(a,b) > (c,d)$ თუ $U(a,b) > U(c,d)$

ანუ ორ წყვილს, (a,b) და (c,d), შორის ის არის მეტი, რომელსაც მეტი სარგებელი მოაქვს

ცხადია წყვილთა მეტ-ნაკლებობის ეს ცნება არ არის აბსოლუტური, ის დამოკიდებულია სარგებლიანობის U ფუნქციის არჩევაზე.

ეკონომიკაში სარგებლიანობის ფუნქციაში U(x,y) ეს სიდიდეები, x და y წარმოადგენენ საქონელს (commodity).

საქონელის x ქვია *კარგი* (good) თუ

x-ის ზრდა იწვევს სარგებლიანობის ზრდასაც

$$x_1 \le x_2 \quad \Rightarrow \quad U(x_1, y) \le U(x_2, y).$$

მაგალითად, ხინკალი კარგია, დახარჯული დენის კილოვატ-საათები კი არა.

ვთქვათ ერთი ერთეული I საქონლის ფასია p,

ხოლო ერთი ერთეული II საქონლის ფასია q.

მაშინ (x,y) ოპერაციის მთლიანი ღირებულებაა

$$p \cdot x + q \cdot y$$

ხშირად ხარჯები შეზღუდულია ბიუჯეტით

$$p \cdot x + q \cdot y \leq B$$

ვთქვათ ერთი ერთეული I საქონლის ფასია p,

ხოლო ერთი ერთეული II საქონლის ფასია q.

მაშინ (x,y) ოპერაციის მთლიანი ღირებულებაა

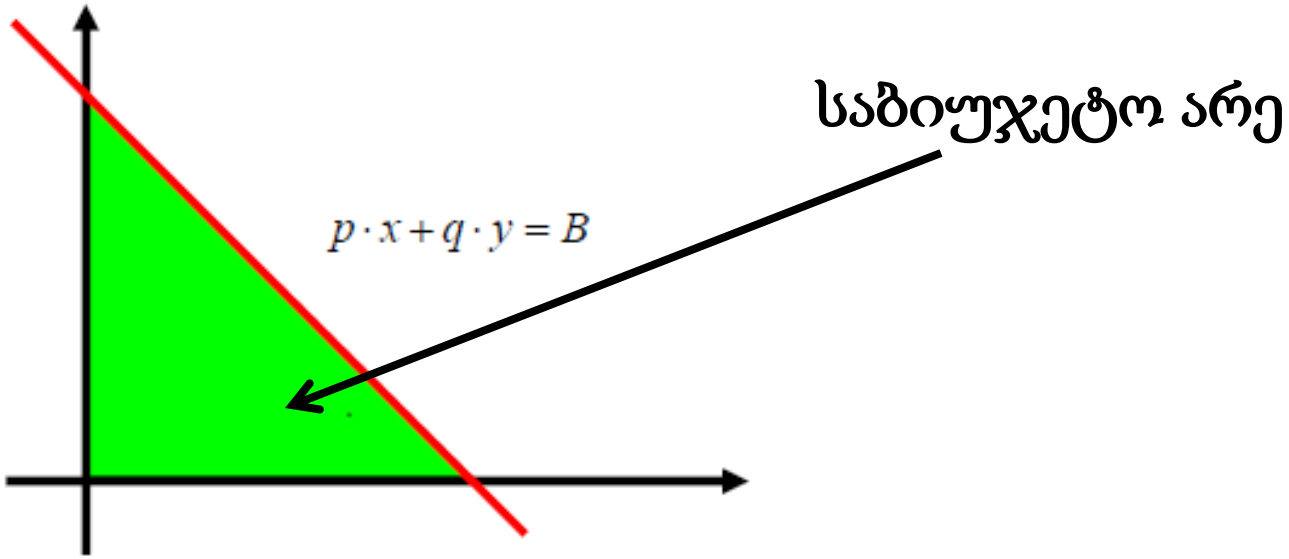
$$p \cdot x + q \cdot y$$

ხშირად ხარჯები შეზღუდულია ბიუჯეტით

$$p \cdot x + q \cdot y \leq B$$

ამოცანა: ვიპოვოთ სარგებლიანობის ფუნქციის მაქსიმუმი დასაშვებ საბიუჯეტო არეში

$$\max\,(U(x,y),\quad p \cdot x + q \cdot y \leq B)$$



თეორემა. თუ ერთი მაინც საქონელი კარგია (good) მაშინ სარგებლიანობის ფუნქცია $U(x,y)$ მაქსიმუმს აღწევს საბიუჯეტო არის საზღვარზე.

ანუ, თუ გინდა მაქსიმალური სარგებელი, უნდა დახარჯო მთელი ბიუჯეტი

ორი საქონელი - ხინკალი და ქაბაბი

სტრატეგია - ავიღოთ x ხინკალი და y ქაბაბი

ფასების ვექტორი - $(p = 0.5,\ q = 5)$

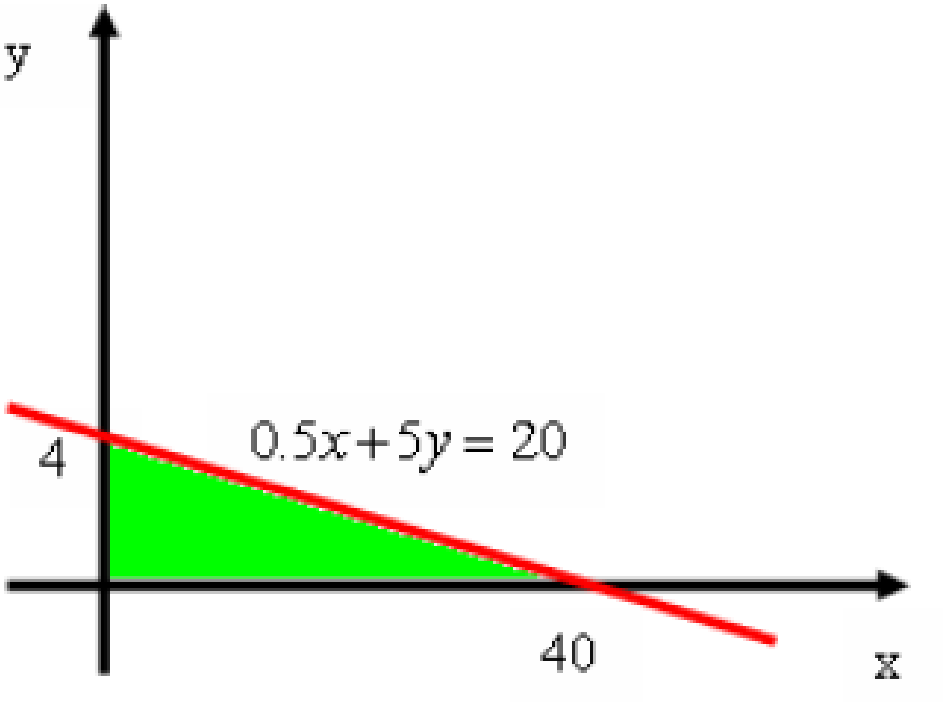
ბიუჯეტი - 20 ლარი

სარგებლიანობის ფუნქცია - $U(x,y)=x^2y$
(გვირჩევნია ხინკალი)

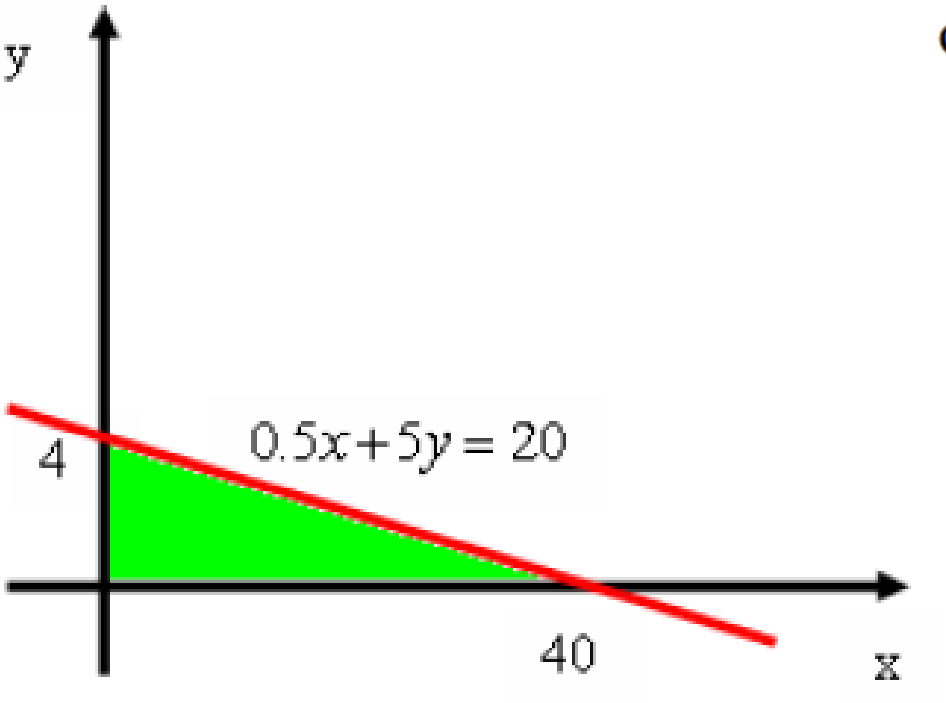
სტრატეგიის ფასი $x \cdot p + y \cdot q = 0.5x + 5y$

საბიუჯეტო შეზღუდვა $0.5x + 5y \le 20$

დასაშვებ სტრატეგიათა რეგიონი



დასაშვებ სტრატეგიათა რეგიონი



დასაშვები სტრატეგიები

(0,4),

(0,3), (10,3),

(0,2), (10,2), (20,2),

(0,1), (10,1), (20,1), (30,1),

(0,0), (10,0), (20,0), (30,0), (40,0)

დასაშვები სტრატეგიები

(0,4),

(0,3), (10,3),

(0,2), (10,2), (20,2),

(0,1), (10,1), (20,1), (30,1),

(0,0), (10,0), (20,0), (30,0), (40,0)

სარგებლიანობები

4	0				
3	0	300			
2	0	200	800		
1	0	100	400	900	
0	0	0	0	0	0
	0	10	20	30	40

დასაშვები სტრატეგიები

(0,4),

(0,3), (10,3),

(0,2), (10,2), (20,2),

(0,1), (10,1), (20,1), (30,1),

(0,0), (10,0), (20,0), (30,0), (40,0)

სარგებლიანობები

4	0				
3	0	300			
2	0	200	800		
1	0	100	400	900	
0	0	0	0	0	0
	0	10	20	30	40

Max = 900 როცა x = 30 და y = 1,
ანუ 30 ხინკალი და 1 ქაბაბი

მაქსიმალური სარგებლის ამოცანა

$$\max(U(x,y),\ \ p\cdot x+q\cdot y\le B)$$

=

$$\max(x^2\cdot y,\ \ 0.5x+5y\le 20)$$

```
> Maximize(x^2*y, {0.5*x+5*y<=20});
```

[948.15, x = 26.67, y = 1.33]]

მაქსიმალური სარგებლის ამოცანა

$$\max(U(x,y),\ \ p\cdot x+q\cdot y\le B)$$

=

$$\max(x^2\cdot y,\ \ 0.5x+5y\le 20)$$

```
> Maximize(x^2*y, {0.5*x+5*y<=20});
```

[948.15, x = 26.67, y = 1.33]]

0.5 x + 5 y = 0.5 · 26.67 + 5 ·1.33 = 13.335 + 6.65 = 19.985 ≈ 20

მაქსიმალური სარგებლის ამოცანა

$$\max(U(x,y),\ \ p\cdot x+q\cdot y\le B)$$

=

$$\max(x^2\cdot y,\ \ 0.5x+5y\le 20)$$

```
> Maximize(x^2*y, {0.5*x+5*y<=20});
```

[948.15, x = 26.67, y = 1.33]]

0.5 x + 5 y = 0.5 · 26.67 + 5 ·1.33 = 13.335 + 6.65 = 19.985 ≈ 20

მაქსიმალური სარგებელი მხოლოდ მთელი ბიუჯეტის დახარჯვით მიიღწევა

მაქსიმალური სარგებლის ამოცანა

$$\max(U(x,y),\ \ p\cdot x+q\cdot y\le B)$$

=

$$\max(x^2\cdot y,\ \ 0.5x+5y\le 20)$$

```
> Maximize(x^2*y, {0.5*x+5*y<=20});
```

[948.15, x = 26.67, y = 1.33]]

0.5 x + 5 y = 0.5 · 26.67 + 5 ·1.33 = 13.335 + 6.65 = 19.985 ≈ 20

მაქსიმალური სარგებელი მხოლოდ მთელი ბიუჯეტის დახარჯვით მიიღწევა

ანუ, რასაცა გასცემ ...

მადლობა

Tornike.kadeishvili@gmail.com

rmi.ge/~kade