საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირი
GEORGIAN MATHEMATICAL UNION

I საერთაშორისო კონფერენცია
მოხსენებათა თეზისები

FIRST INTERNATIONAL CONFERENCE
BOOK OF ABSTRACTS

ბათუმი, 12 - 19 სექტემბერი, 2010

BATUMI, SEPTEMBER 12 - 19, 2010

სპონსორები:

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ბათუმი

ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი

ილია ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თსუ

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი

საორგანიზაციო კომიტეტი:

მ. ბააზი, გ. ბარსეგიანი, ბ. ბოიარსკი, თ. ბუჩუკური (ინფორმაციული უზრუნველყოფა), გ. გიორგაძე, უ. გოგინავა, გ. გოგიშვილი, ბ. გოლუბევი, დ. კაპანაძე (ფინანსებზე პასუხისმგებელი), რ. დუდუჩავა (თავმჯდომარე), ვ. ვასილიევი, ა. კვინიხიძე, ტ. ლადა, ჰ. მელაძე (საგამომცემლო უზრუნველყოფა), დ. ნატროშვილი (საპროგრამო კომიტეტის თავმჯდომარე), გ. ონიანი (მოადგილე), ხ. რუხაია, ლ. ტეპოიანი, თ. ქადეიშვილი (მოადგილე), თ. ჩილაჩავა, ნ. ჩინჩალაძე (მდივანი), გ. ჯაიანი.

ადგილობრივი საორგანიზაციო კომიტეტი (ბათუმი):

ვ. ბალაძე, ა. ბერიძე, შ. მახარაძე.

საპროგრამო კომიტეტი:

ჯ. ანთიძე, მ. ბააზი, ვ. ბალაძე, რ. ბანცური, ა. ბერიძე, თ. ბუჩუკური, გ. გიორგაძე, უ. გოგინავა, გ. გოგიშვილი, დ. გორდეზიანი, რ. დუდუჩავა, თ. ვეფხვაძე, შ. მახარაძე. ჰ. მელაძე, დ. ნატროშვილი (თავმჯდომარე), გ. ონიანი, ხ. რუხაია, თ. ქადეიშვილი, ჯ. შარიქაძე, თ. ჩილაჩავა, გ. ხიმშიაშვილი, გ. ჯაიანი.

ვორკშოპები:

- **გამოყენებითი ლოგიკა და პროგრამირება** (მ. ბააზი, ჯ. ანთიძე, ხ. რუხაია)
- **დიფერენციალური განტოლებები და მათი გამოყენებები** (რ. დუდუჩავა, დ. ნატროშვილი)
- **მათემატიკური მოდელირება და რიცხვითი ანალიზი** (დ. გორდეზიანი, ჰ. მელაძე, თ. ჩილაჩავა)
- **კომპლექსური ანალიზი და გამოყენებები** (გ. გიორგაძე, გ. ხიმშიაშვილი)
- **მათემატიკური განათლება და ისტორია** (გ. გოგიშვილი, თ. ვეფხვაძე)
- **უწყვეტ გარემოთა მექანიკა** (რ. ბანცური, ჯ. შარიქაძე, გ. ჯაიანი)
- **ტოპოლოგია და ალგებრა** (თ. ქადეიშვილი, ვ. ბალაძე)
- **ფუნქციათა სივრცეები და აპროქსიმაცია** (უ. გოგინავა)

კომუნიკაცია:

მათემატიკოსთა კავშირის **WEB**-გვერდი: **http://rmi.acnet.ge/~gmu**
კონფერენციის **WEB**-გვერდი: **http://rmi.acnet.ge/~gmu/GMU_Conference_G.htm**
ელ. ფოსტა: **GeorgianMU@gmail.com** / **GMU@rmi.acnet.ge**

SPONSORS OF THE CONFERENCE:

Sh. Rustaveli National Science Foundation

Sh. Rustaveli State University, Batumi

A. Razmadze Mathematical Institute

I. Vekua Institute of Applied Mathematics, TSU

A. Tsereteli State University, Kutaisi

ORGANIZING COMMITTEE:

M. Baaz, G. Barsegian, B. Bojarski, T. Buchukuri (IT support), T. Chilachava, N. Chinchaladze (Secretary), R. Duduchava (Chairman), G. Giorgadze, B. Golubov, U. Goginava, G. Gogishvili, G. Jaiani, T. Kadeishvili (Vice Chairman), D. Kapanadze (Financial Manager), A. Kvinikhidze, T. Lada, H. Meladze, D. Natroshvili (Chairman of the Program Commetee), G. Oniani (Vice Chairman), Kh. Rukhaia, L. Tepoyan, V. Vasiliev.

LOCAL ORGANIZING COMMITTEE (BATUMI):

V. Baladze, A. Beridze, Sh. Makharadze.

PROGRAM COMMITTEE:

J. Antidze, M. Baaz, T. Chilachava, V. Baladze, R. Bantsuri, A. Beridze, R. Duduchava, G. Giorgadze, U. Goginava, G. Gogishvili, D. Gordeziani, G. Jaiani, T. Kadeishvili, G. Khimshiashvili, T. Vepkhvadze, Sh. Makharadze, H. Meladze, D. Natroshvili (Chairman), G. Oniani, Kh. Rukhaia, J. Sharikadze

WORKSHOPS:

- **Applied logics and programming** (M. Baaz, J. Antidze, Kh. Rukhaia)
- **Complex analysis and applications** (G. Giorgadze, G. Khimshiashvili)
- **Function spaces and approximation** (U. Goginava)
- **Mathematical education and history** (G. Gogishvili, T. Vepkhvadze)
- **Mathematical modeling and numerical analysis** (T. Chilachava, D. Gordeziani, H. Meladze)
- **Mechanics of continua** (R. Bancuri, G. Jaiani, J. Sharikadze)
- **Partial and ordinary differential equations and applications** (R.Duduchava, D. Natroshvili)
- **Topology and Algebra** (T. Kadeishvili, V. Baladze)

COMMUNICATION:

web-page of the Georgian Mathematical Union: http://rmi.acnet.ge/~gmu/
web-page of the conference: http://rmi.acnet.ge/~gmu/GMU_Conference_E.htm
emails: GeorgianMU@gmail / comGMU@rmi.acnet.ge

CONTENTS:

APPLIED LOGICS AND PROGRAMING 45

გამოყენებითი ლოგიკა და პროგრამირება 45

საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის I საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 12-19 სექტემბერი, 2010 წელი კონფერენციის მუშაობის განრიგი

კვირა, 12 სექტემბერი

კონფერენციის მონაწილეთა ჩამოსვლის დღე

$15^{00}:18^{00}$ რეგისტრაცია ბათუმის უნივერსიტეტის მათემატიკის ფაკულტეტზე

ორშაბათი, 13 სექტემბერი

$11^{00} : 13^{00}$ – რეგისტრაცია

$11^{00}:13^{00}$ – სექციური მუშაობა (იხ. სექციების პროგრამა)

$13^{00}:15^{00}$ – შევენება

$15^{00} : 16^{00}$– მრგვალი მაგიდა "მათემატიკური განათლება საქართველოში სკოლიდან დოქტუანტურამდე I"\

- აუდიტორია 60

სამშაბათი, 14 სექტემბერი

$11^{00} : 13^{00}$ – რეგისტრაცია

$11^{00} : 13^{00}$ – სექციური მუშაობა (იხ. სექციების პროგრამა)

$13^{00} : 15^{00}$ – შევენება

$15^{00} : 16^{00}$ – მრგვალი მაგიდა "მათემატიკურ მეცნიერებათა როლი განათლებასა და ეკონომიკაში I"

- აუდიტორია 60

ოთხშაბთი, 15 სექტემბერი

$9^{00} : 13^{00}$, $15^{00} : 18^{00}$ – რეგისტრაცია

$10^{00} : 10^{30}$ – კონფერენციის გახსნის ცერემონია (ბათუმის უნივერსიტეტის აუდიტორია 238)

სხდომის თავმჯდომარე რ. დუდუჩავა

$10^{30} : 11^{20}$ – პლენარული მოხსენება **ბ. ბოიარსკი** (პოლონეთი) - აუდიტორია 238

$11^{30}:12^{00}$ – ყავა და ჩაი

სხდომის თავმჯდომარე ტ. ლადა

$12^{00} : 12^{50}$ – პლენარული მოხსენება **მ. ბაასი** (აშშ) - აუდიტორია 238

$13^{00} : 13^{50}$ – პლენარული მოხსენება **გ. ბარსეგიანი** (სომხეთი) - აუდიტორია 238

$14^{00} : 15^{30}$ – შესვენება სადილისათვის

$15^{30} : 17^{00}$ – სექციური მუშაობა (იხ. სექციების პროგრამა)

$17^{00} : 17^{30}$ – ყავა და ჩაი

$17^{30} : 19^{00}$ – სექციური მუშაობა (იხ. სექციების პროგრამა)

19^{00} – საზეიმო მიღება კონფერენციის გახსნასთან დაკავშირებით

ხუთშაბათი, 16 სექტემბერი

$10^{00} : 13^{00}$ – რეგისტრაცია

სხდომის თავმჯდომარე ბ. ბოიარსკი

$10^{00} : 10^{50}$ – პლენარული მოხსენება **ბ. გოლუბოვი** (რუსეთი) - აუდიტორია 238

$11^{00} : 11^{30}$ – ყავა და ჩაი

სხდომის თავმჯდომარე დ. ნატროშვილი

$11^{30}:12^{20}$ – პლენარული მოხსენება **დ. გორდეზიანი** (საქართველო) - აუდიტორია 238

$12^{30}:13^{20}$ – პლენარული მოხსენება **თ. ქადეიშვილი** (საქართველო) - აუდიტორია 238

$13^{30}:15^{00}$ – შესვენება სადილისათვის

$15^{00}:18^{00}$ – ექსკურსია ქალაქგარეთ

19^{00} – საკონფერენციო ვახშამი

პარასკევი, 17 სექტემბერი

სხდომის თავმჯდომარე ბ. გოლუბევი

$10^{00}:10^{50}$ – პლენარული მოხსენება **რ. დუდუჩავა** (საქართველო) - აუდიტორია 238

$11^{00}:11^{30}$ – ყავა და ჩაი

სხდომის თავმჯდომარე გ. ჯაიანი

$11^{30}:12^{20}$ – პლენარული მოხსენება **ვ. ვასილიევი** (რუსეთი) - აუდიტორია 238

$12^{30}:13^{20}$ – პლენარული მოხსენება **დ. კაპანაძე** (საქართველო) - აუდიტორია 238

$13^{30}:15^{00}$ – შესვენება სადილისათვის

$15^{00}:16^{30}$ – სექციური მუშაობა (იხ. სექციების პროგრამა)

$16^{30}:17^{00}$ – ყავა და ჩაი

$17^{00}:19^{00}$ – სექციური მუშაობა (იხ. სექციების პროგრამა)

$19^{00}:20^{00}$– მრგვალი მაგიდა “მათემატიკური განათლება საქართველოში სკოლიდან დოქტუანტურამდე II”

- აუდიტორია 238

შაბათი, 18 სექტემბერი

სხდომის თავმჯდომარე თ. ქადეიშვილი

$10^{00}:10^{50}$ – პლენარული მოხსენება **ტ. ლადა** (აშშ) - აუდიტორია 238

$11^{00}:11^{30}$ – ყავა და ჩაი

სხდომის თავმჯდომარე გ. ონიანი

$11^{30}:12^{20}$ – პლენარული მოხსენება **უ. გოგინავა** (საქართველო) - აუდიტორია 238

$12^{30}:13^{20}$ – პლენარული მოხსენება **გ. ჯაიანი** (საქართველო) - აუდიტორია 238

$13^{30}:15^{00}$ – შესვენება სადილისათვის

$15^{00}:16^{30}$ – სექციური მუშაობა (იხ. სექციების პროგრამა)

$16^{30}:17^{00}$ – ყავა და ჩაი

$17^{00}:18^{00}$ – სექციური მუშაობა (იხ. სექციების პროგრამა)

$18^{00}:20^{00}$– 1. კონფერენციის დახურვის ცერემონია (ბათუმის უნივერსიტეტის აუდიტორია 238)

2. მრგვალი მაგიდა “მათემატიკურ მეცნიერებათა როლი განათლებასა და ეკონომიკაში II”

3. მათემატიკური პრობლემები

კვირა, 19 სექტემბერი

კონფერენციის მონაწილეთა გამგზავრება

FIRST INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE GEORGIAN MATHEMATICAL UNION SEPTEMBER, 12-19, 2010, BATUMI, GEORGIA

CONFEREMCE SHEDULE

Sunday, September 12

15^{00}:18^{00} – Registration at the Faculty of Mathematics of Batumi State University

Monday, September 13

11^{00}:13^{00} – Registration
11^{00}:13^{00} – Workshops (see Workshops Programs)
13^{00}:15^{00} – Lunch Break
15^{00}:16^{00} – Round Table "Mathematical Education in Georgia from Schools until Ph.D. Courses I"
Room 60

Tuesday, September 14

11^{00}:13^{00} – Registration
11^{00}:13^{00} – Workshops (see Workshops Programs)
13^{00}:15^{00} – Lunch Break
15^{00}:16^{00} – Round Table "Role of Mathematical Science in Education and Economic I"
Room 60

Wednesday, September 15

9^{00} : 13^{00} , 15^{00} : 18^{00} – Registration

10^{00} : 10^{30} – Opening Ceremony (Room 238, Batumi State University)

Chairman of the Session **R. Duduchava**

10^{30} : 11^{20} – Plenary Talk: **B. Bojarski** (Poland) – Room 238
11^{30}:12^{00} – Coffee and Tea

Chairman of the Session **T. Lada**

12^{00} : 12^{50} – Plenary Talk: **M. Baaz** (Austria) – Room 238

13^{00} : 13^{50} – Plenary Talk: **G. Barsegian** (Armenia) – Room 238

14^{00} : 15^{30} – Lunch Break

15^{30} : 17^{00} – Workshops (see Workshops Programs)

17^{00} : 17^{30} – Coffee and Tea

17^{30} : 19^{00} – Workshops (see Workshops Programs)

19^{00} – Welcome Party

Thursday, September 16

11^{00}:13^{00} – Registration

Chairman of the Session **B. Bojarski**

10^{00} : 10^{50} – Plenary Talk: **B. Golubov** (Russia) – Room 238

11^{00} : 11^{30} – Coffee and Tea

Chairman of the Session **D. Natroshvili**

11^{30} : 12^{20} – Plenary Talk: **D. Gordeziani** (Georgia) – Room 238

$12^{30}:13^{20}$ – Plenary Talk: **T. Kadeishvili** (Georgia) – Room 238
$13^{30}:15^{00}$ – Lunch Break
$15^{00}:18^{00}$ – Excursion
19^{00} – Conference Dinner

Friday, September 17

Chairman of the Session **B. Golubov**
$10^{00}:10^{50}$ – Plenary Talk: **R. Duduchava** (Georgia) – Room 238
$11^{00}:11^{30}$ – Coffee and Tea
Chairman of the Session **G. Jaiani**
$11^{30}:12^{20}$ – Plenary Talk: **V. Vasiliev** (Russia) – Room 238
$12^{30}:13^{20}$ – Plenary Talk: **D. Kapanadze** (Georgia) – Room 238
$13^{30}:15^{00}$ – Lunch Break
$17^{00}:19^{00}$ – Workshops (see Workshops Programs)
$19^{00}:20^{00}$ – Round Table "Mathematical Education in Georgia from Schools until Ph.D. Courses II"

Saturday, September 18

Chairman of the Session **T. Kadeishvili**
$10^{00}:10^{50}$ – Plenary Talk: **T. Lada** (Usa) – Room 238
$11^{00}:11^{30}$ – Coffee and Tea
Chairman of the Session G. **Oniani**
$11^{30}:12^{20}$ – Plenary Talk: **U. Goginava** (Georgia) – Room 238
$12^{30}:13^{20}$ – Plenary Talk: **G. Jaiani** (Georgia) – Room 238
$13^{30}:15^{00}$ – Lunch Break
$15^{00}:16^{30}$ – Workshops (see Workshops Programs)
$16^{30}:17^{00}$ – Lunch Break
$17^{00}:18^{00}$ – Workshops (see Workshops Programs)
$18^{00}:20^{00}$ –
1. Closing Ceremony (Auditorium, Batumi State University)
2. Round Table "Role of Mathematical Science in Education and Economic II"
3. Open Problems

Sunday, September 19

Departure of participants

COMPLEX ANALYSIS AND APPLICATIONS

კომპლექსური ანალიზი და გამოყენებები

ON GENERALIZED BELTRAMI SYSTEMS

G.Akhalaia, I. Javakhishvili Tbilisi State University
N.Manjavidze, Georgian Technical University, Department of Mathematics
giaakha@gmail.com ninomanjavidze@yahoo.com

We consider the first order system of partial differential equations in the complex plane. It appears to be the essential property of the elliptic systems in the plane for which one can obtain a useful extension of the analytic function theory is the self-commuting property of the variable matrix participating in considered system. Some classes of these matrices are introduced. Using some auxiliary results we consider the so-called modified Dirichlet problem as well. The solvability conditions for this problem under some assumptions for the right-hand side function are established.

Acknowledgement. The authors acknowledge partial financial support by Georgian National Science Foundation, Grant No 1-3/85.

ON THE GEOMETRY OF REAL AND COMPLEX FUNCTIONS

G. Barsegian
Institute of mathematics of Nat Acad of Sci of Armenia, Yerevan
Email: barseg@instmath.sci.am

We will presents some new results related to the basic concepts in mathematics such as: arbitrary algebraic plane curves, complex polynomials, analytic and meromorphic functions in a given domain; enough smooth plane curves, real and complex functions of one and two variables; solutions of large classes of differential equations. This is an essentially enlarged version of my plenary talk at the 6th ISAAC Congress, see [3].

Some of these results have no predecessors. Others touch rather different fields: Hilbert problem 16 in real algebraic geometry, Nevanlinna theory of meromorphic functions, Poincaré theory in ODE, Integral geometry.

The problems as well as the key ideas and methods permitting to touch simultaneously the mentioned different objects and fields come from the Gamma-lines theory in the complex analysis [1], its further developments and a ring of new problems published in [2].

To show how Gamma-lines penetrate the different fields we sketch the central part of this lecture related to the geometry of smooth real functions. We give the upper bounds for the length, integral curvature of the level sets of real functions as well as the upper bounds for the number of connected components of real functions. These bounds are given in the spirit of integral geometry and are analogs of the first and the second fundamental theorems in Nevanlinna theory. Moreover we establish an analog of Nevanlinna deficiency relation for real functions which admits some, new type interpretations in wavy processes with dumping. One of the above problems (related to the cardinalities) was posed for the particular case of polynomials in the Hilbert problem 16 (part1). The last problem was widely studied in terms of the degree of the polynomial. Clearly, to obtain similar results for much larger real functions we had to introduce for them some characteristics that would play a role analogous to that of the degree of the polynomials.

Concluding this abstract we mention all this was made earlier for the Gamma-line in the complex analysis. Now we do that , in fact, for arbitrary smooth real functions what seems to be more promising since one can meat level sets of real functions in a huge number of applied problems.

References

1. Barsegian G., Gamma-lines: on the geometry of real and complex functions, Taylor and Francis, London, New York, 2002.
2. Barsegian G., A new program of investigations in Analysis: Gamma-lines approaches, p. 3-73, In book: Value distribution and related topics, editors G. Barsegian, I. Laine and C. C. Yang; Kluwer, 2004.
3. Barsegian G., Some interrelated results in different branches of geometry and analysis, p. 3-33, in book "Further progress in analysis. Proceedings of the 6th International ISAAC Congress", editors H. Begehr, O. Celebi and R. Gilbert, World Scientific, 2009.

REMARKS ON THE BOURGAIN-BREZIS-MIRONESCU APPROACH TO SOBOLEV SPACES

B.Bojarski

Institute of Mathematics, Polish Academy of Sciences, Warszawa

Email: b.bojarski@impan.gov.pl

For a function $f \in L^1_{loc}(\mathbb{R}^n)$ the notion of p-mean variation of order 1, $\bigvee_1^p(f, \mathbb{R}^n)$ is defined. The given characterization of the Sobolev space $W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$ in terms of $\bigvee_1^p(f, \mathbb{R}^n)$ is in direct correspondence with the description of $W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$ by Lipschitz type pointwise inequalities [b1, b2, b3, h] and with the BBM approach [bb]. Connections with the problem of optimal local integrability exponent for K-quasiconformal mappings are mentioned.

References

[b1] B. Bojarski, Pointwise characterization of Sobolev classes, Proc. Steklov Inst. Math. 255 (2006), 65-81.

[b2] B. Bojarski, P. Hajlasz, Pointwise inequalities for Sobolev functions and some applications, Studia Math. 106 (1993), 77-92.

[b3] B.Bojarski, P. Hajlasz, P. Strzelecki, Improved $C^{k,\lambda}$ approximation of higher order Sobolev functions in norm and capacity, Indiana Univ. Math. J. 51 (2002), 507-540.

[h] P. Hajlasz, A new characterization of the Sobolev space, Studia Math. 159 (2003), 263-275.

[bb] J. Bourgain, H. Brezis, P. Mironescu, Another look at Sobolev spaces, in: Optimal Control and Partial Differential Equations (ed. J. L. Menaldi et al.), IOS Press, Amsterdam 2001, 439-455.

ON THE SPACE OF GENERALIZED CONSTANTS

G. Giorgadze, V. Jikia
Tbilisi State University
giorgadze@rmi.acnet.ge

1. Consider the Carleman-Vekua equation [vek2] on the Compact Riemann surface X

$$\frac{\partial w}{\partial \overline{z}} + Aw + B\,\overline{w} = 0 \tag{1}$$

where $A, B \in L_p$, $p > 2$. A multi-valued solution of (1) is a multi-valued function a branch of which chose on universal covering of X [g]. Other branches of this function in general do not satisfy (1). Denote the space of regular solution of equation (1) by L_0. Such solution are called generalized constants. It is know that a regular solution of (1) on X which is equal to zero at an arbitrary point of X is identically equal to zero. From this follows that the real dimension of the space L_0 is no more then two.

Let $w : X \to CP^1$ generalized analytic algebraic function, then the genus of X can be determined by the formula $g = 1 - N + b/2$, where b is the sum of the orders of all branch points of w and N is topological degree of w.

2. Let X is genus zero compact Riemann surface. Denote by $J_1(\mathbb{C})$ a set of the functions $a \in L_p^{loc}(\mathbb{C})$, $p > 2$, for which there exists $\frac{\partial}{\partial \overline{z}}$ primitive $Q(z)$ [j], satisfying the following conditions

$$z^n \exp\left\{Q(z)\right\} = O(1), \quad z \in \mathbb{C},$$

for every natural number n.

Denote by $\Omega(0)$ the space of all regular solutions of the equation (1) on complex plane $\mathbb{C}$ satisfying the condition

$$w(z) = O(1), \quad z \to \infty.$$

Let the coefficients of the equation (1) satisfy the condition

$$-A \in J_1(\mathbb{C}), \quad B \in L_{p,2}(\mathbb{C}), \quad p > 2.$$

Then $\dim\Omega(0) = \infty$. Therefore in this case $dimL_0 = \infty$.

Acknowledgement. The authors acknowledge partial financial support by Georgian National Science Foundation, Grant No 1-3/85.

References

[vek2] I. Vekua. Generalized analytic functions. Second Edition, Nauka, 1988.

[g] G.Giorgadze.Regular systems on Riemann surfaces. Journal of Math. Sci. 118 (5), 5347-5399, 2003.

[j] V. Jikia. On the classes of functions induced by irregular Carlemann-Vekua equations.In press Georgian Math. Journal, 2010,DOI 10.1515/GMJ 2010.031

$\omega-$ WEIGHTED HOLOMORPHIC BESOV SPACES ON THE UNIT BALL IN C^n

A. Harutyunyan, W. Lusky
Yerevan State University, Dep. of Inf. and appl. Math., Armenia
University of Paderborn, Institut of Mathematics, Germany
email: anahit@ysu.am, lusky@math.uni-paderborn.de

By B^n we denote the open unit ball in C^n and by $H(B^n)$ the set of holomorphic functions on B^n. If $f \in H(B^n)$, then $f(z) = \sum_m a_m z^m$ $(z \in B^n)$, where the sum is taken over all multiindices $m = (m_1, \ldots, m_n)$ with nonnegative integer components m_k and $z^m = z_1^{m_1} \ldots z_n^{m_n}$. Assuming that $|m| = m_1 + \ldots + m_n$ and putting $f_k(z) = \sum_{|m|=k} a_m z^m$ for any $k \geq 0$, one can rewrite the Taylor expansion of f as $f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k(z)$. Further, for a holomorphic function f the fractional differential D^α is defined as

$$D^\alpha f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)^\alpha f_k(z), \ \alpha > 0, \quad z \in B^n.$$

Particularly, if $\alpha = 1$ we set $D^1 f(z) := Df(z)$.

By S we denote the well-known class of all non-negative measurable functions ω on $(0,1)$ with

$$\omega(x) = \exp\left\{ \int_x^1 \frac{\varepsilon(u)}{u} du \right\}, \ x \in (0,1),$$

where $\varepsilon(u)$ is some measurable, bounded functions on $(0,1)$ and $-\alpha_\omega \leq \varepsilon(u) \leq \beta_\omega$. We define the holomorphic Besov spaces on the unit ball as follows.

Let $p > n + \beta_\omega$. Then a function $f \in H(B^n)$ is said to be of $B_p(\omega)$ if

$$M_f^p(\omega) = \int_{B^n} (1 - |z|^2)^p |Df(z)|^p \frac{\omega(1 - |z|)}{(1 - |z|^2)^{n+1}} d\nu(z) < +\infty,$$

where $d\nu$ is the volume measure on B^n, normalized so that $\nu(B^n) = 1$.

In this work we describe the holomorphic Besov space in the terms of the corresponding $L_p(\omega)$ space. Some projection theorems and theorems on existence of the inversions of these projections are proved. Also some explicit descriptions of the duals of the considered Besov spaces are given.

MAXIMUM MODULUS PRINCIPLE FOR FIRST ORDER MULTIDIMENSIONAL ELLIPTIC SYSTEMS

G. Makatsaria
I.Vekua Institute of Applied Mathematics; Tbilisi State University

First order multidimensional elliptic systems with Lebesgue summable coefficients are considered. The validity of maximum modulus principle for generalized solutions of these systems is investigated. The exact classes of such systems are obtained.

Acknowledgement. The author acknowledge partial financial support by Georgian National Science Foundation, Grant No 1-3/85.

FUNCTION SPACES AND APPROXIMATIONS

ფუნქციონალური სივრცეები და აპროქსიმაცია

ABSOLUTE CONVERGENCE OF COEFFICIENTS OF FOURIER-HAAR DOUBLE SERIES

A. Aplakov
Georgian State University of Subtropical agriculture, Kutaisi
Email: alekoaplakov@meca.gov.ge

In my talk I will discuss the absolute convergence of double series of Fourier-Haar coefficients of the class PBV_p.

SUMMABILITY OF TWO-DIMENSIONAL WALSH-FOURIER SERIES

U. Goginava
Institute of Mathematics, Faculty of Exact and Natural Sciences, Tbilisi State University, Chavchavadze str. 1, Tbilisi 0128, Georgia
Email: zazagoginava@gmail.com

In my talk I will discuss:

1. The boundedness of maximal operators of the Fejér and Matcinkiewicz-Fejér means of two-dimensional Walsh-Fourier series

2. Characterize the set of convergence of the Fejér and Marcinkiewicz-Fejér means of two-dimensional Walsh-Fourier series

3. Strong Approximation By Marcinkiewicz Means of two-dimensional Walsh-Fourier Series

4. Convergence in norm, in measure and almost everywhere of Logarithmic means of two-dimensional Walsh-Fourier series

ABSOLUTE CONVERGENCE OF MULTIPLE FOURIER SERIES

L. Gogoladze, V. Tsagareishvi

Institute of Mathematics, Faculty of Exact and Natural Sciences, Iv. Javakhishvili State University, Tbilisi
lgogoladze@hotmail.com

Let $I^s = [0,1]^s$. If $x = (x_1, \ldots, x_s)$ and $h = (h_1, \ldots, h_s)$, then $x + h = (x_1 + h_1, \ldots, x_s + h_s)$, $|h| = (h_1^2 + \cdots + h_s^2)^{\frac{1}{2}}$. As usual $f \in Lip_\alpha$, $\alpha \in (0,1]$ if

$$\|f(x+h) - f(x)\|_{C(I^s)} = O\left(|h|^\alpha\right).$$

Let

$$(\chi_n(x)) = \left(\prod_{k=1}^{s} \chi_{n_k}(x_k)\right)$$

be a s-multiple Haar system. By

$$(\Phi_n(x)) = \left(\prod_{k=1}^{s} \varphi_{n_k}(x_k)\right)$$

denote the general orthonormal system (ONS) on I^s, and by $\chi_n(f)$ and $\Phi_n(f)$ the Fourier coefficients, respectively, with respect to systems $(\chi_n(x))$ and $(\Phi_n(x))$.

We have

Theorem 1. Let $f \in Lip_\alpha$, $\alpha \in (0,1]$. Then for any $\beta > \frac{2s}{s+2\alpha}$

$$\sum_{n=0}^{\infty} |\chi_n(f)|^\beta < \infty.$$

Theorem 2. Let $(\Phi_n(x))$ be a complete ONS on I^s. Then for any $\alpha \in (0,1]$ there exists the function $f_\alpha(x) \in Lip_\alpha$ such that

$$\sum_{n=0}^{\infty} |\Phi_n(f_\alpha)|^{\frac{2s}{s+2\alpha}} = \infty.$$

Theorem 3. Let $\varepsilon > 0$ be an arbitrary number. Then we can find a natural number s_ε, such that for any ONS$(\Phi_n(x))$ on I^{s_ε} there exists $f(x) \in Lip1$ such that

$$\sum_{n=0}^{\infty} |\Phi_n(f)|^{2-\varepsilon} = \infty.$$

SPHERICAL JUMP OF A FUNCTION AND BOCHNER-RIESZ MEANS OF CONJUGATE MULTIPLE FOURIER SERIES

B. Golubov

Moscow Institute of Physics and Technologies (State University), Dept of Mathematics, Moscow
golubov@mail.mipt.ru

Let the function f be defined in a neighborhood of the point $x_0 \in \mathbb{R}^n$, $n \geq 2$, and $P(x)$, $x \in \mathbb{R}^n$, be a homogeneous harmonic polynomial. We denote S_n by the unit $(n-1)$ - dimensional sphere in $\mathbb{R}^n$ with center at the origin. If the function f is integrable on the spheres $x_0 + tS_n$ for sufficiently small $t > 0$ then we set

$$\tilde{f}_{x_0}(t) = \int_{S_n} f(x_0 - tw)P(w)dS_n(w).$$

If the limit $d_P(f, x_0) \equiv \tilde{f}_{x_0}(+0)$ exists then we call it the spherical jump of the function f at the point $x_0 \in \mathbb{R}^n$ with respect to the harmonic polynomial $P(x)$. Let us note that if the function f is continuous at the point x_0 and integrable on the spheres $x_0 + tS_n$ for sufficiently small $t > 0$ then $d_P(f, x_0) = 0$ for each homogeneous harmonic polynomial $P(x) \neq const$.

Let $\mathbb{Q}^n = \{x \in \mathbb{R}^n : -\pi \leq x_j \leq \pi, \, j = 1, ...n\}$. Everywhere below the function $f \in L(\mathbb{Q}_n)$, $n \geq 2$, is 2π periodic in each variable x_j, $j = 1, ..., n$, and $P(x) \neq const$ is a homogeneous harmonic polynomial. A.P. Calderon and A. Zygmund [1] introduced the spherical Bochner-Riesz means of order $\delta \geq 0$ of conjugate Fourier series of the function by the equality

$$\tilde{S}_R^\delta(f, x) = \sum_{0<|m|<R} \left(1 - |m|^2/R^2\right)^\delta \hat{f}(m)\hat{K}(m) \exp(i\, mx), \quad R > 0.$$

Here $\hat{f}(m)$ are Fourier coefficients of the function and $\hat{K}(x)$ is the principal value of Fourier transform of the Riesz type kernel $K(x) = P(x/|x|)\,|x|^{-n}$, $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$, $n \geq 2$.

Theorem. Let the function $t \in Llog^+L(\mathbb{Q})$, $n \geq 2$, be bounded in a neighborhood of the point $x_0 \in \mathbb{R}^n$ and the variation of the function $\tilde{f}_{x_0}(t)$ be finite on some interval $[0, t_0]$, $t_0 > 0$. Then for the critical index $\gamma = \frac{n-2}{2}$ the equality

$$\lim_{R\to+\infty} \frac{\tilde{S}_R^\gamma(f, x_0)}{\ln R} = \frac{d_P(f, x_0)}{(2\pi)^n}$$

is valid.

This theorem is a multidimensional analog of a theorem of Lukacs (see [2], p. 127). There is also a non periodic analog of this theorem.

References

1. Barsegian G., Gamma-lines: on the geometry of real and complex functions, Taylor and Francis, London, New York, 2002.
2. Calderon A.P., Zygmund A. Singular integrals and periodic functions, Studia Math., 14 (1954), 249-271.
3. Bari N.K. Trigonometric series (in Russian). Fizmatgiz, Moscow, 1961.

ON INVERSION OF THE INTEGRAL WITH CONDITIONAL WIENER MEASURE

Z. Khechinashvili, G. Sokhadze
I.Javakhishvili Tbilisi State University
Email: khechinashvili@gmail.com; giasokhi1@i.ua

Consider the space $C_{t,X}$ of continuous functions on $[0,t]$ with fixed ends $x(0) = 0$ and $x(t) = X$. It is separable, real metrical space (linear if $X = 0$) with the metric $\rho(f,g) = \sup_{s\in[0,t]} |f(s) - g(s)|$.

The conditional Wiener measure on cylindrical sets

$$C^{b_1,\dots,b_n}_{a_1,\dots a_n} = \{x \in C_{t,X} : a_1 < x(t_1) < b_1, ..., a_{n-1} < x(t_{n-1}) < b_{n-1}\},$$

is defined by formula

$$\tilde{\mu}_w(C^{b_1,\dots,b_n}_{a_1,\dots a_n}) = \frac{1}{\sqrt{\pi^{n-1}t_1(t_2-t_1)...(t_{n-1}-t_{n-2})(t-t_{n-1})}}\times$$
$$\int_{a_1}^{b_1}\int_{a_2}^{b_2}...\int_{a_{n-1}}^{b_{n-1}} \exp\left\{-\frac{x_1^2}{t_1} - \frac{(x_2-x_1)^2}{t_2-t_1} - ... - \frac{(X-x_{n-1})^2}{t-t_{n-1}}\right\} dx_{n-1}...dx_2dx_1.$$

As usual we can extend this measure from algebra of cylindrical sets to the σ-algebra subsets of $C_{t,X}$.

For finite and continuous functional F on $C_{t,X}$ the integral on the conditional Wiener measure denote as $\int_{C_{t,X}} F[x(\tau)]\tilde{\mu}_w(dx)$.

We investigate the question of inversion for the convolution type relationship. In particular, consider

$$\Phi_X[y] = \int_{C_{t,X}} F[y-x]\tilde{\mu}_w(dx), \tag{1}$$

where Φ is known smooth functional on $C_{t,X}$ and F decision functional.

Using finite dimensional approximations we construct the procedure of inversion for (1) and find out the functional F.

Examples of statistical applications of obtained results are given.

EXAMPLES OF FRAMES ON THE CANTOR DYADIC GROUP

Yu. A. Farkov
Russian State Geological Prospecting University, Moscow, Russia
e-mail: farkov@list.ru

Let $\mathbb{Z}_2$ be the discrete cyclic group of order 2, i.e., the set $\{0,1\}$ with the discrete topology and modulo 2 addition. The Cantor dyadic group G is defined to be the subgroup of $\prod_{j\in\mathbb{Z}}\mathbb{Z}_2$ consisting of sequences

$$x=(x_j)=(\dots,x_{-2},x_{-1},x_0,x_1,x_2,\dots),$$

for which there exists $k=k(x)\in\mathbb{Z}$ such that $x_j=0$ for all $j<k$. The group operation on G is denoted by $\oplus$ and is the coordinate-wise addition modulo 2:

$$(z_j)=(x_j)\oplus(y_j)\iff z_j=x_j+y_j\,(\mathrm{mod}\,2)\quad\text{for all}\quad j\in\mathbb{Z}.$$

So, if θ is the zero sequence, then $x\oplus x=\theta$ for all $x\in G$ (i.e. each x is its own inverse). One can put a topology on G as the product topology inherits from $\prod_{j\in\mathbb{Z}}\mathbb{Z}_2$. It is well known that Walsh functions w_l are characters for G and that also the sets $U_l:=\{(x_j)\in G\mid x_j=0 \text{ for } j\le l\},\, l\in\mathbb{Z},$ form a complete system neighbourhoods of θ (see, e.g., [1]). Define an automorphism $A\in\operatorname{Aut}G$ by the formula $(Ax)_j=x_{j+1}$. Let

$$a_{l,s}(x):=2^{-s}\chi_0(A^{-s}x)w_l(A^{-s}x),\quad l,s\in\mathbb{Z}_+,$$

where χ_0 is the characteristic function of the set U_0. In particular, $a_{1,0}$ coincides with the Haar wavelet on G. For each fixed $s\in\mathbb{Z}_+$ the family $\{a_{l,s}\mid l\in\mathbb{Z}_+\}$ is an orthogonal basis for $L^2(U_s)$ (cf. [1, p. 12], [2, p. 41]). Observe also that any compactly supported orthogonal wavelet in $L^2(G)$ can be expanded in the gap series with respect to $a_{l,s}$ (see [3], [4]). In this talk, using the Daubechies type "admissible condition", we construct several examples of frames for $L^2(G)$ which are finite linear combinations of $a_{l,s}$. Then we present an example of a Parseval frame for $L^2(G)$ related to the generalized Walsh-Dirichlet kernel for G (cf. [5, Section 3]).

References

1. F. Schipp, W. R. Wade, and P. Simon, Walsh series: An introduction to dyadic harmonic analysis, Adam Hilger, Bristol and New York, 1990.
2. B. I. Golubov, Elements of dyadic analysis, LKI, Moscow, 2007 [in Russian].
3. Yu. A. Farkov, On wavelets related to the Walsh series, J. Approx. Theory 161 (2009), 259–279.
4. Yu. A. Farkov, Biorthogonal wavelets on Vilenkin groups, Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics 265 (2009), 101–114.
5. Yu. A. Farkov, Wavelets and frames based on Walsh-Dirichlet type kernels, Communications in Mathematics and Applications 1 (2010), 27–46.

ON THE CONVERGENCE AND DIVERGENCE OF FOURIER SERIES

Sh. Kheladze
Instititute of New Technologies, Tbilisi
email: ati@gol.ge

Let f be a 2π-periodic measurable function, integrable on T=[0,2π).

$\Psi = \{\psi_n\}_{n=0}^{\infty}$ is either a trigonometric system or a Walsh system (in terms of Pиli numeration) or a general multiplicative system normalized on T.

For the sake of brevity, a Fourier series with respect to the system $\Psi = \{\psi_n\}_{n=0}^{\infty}$ is called a Fourier-Ψ series .

We denote by S the set of 2π-periodic real measurable functions s satisfying the condition

|s(x)|=1, $-\infty < x < \infty$.

The following three results are well known in the Fourier series theory.

Theorem (L. Carleson). The Fourier-Ψ series of a square-integrable function converges almost everywhere.

Theorem (A.Kolmogorov). There exists an integrable function, the Fourier-Ψ series of which diverges at each point.

Theorem (Sh. Kheladze). For any integrable function f there exists a function s$\in$S such that the Fourier-Ψ series of functions sf converges almost everywhere.

The question is posed: can the latter theorem be strengthened so that if we multiply by -1 the values of the integrated function on some set, then we can obtain the convergence of the Fourier-Ψ series of the resulting new function at each point?

It turns out that the answer to this question is negative. Namely, the following statement is valid.

Theorem. There exists a bounded function f such that the Fourier-Ψ series of any functions sf, s$\in$S, diverges on an everywhere dense set.

In the context of the latter result there arises the problem the solution of which is unknown to us: for an arbitrary set E, E$\subset$T, of zero measure does there exist a continuous (or at least an unbounded) function f such that the Fourier-Ψ series of the function sf, s$\in$S, diverges at every point of the set E?

HIGHER RANK HAAR WAVELET BASES IN L^p_w(R) SPACES

T. Kopaliani
Iv. Javaxishvili State University, Faculty of Exact and Natural Sciences,
Institute of Mathematics
Email: t.kopaliani@math.sci.tsu.ge

Using Bellman function method, we prove that Haar wavelet system of rank N ($N \in \mathrm{N}, N \geq 2$) is unconditional basis in $L^p_w(\mathrm{R}),\ 1 < p < \infty$ if and only if $w \in A^N_p$. Note that the higher rank Haar wavelet system became of interest in connection with problems of p-adic (non-Archimedean) mathematical physics. The method was roughly influenced by Bellman's work in the (stochastic) optimal control theory. Recently the Bellman function method have proved to be an efficient tool for solving some problems in Harmonic analysis. Note that in the field of harmonic analysis the idea was first used by Burkholder to obtain sharp inequalities for martingale transforms. Further the method was developed by Nazarov, Treil and Volberg and used to reprove and strengthen many classical results in harmonic analysis.

THE RIEMAN-HILBERT PROBLEM IN WEIGHTED SMIRNOV CLASSES OF ANALYTIC FUNCTION

Z. Meshveliani
The Sokhumi state university

ABSTRACT. The Riemann-Hilbert problem

$$\mathrm{Re}[(a(t) + ib(t)])\phi^+(t)] = f(t)$$

is investigated in the weighted Smirnov classes $E_p(D^+_r;\ \rho);\ E_p(D^-_r;\ \rho)$, where D is the domain bounded by a simple, closed, oriented, piecewise-smooth curve with one angular point.

ON THE EXACTNESS OF WEYL MULTIPLIERS FOR ALMOST EVERYWHERE CONVERGENCE AND SUMMABILITY OF DOUBLE SERIES WITH RESPECT TO DIAGONAL BLOCK-ORTHONORMAL SYSTEMS

G. Nadibaidze
I. Javakhishvili Tbilisi State University
Email: g.nadibaidze@gmail.com

Block-orthonormal systems were introduced by Gaposhkin.In particular, he obtained some results on almost everywhere convergence of series with respect to block-orthonormal and block-independent systems.

We obtained the necessary and sufficient conditions on the length of blocks , when the Kacmarz's theorem is valid for the block-orthonormal series.Using proved theorems it is possible determine exact Weyl multipliers for the Cesaro (C,1) summability almost everywhere of block-orthonormal series in the case, when the Kacmarz's theorem is not true. We obtained the sufficient conditions on the length of blocks guaranteeing $(C,\alpha)(-1<\alpha<0)$-summability almost everywhere of block-orthonormal series.

Then it will be introduced a diagonal double Block-orthonormal systems and the conditions on the blocks are established, when the double series with respect to such systems are summable almost everywhere by Cesaro methods.

Moreover the exact Weyl multipliers for the convergence and summability almost everywhere of double series with respect to diagonal block-orthonormal systems were established.

Finally It is established the relation between the length of blocks and Weyl multipliers for the Cesaro summability almost everywhere of series with respect to diagonal block-orthonormal systems.

B^p სივრცის ფუნქციათა ზოგიერთი თვისების შესახებ

გ. ონიანი, ლ. ციბაძე
აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
მათემატიკის დეპარტამენტი, ქუთაისი
Email: giglaoniani@yahoo.com

ვთქვათ $D=\{z\in C:\ |z|<1\}$ და $H(D)$ აღნიშნავსD-ში ყველა ანალიზური ფუნქციების სიმრავლეს. დაუშვათ $\alpha>0$ რაიმე რიცხვია. $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n(f)\,z^n$ ფუნქციის α ფუნქციის რიგის წილადური ინტეგრალი ეწოდება ფუნქციას

$$f_{[\alpha]}(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+1+\alpha)}a_n(f)\,z^n,$$

სადაც Γ-ეილერის ფუნქციაა.

ვთქვათ $0<p<1$, $f\in H(D)$ ფუნქციას ეწოდება B^p სივრცის ფუნქცია, თუ

$$\|f\|=\int_0^1\int_0^{2\pi}(1-r)^{\frac{1}{p}-2}\left|f\left(re^{i\theta}\right)\right|drd\theta<+\infty.$$

მტკიცდება შემდეგი თეორემები:

თეორემა 1. თუ $f\in B^p$ და $\alpha=1+[p^{-1}]$, მაშინ $f_{[\alpha]}\in H^2$.

თეორემა 2. თუ $f\in B^p(D)$ და $\alpha=1+[p^{-1}]$, მაშინ $\forall z\in D$ ადგილი აქვს

$$f(z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{f_{[\alpha]}\left(e^{i\theta}\right)d\theta}{\left(1-ze^{-i\theta}\right)^{2+[p^{-1}]}}.$$

თეორემა 3. თუ $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n(f)\,z^n\in B^p$, მაშინ

1) $F(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(1+n)}{(n+1)\Gamma(n+2+[p^{-1}])}\,a_n(f)\,z^n\in A(D)$,

2) $F\left(e^{i\theta}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(1+n)}{(n+1)\Gamma(n+2+[p^{-1}])}\,a_n(f)\,e^{in\theta}\in AC\,[0,2\pi]$,

სადაც $A(D)=H(D)\bigcap C\left(\overline{D}\right)$, ხოლო $AC\,[0,2\pi]$ არის $[0,2\pi]$-ზე აბსოლუტურად უწყვეტი ფუნქციების სიმრავლე.

თეორემა 4. თუ $f\in B^p$, მაშინ სამართლიანია ფორმულები :

1) $f(z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}H_\alpha\left(z,e^{i\theta}\right)Ref_{[\alpha]}\left(e^{i\theta}\right)d\theta+iImf(0)$,

2) $f(z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}ReH_\alpha\left(z,e^{i\theta}\right)f_{[\alpha]}\left(e^{i\theta}\right)d\theta$,

სადაც $\alpha=1+[p^{-1}]$, $H_\alpha\left(z,e^{i\theta}\right)=\frac{2}{\left(1-ze^{-i\theta}\right)^{1+\alpha}}-1,\quad z\in D$.

FEJÉR MEANS OF VILENKIN-FOURIER SERIES

G. Tephnadze
Faculty of Exact and Natural Sciences, I. Javakhishvili State University, Tbilisi
Email: giorgitephnadze@gmail.com

In my talk I will discuss:

1. The boundedness of operator σ_n of the Fejér means of Vilenkin-Fourier series on the Hardy space H_p.

2. The boundedness of maximal operator

$$\sup_{n\in N}\frac{|\sigma_n f|}{\log^2(n+1)}$$

on the Hardy space H_p

განზოგადებულ სფერულ ფუნქციათა სისტემის მიმართ ფურიეს მწკრივების გარდაქმნა

ზ. წიკლაური
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
Email: zviad_tsiklauri@yahoo.com

მტკიცდება თეორემები განზოგადებულ სფერულ ფუნქციათა სისტემის მიმართ ფურიეს მწკრივების გარდაქმნის შესახებ. კერძოდ, მტკიცდება აუცილებელი და საკმარისი პირობები იმისა, თუ რა შემთხვევაში ეკუთვნის (a_n) მიმდევრობა (B,B), (C,C), (M,M), (B,C), (M,L), (L,B) კლასებს.

PARTIAL AND ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS AND APPLICATIONS

ჩვეულებრივი და კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებები და გამოყენებები

GMU 2010

STRESS FIELD SINGULARITIES IN PIEZOELECTRIC MEDIA

T. Buchukuri, O. Chkadua, R. Duduchava, D. Natroshvili
A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia
Email: t_buchukuri@yahoo.com

In the talk some three–dimensional interface crack problems for anisotropic metallic-piezoelectric composite bodies with regard to thermal effects are discussed. We study general asymptotic properties of solutions to the problem near the exceptional curves. Namely, we investigate in detail the asymptotic expansion of solutions at the interface crack edge and at the curve where the interface intersects the exterior boundary. The stress singularity exponents in this case can be explicitly calculated with the help of the principal homogeneous symbol matrices of the corresponding pseudodifferential operators.

We discuss the numerical examples which show that the that the stress singularities as well as the oscillating effect significantly depends on the piezoelectric constants and the orientation of the exceptional curve with respect to the axes of symmetry of piezoelectric medium. in particular, when the piezoelectric constants are sufficiently small, the stress singularities are equal to $-0,5$ similar to the materials lacking piezoelectric properties. Starting from some threshold value the stress singularities differ from $-0,5$ and simultaneously we have no more oscillation. calculations also show the considerable dependence of the stress singularities and oscillation parameters on the angle between the symmetry axis of the piezoelectric material and the normal of surface at the reference point.

ELECTROMAGNETIC SCATTERING BY ORTHOTROPIC WAVEGUIDE IRISES

D. Kapanadze, L. Castro, R. Duduchava
A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi
Email: daka@rmi.ge

The paper is devoted to the mathematical analysis of scattered time-harmonic electromagnetic waves by an infinitely long cylindrical orthotropic waveguide iris. This is modeled by an orthotropic Maxwell system in a cylindrical waveguide iris for plane waves propagating in the x_3-direction, imbedded in isotropic infinite medium. The problem is equivalently reduced to 2-dimensional boundary-contact problem with the operator $\mathrm{div}\, M\, \mathrm{grad} + k^2$ inside the domain and the (Helmholtz) operator $\Delta + k^2 = \mathrm{div}\,\mathrm{grad} + k^2$ outside the domain. Here M is a 2×2 positive definite, symmetric, matrix with constant, real valued entries. The unique solvability of the appropriate boundary value problems is proved and regularity of solutions is established in Bessel potential spaces.

ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანა მეტაჰარმონიული განტოლებისათვის

გ. ჭკადუა
ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი
Email: g.chkadua@gmail.com

მოხსენებაში მეტაჰარმონიული განტოლებისათვის განიხილება რიკიეს ტიპის შერეული და ეკრანის სასაზღვრო ამოცანები, აგრეთვე ამოცანები სპეციალური ტიპის სასაზღვრო პირობებით. განხილული ამოცანებისთვის დამტკიცებულია ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემები სობოლევ-სლობოდეცკის სივრცეებში. აღნიშნული სახის განტოლებები გვხვდება ტალღათა გავრცელების თეორიაში (სადაც განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა ე.წ. პირდაპირი და შექცეული ამოცანების გამოკვლევას), დრეკადი ტალღების თეორიაში, მემბრანათა რხევის თეორიაში და საინჟინრო და ფიზიკური მეცნიერების სხვა მრავალ გამოყენებით სფეროში. განხილული ამოცანები გამოკვლეულია პოტენციალთა მეთოდისა და ფსევდო-დიფერენციალურ ოპერატორთა თეორიის გამოყენებით, რაც საშუალებას იძლევა ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა დამტკიცდეს სასაზღვრო მონაცემების მიმართ გაცილებით უფრო სუსტი მოთხოვნებით, ვიდრე ეს კლასიკური მეთოდით იყო გაკეთებული. ამასთანავე ნაჩვენებია, რომ ეკრანის ტიპის ამოცანის შემთხვევაში არასტანდარტული დირიხლეს ამოცანის ამონახსნს გააჩნია უფრო მეტი სიგლუვე, ვიდრე შესაბამის კლასიკურად დასმულ რიკიეს ამოცანის ამონახსნს. აღსანიშნავია, რომ შერეული და ეკრანის ტიპის ამოცანები განეკუთვნებიან ამოცანათა ისეთ კლასს, რომელთა ამონახსნებს გააჩნიათ განსაკუთრებულობები ე.წ. სინგულარული წირების მიდამოში (ეკრანის ზედაპირის საზღვარი და სასაზღვრო პირობების ცვლილების წირი შერეული ამოცანის შემთხვევაში) უსასრულოდ გლუვი მონაცემების შემთხვევაშიც კი.

Localized boundary domain integral equation approach for second order partial differential equations with variable coefficients

O.Chkadua, S.E. Mikhailov, D. Natroshvili
A.Razmadze Mathematical Institute, Department of Mathematical Physics, Tbilisi
Email: chkadua7@yahoo.com

We consider the Dirichlet and Neumann boundary value problems for second order elliptic partial differential equations with variable coefficients and develop the generalized potential method based on the localized parametrix method. Our goal here is to show that solutions of the problems can be represented by localized potentials and that the corresponding localized boundary-domain integral operators (LBDIO) are invertible, which is very omportant from the point of view of numerical analysis, since they lead to very convenient numerical schemes in applications. In our case, the localized parametrix

is represented as the product of the corresponding Levi function of the differential operator and cut-off function supported on some neighbourhood of the origin. The localized potentials do not solve the original differential equation, while they preserve almost all mapping properties of the usual non-localized ones. By means of the localized layer and volume potentials we reduce to the localized boundary-domain integral equations (LBDIE) system. First we establish the equivalence between the original boundary value problems and the corresponding LBDIEs systems which proved to be a quiete nontrivial problem and plays a crucial role in our analysis. Afterwards we establish that the localized boundary domain integral operators obtained belong to the Boutet de Monvel algebra and with the help of the Vishik-Eskin theory , based on the factorization method (Wiener-Hopf method) , we investigate Fredholm properties and prove invertibility of the localized operators in appropriate function spaces.

KORN'S INEQUALITIES FOR SHELLS

R. Duduchava(1)
A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia
dudu@rmi.ge RolDud@gmail.com

We continue investigation of revised asymptotic model of a shell, started in [Du1,Du2]. Namely, we prove Korn's inequalities for the linearized change of the metric tensor of the middle surface of a shell. They play a crucial role in proving the uniqueness and the solvability of the equations derived in revised asymptotic model of a shell (see [Du2]), based on the calculus of tangential Gunter's derivatives, developed by R. Duduchava, D. Mitrea & M. Mitrea.

Let $\mathscr{S}$ denote the middle surface of a thin shell, $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ be the unit normal vector field to $\mathscr{S}$, $\mathscr{D}_4 := \partial_{\boldsymbol{\nu}} := \sum_{j=1}^{3} \nu_j \partial_j$ be the normal derivative, and $\mathscr{D}_j := \partial_j - \nu_j \partial_{\boldsymbol{\nu}}$, $j = 1, 2, 3$, denote the Günter's derivatives. Let $\mathrm{e}_1 := (1, 0, 0)^\top$, $\mathrm{e}_2 := (0, 1, 0)^\top$ and $\mathrm{e}_3 := (0, 0, 1)^\top$ be the canonical basis in $\mathbb{R}^3$ and $\mathrm{d}_j := \mathrm{e}_j - \nu_j \boldsymbol{\nu}$, $j = 1, 2, 3$, denote their projections on the tangent space to the surface $\mathscr{S}$, $\mathrm{d}_4 := \boldsymbol{\nu}$. Then $\mathrm{U} := \sum_{j=1}^{3} U_j \mathrm{e}_j = \sum_{j=1}^{4} U_j \mathrm{d}_j$, where $U_4 := (\boldsymbol{\nu}, \mathrm{U}) = \sum_{j=1}^{3} \nu_j U_j$ and let $\mathrm{U}^0 = (U_1, U_2, U_3)^\top$. The linearized change $\left[\mathfrak{d}_{jk}(\mathrm{U})\right]_{4\times 4}$ of the covariant metric tensor on $\mathscr{S}$ associated with a non-tangential displacement vector field $\mathrm{U} = (U_1, U_2, U_3, U_4)^\top$, coincides with the "deformation tensor" $\mathfrak{d}_{jk}(\mathrm{U}) = \frac{1}{2}\left[(\mathscr{D}_j^{\mathscr{S}}\mathrm{U})_k + (\mathscr{D}_k^{\mathscr{S}}\mathrm{U})_j\right] - (\partial_j \nu_k) U_4$, where $\mathscr{D}_j^{\mathscr{S}}\mathrm{U})_k := \mathscr{D}_j \mathrm{U})_k - (\boldsymbol{\nu}, \mathscr{D}_j \mathrm{U})\boldsymbol{\nu}$ denotes the covariant Gunter's derivative.

We will say that the subset $\Gamma_0 \subset \Gamma := \partial\mathscr{S}$ of the boundary of the hypersurface $\mathscr{S} \subset \mathbb{R}^n$ is non-flat if Γ_0 is not a subset of any hyperplane of codimension 2 in $\mathbb{R}^n$. Let

(1)The investigation was supported by the grant of the Georgian National Science Foundation GNSF/ST07/3-175

$\widetilde{\mathbb{H}}^s_p(\mathscr{S},\Gamma_0) := \{\varphi \in \mathbb{H}^s_p(\mathscr{S}) \;:\; \varphi(t)=0 \quad \forall\, t\in\Gamma_0\}$, $s \geqslant 1$, $1<p<\infty$.

THEOREM.ll Let $\mathscr{S} \subset \mathbb{R}$ be a $C^{1,1}$-smooth hypersurface, $s \geqslant 1$, $1 < p < \infty$. For the linearized change of the metric tensor $\left[\mathfrak{d}_{jk}(\mathrm{U})\right]_{4\times 4}$, associated with a non-tangential displacement vector field $\mathrm{U} = (U_1,U_2,U_3,U_4)^\top \in \mathbb{H}^s_p(\mathscr{S})$ of the surface $\mathscr{S}$, Korn's inequality

$$\left\|\mathrm{U}\middle|\mathbb{H}^s_p(\mathscr{S})\right\| \le M\left[\left\|\mathrm{U}^0\middle|\mathbb{H}^{s-1}_p(\mathscr{S})\right\|^p + \sum_{j,k=1}^{3}\left\|\mathfrak{d}_{jk}(\mathrm{U})\middle|\mathbb{H}^{s-1}_p(\mathscr{S})\right\|^p\right]^{1/p} \tag{1}$$

holds for a constant $M>0$ independent of the displacement vector field U.

If Γ_0 is a non-flat subset of the boundary and $\mathrm{U} = (U_1,U_2,U_3,U_4)^\top \in \widetilde{\mathbb{H}}^s_p(\mathscr{S},\Gamma_0)$, then

$$\left\|\mathrm{U}\middle|\mathbb{H}^s_p(\mathscr{S})\right\| \le M_2\left[\sum_{j,k=1}^{3}\left\|\mathfrak{d}_{jk}(\mathrm{U})\middle|\mathbb{H}^{s-1}_p(\mathscr{S})\right\|^p\right]^{1/p}. \tag{2}$$

The formulated theorem is an essential generalization of Korn's inequalities for asymptotic model of a shell obtained by W. Koiter, E. Sanchez-Palencia, P. Ciarlet and others (see Ci1]).

References

[Ci1] P.G. Ciarlet, Mathematical Elasticity, Vol. III: Theory of Shells, Studies in Mathematics and Applications, 29, Elsevier, North-Holland, Amsterdam, 2000.

[Du1] R. Duduchava, Lions's lemma, Korn's inequalities and Lamé operator on hypersurfaces, OT: Advances and Applications, Vol. 210, 43-77, 2010 Springer AG, Basel.

[Du2] R. Duduchava, A revised asymptotic model of a shell, pp. 1-42. To appear.

BOUNDARY CONTACT PROBLEMS WITH FRICTION OF DYNAMICS FOR HEMITROPIC ELASTIC SOLIDS

A. Gachechiladze, R. Gachechiladze
A.Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia
D. Natroshvili
Department of Mathematics,Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

In the present paper we investigate the three-dimensional boundary-contact problem of dynamics for homogeneous hemitropic elastic medium with regard for friction. The problem is equivalently reduced to a special spatial variational equation. The corresponding regularized equation depending on the parameter is written out and the questions on the existence of its solution are studied by the Faedo-Galerkin method. Some a priori estimates for the solution of the regularized equation are established; the estimates allow us to make the passage to the limit with respect both to dimension and to parameter. The limiting function turns out to be a solution of the variational inequality. The questions of the uniqueness of a solution follow directly from the properties of full potential energy. Such kind of problems in the classical theory of elasticity have been investigated in the monograph [DuLi1].

References

[DuLi1] G. Duvaut and J.-L. Lions, Les inéquations en mécanique et en physique. (French) Travaux et Recherches Mathématiques, No. 21. Dunod, Paris, 1972.

ნელა ზრდადი ანალიზური ფუნქციები

მ. გვარაძე
თბილისი, ახალი ტექნოლოგიების ინსტიტუტი
ati@gol.ge

გაცემულია ამომწურავი პასუხი ბაჯემილ-ზეიდელის კითხვაზე ანალიზური ფუნქციების განუზღვრელობის წერტილების შესახებ.

თეორება. ვთქვათ E, ერთეულ რადიუსიანი წრეწირის თვლადი ქვესიმრავლეა, ხოლო ω: [0,1) $\to$ [1,∞) ზრდადი შემოუსაზღვრელი ფუნქციაა. მაშინ არსებობს ანალიზური ფუნქცია F ისეთი, რომ

ა) F=fg სადაც g$\in$ H^{∞};

ბ) /F(z)/$\leq$ ω ($/z/$);

გ) Ref>0 და Imf არის უწყვეტი ჩაკეტილ წრეში;

დ) E სიმრავლის წერტილები და მხოლოდ ისინი არიან F-ის განუსაზღვრელობის წერტილები.

თეორემა. თუ ω: [0,1) $\to$ [1,∞) ზრდადი შემოუსაზღვრელი ფუნქციაა, მაშინ არსებობს f, /f(z)/$\leq$ ω ($/z/$);

1) f$\in$ H^1 და f$\notin$ $\bigcup_{p>1} H^p$

2) f$\in$BMO და f$\notin$ H^{∞}.

LOCALIZED POTENTIAL METHOD FOR GENERAL SCALAR ELLIPTIC EQUATIONS WITH CONSTANT COEFFICIENTS

D. Natroshvili
Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia
natrosh@hotmail.com

We develop a localized potential method for general scalar second order elliptic partial differential equations with piecewise constant coefficients (cf. [CMN-1, CMN-2, CMN-3, CMN-4, CMN-5]). The kernel functions of localized potentials are represented as products of the corresponding fundamental solutions (Levi functions) and appropriately chosen cut-off functions supported on sufficiently small regions. On the one hand, such approach reduces boundary-transmission problems to localized boundary-domain integral equations (LBDIEs) which are very convenient from the point of view of numerical analysis since it leads to linear algebraic systems with sparse matrices. On the other hand, the theoretical investigation of the LBDIEs and rigorous mathematical justification of the method are very involved. The main difficulties are related to the fact that the properties of the localized potentials and integral operators generated by them are essentially different from those known from the classical potential theory. In our presentation we will consider a wide class of boundary-transmission problems which are studied by the LBDIEs technique. We establish basic mapping properties of the localized Newtonian and surface layer potentials and reduce the original problems to LBDIEs equivalently. We investigate Fredholm properties of the corresponding localized boundary-domain integral operators and prove their invertibility which finally leads to the existence results for the LBDIEs under consideration.

References

[CMN-1] O. Chkadua, S. Mikhailov, and D. Natroshvili, Analysis of direct boundary-domain integral equations for a mixed BVP with variable coefficient. Part I. Equivalence and invertibility. J. Integral Equations Appl. 21(2009), No. 4, 499-542.

[CMN-2] O. Chkadua, S. Mikhailov, and D. Natroshvili, Analysis of direct boundary-domain integral equations for a mixed BVP with variable coefficient. Part II. Solution regularity and asymptotics. J. Integral Equations Appl., 22(2009), No. 1, 19-37.

[CMN-3] O. Chkadua, S. Mikhailov, and D. Natroshvili, About analysis of some localized boundary-domain integral equations for a variable-coefficient BVP. In: Advances in Boundary Integral Methods. Proceedings of the 6th UK Conference on Boundary Integral Methods (Edited by J. Trevelyan), 291–302. Durham University Publ., UK, 2007.

[CMN-4] O. Chkadua, S. Mikhailov, and D. Natroshvili, Analysis of some localized boundary-domain integral equations. J. Integral Equations Appl. 21(2009), No. 3,407–447.

[CMN-5] O. Chkadua, S. Mikhailov, and D. Natroshvili, Analysis of some boundary-domain integral equations for variable-coefficient problems with cracks. In: Advances in

Boundary Integral Methods. Proceedings of the 7th UK Conference on Boundary Integral Methods, 37–51. Nottingham University Publ., UK, 2009.

ABOUT ONE INTEGRAL EQUATION ARISING FROM PROBLEMS OF PENETRATION OF RADIATION

D. Shulaia
I.Vekua Institute of Applied Mathematics; Tbilisi State University

The aim of this work is to study, in the class of Hölder functions, the special type of linear integral equation with coefficient having simple zero in an interval under consideration and which frequently occur when investigating many important problems of penetration of radiation. Using the theory of complex analysis, the necessary and sufficient conditions for solvability of these equations are given.

SCREEN TYPE BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR THE VECTOR HELMHOLTZ EQUATION

L. Sigua
Tbilisi State University, Department of mathematic
Email: levsig@yahoo.com

The present paper is devoted to the study of problems of the mathematical theory of electromagnetic wave diffraction.

Similar classical boundary value problems in the Hilbert space have been studied in detail in the monograph by D. Colton and R. Kress "Integral Equation Methods in Scattering Theory" (A Wiley, IntersciencePublication, John Wiley & Sons, 1983), in which the boundary value problems Are reduced by means of vector potentials to a sys-tem of boundary integral equations. Analogous problems have also been considered in the works due to V. Kupradze, K. Muller, V. Wendland, M. Kostabel, P. Werner, etc.

When the boundary is an open surface (screen), the above-mentioned problems have been investigated by E. Stephan "Boundary Integral Equations for Mixed Boundary

Value Problems " (Preprint No. 848, TH. Darmstadt, 1984). In the same work the vector potential have been used to reduce the boundary value problem to a system of boundary pseudodifferential equations.

In the present paper, the similar boundary value problems are studied in the Besov and the Bessel potential spaces. The reduction of these problems to a system of boundary pseudodifferential equations is performed by means of ordinary scalar potentials. Structure and smoothness of a solution of these problems are established. Theorems on the existence and uniqueness of a solution of problems are proved. Almost the best smoothness for the screen type boundary value problems is established.

Consideration of screen type problems in the Besov and the Besselpotential spaces allows one to establish in natural (minimal) restrictions the smoothness of the solution. When considering the problems in the Hilbert space the analogous result can be obtained only in the case if we impose hard restrictions on the data of the problem.

ASYMPTOTIC BEHAVIOUR OF SOLUTION OF THE HYPERBOLIC EQUATIONS WITH PERIODIC COEFFICIENTS, WHEN THE CORRESPONDING HILL'S OPERATOR IS NON-POSITIVE

T. Surguladze
Akaki Tsereteli state University, Department of Mathematematic, Kutaisi
Email: temsur@mail.ru

It is considered asymptotic behaviour at $t \longrightarrow \infty$ solutions of problem

$$u_{tt} - u_{xx} + q(x) = 0 \tag{1}$$

$$u(x,0) = 0, u_t(x,0) = 0, t \geq 0, x \in [a,b] \tag{2}$$

in a case, when the corresponding Hill's operator nonpositive.

Following theorems are fair:

Theorem 1:If the left end of a spectrum of the corresponding Hill's operator coincides with zero the solution of a problem (1)+(2) looks like

$$u(x,t) = \zeta(x) + \frac{1}{\sqrt{t}}\left[u_1(x,t) + u_2(x,t)\right] + v(x,t) \tag{3}$$

where $\zeta(x)$, $u_1(x,t)$ and $u_2(x,t)$ known functions, and for function $v(x,t)$ the estimation is fair

$$\|v(x,t)| \leq \frac{C(b)}{t}\|f\|_{L^2} \tag{4}$$

The theorem 2: If the left end of a spectrum of the corresponding Hill's operator negative and also coincides with point $(-\alpha_0^2)$ the solution of a problem (1)+(2) looks like

$$u(x,t) = \frac{e^{\alpha_0 t}}{\sqrt{t}} \left(b_0 f_{\alpha_0} v_0(x) + v(x,t)\right)$$

where $v_0(x)$ is known function, and for function $v(x,t)$ the estimation (4) is fair.

DEGENERATE DIFFERENTIAL EQUATIONS ON INFINITE INTERVALS

L. Tepoyan
Yerevan State University, Faculty of Mathematics and Mechanics, Yerevan
Email: tepoyan@yahoo.com

We consider the following differential–operator equation

$$Lu \equiv (-1)^m (t^\alpha u^{(m)})^{(m)} + At^\beta u = f, \tag{1}$$

where $t \in (1, +\infty), f \in L_{2,-\beta}((1,+\infty), H), \alpha \neq 1, 3, \cdots, 2m-1$,$A$ is a linear operator in Hilbert space H and has a complete system $\{\varphi_k\}_{k=1}^\infty$ of the eigenfunctions, which form a Ries'z basis in H.

Let $\dot{C}^m = \{u \in C^m[1,+\infty), u^{(k)}(1) = u^{(k)}(\infty) = 0, k = 0, 1, \cdots, m-1\}$ and $L_{2,\beta} = \{u, \int_1^{+\infty} t^\beta |u(t)|^2\, dt < \infty\}$. Denote by $\dot{W}_\alpha^m$ the completion of $\dot{C}^m$ by the norm $\|u\|^2_{\dot{W}_\alpha^m} = \int_1^{+\infty} t^\alpha |u^{(m)}(t)|^2\, dt$. Note, that we have a continuous embedding $\dot{W}_\alpha^m \subset L_{2,\beta}$ for $\beta \leq \alpha - 2m$, which for $\beta < \alpha - 2m$ is compact.

First we consider one–dimensional case of the equation (1), i.e. $Au = au$ for some $a \in \mathbb{C}$. The function $u \in \dot{W}_\alpha^m$ is called the generalized solution for the equation (1) if $\forall v \in \dot{W}_\alpha^m$ we have the equality $(t^\alpha u^{(m)}, v^{(m)}) + a(t^\alpha u, v) = (f, v)$. Denote by B the one-dimensional operator in the case $a = 0$. It is easy to prove that the generalized solution for the equation $Bu = f$ exists and is unique $\forall f \in L_{2,-\beta}$. Denote by $\mathbb{B} = t^{-\beta} B$.

Theorem 1.The operator $\mathbb{B} : L_{2,\beta} \to L_{2,\beta}$ for $\beta \leq \alpha - 2m$ is positive, selfadjoint and the inverse operator $\mathbb{B}^{-1} : L_{2,\beta} \to L_{2,\beta}$ is continuous, which for $\beta < \alpha - 2m$ is compact. For $\beta = \alpha - 2m$ the spectrum of the operator $\mathbb{B}$ is purely continuous and $\sigma(\mathbb{B}) = \sigma_c(\mathbb{B}) = [4^{-m}(\alpha-1)^2(\alpha-3)^2 \cdots (\alpha-(2m-1))^2; +\infty)$.

The number $-a$ for the one-dimensional equation we can regard as a spectral parameter for the operator $\mathbb{B}$.

For the operator equation (1) using the equalities $u(t) = \sum_{k=1}^\infty u_k(t)\varphi_k$ and $f(t) = \sum_{k=1}^\infty f_k(t)\varphi_k$ we get an infinite chain of the ordinary differential equations

$$L_k u_k \equiv (-1)^m (t^\alpha u_k^{(m)})^{(m)} + a_k t^\beta u_k = f_k, k \in \mathbb{N}. \tag{2}$$

Theorem 2.The operator equation (1) is uniquely solvable $\forall f \in L_{2,-\beta}((1,+\infty),H)$ iff the equations (2) are uniquely solvable $\forall f_k \in L_{2,-\beta}$ and uniformly with respect to $k \in \mathbb{N}$ we have

$$||u_k||_{L_{2,\beta}} \leq c||f_k||_{L_{2,-\beta}}.$$

Note also that if the operator $A : H \to H$ is selfadjoint then for the spectrum of the operator $t^{-\beta}L = \mathbb{L}$ we have

$$\sigma\mathbb{L} \subset \sigma(\mathbb{B}) + \sigma(A).$$

References

1. P. A. Djarov, "Compactness of embeddings in some spaces with power weight", Izvestya VUZ–ov, Matematika, Vol. 8, 1988, 82–85(Russian).
2. L. D. Kudryavtzev, "On equivalent norms in the weight spaces", Trudy Mat. Inst. AN SSSR, Vol. 170, 1984, 161–190 (Russian).

SOME PROBLEMS OF PSEUDO DIFFERENTIAL EQUATIONS THEORY

V. Vasilyev
Bryansk State University, Department of Mathematics and Information Technologies, Bezhitskaya 14, Bryansk 241036, Russia
Email: vladimir.b.vasilyev@gmail.com

The author earlier has defined a special multi-dimensional singular integral G_a^m of Calderon-Zygmund type [vas]. It is related to the cone $C_+^a = \{x \in \mathrm{R}^m : x_m > a|x'|, `x' = (x_1, ..., x_{m-1},\ a > 0\}$. One assumes that A is elliptic pseudo differential operator with symbol $A(\xi),\ \xi \in \mathrm{R}^m$, satisfying the condition

$$c_1 \leq |A(\xi)(1+|\xi|)^{-\alpha}| \leq c_2,$$

and admitting the wave factorization with vanishing index with respect to C_+^a [vas]. The solution of model pseudo differential equation

$$(Au)(x) = f(x),\ x \in C_+^a,$$

is written with the help of operator G_a^m. It is interesting how is looked the operator G_a^m under $a \to \infty$. This case corresponds to crack in m-dimensional space. The author has done certain experiments (calculations) in two- and multi-dimensional case, and has obtained some results on type of operator G_∞^m.

References

[vas] Vasil'ev V.B. Wave factorization of elliptic symbols: theory and applications. Introduction to the boundary value problems in non-smooth domains. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Boston-London, 2000. ix, 192 pp.

APPLIED LOGICS AND PROGRAMMING
გამოყენებითი ლოგიკა და პროგრამირება

GMU 2010

შეზღუდვების გამოყენება ბუნებრივი ენის ტექსტების კომპიუტერული დამუშავებისათვის

ჯ. ანთიძე
ი.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი
Email: jeantidze@yahoo.com

მოხსენებაში განხილულია თვისებათა გრამატიკის გამოყენება ბუნებრივი ენის ტექსტების თვისებათა აღსაწერად. შეზღუდვები აგებულია თვისებათა მნიშვნელობების გამოყენებით. მოცემულია შეზღუდვებიანი ლოგიკური გამოსახულების აგებისა და გამოთვლის წესი სპეციალური გრამატიკის საშუალებით. აღწერილია, ქართული ენის მაგალითზე, თუ როგორ გამოვიყენოთ შეზღუდვები ბუნებრივი ენის ტექსტების კომპიუტერული მორფოლოგიური, სინტაქსური და სემანტიკური ანალიზისათვის. ნაჩვენებია, თუ როგორ აჩქარებს შეზღუდვების გამოყენება ტექსტების კომპიუტერულ დამუშავებას.

TOWARDS A PROOF THEORY OF ANALOGICAL REASONING

M. Baaz
Institute for Discrete Mathematics and Geometry, Vienna University of Technology
Wiedner Hauptstrasse 8/10, a-1190 Vienna, Austria
Email: baaz@logic.at

In this lecture we compare three types of analogies based on generalizations and their instantiations: 1. Generalization w.r.t. to invariant parts of proofs (e.g., graphs of rule applications etc.).2. Generalization w.r.t. to an underlying meaning. (Here proofs and calculations are considered as trees of formal expressions. We analyze the well-known calculation of Euler demonstrating that the 5th Fermat number is compound.) 3. Generalization w.r.t. to the premises of a proof. (This type of analogies is especially important for juridical reasoning.)

ON IMPLANTATION AND USAGE OF WRF-ARW MODEL ON THE SEE-GRID-SCI INFRASTRUCTURE

T. Davitashvili, R. Kvatadze, N. Kutaladze, G. Mikuchadze
I.Vekua Institute of Applied Mathematics, I, Javakhishvili State University, Tbilisi, Georgia
Georgian Research and Educational Networks Association, Tbilisi, Georgia
Georgian Hydro-meteorological Department, Tbilisi, Georgia
Email: tedavitashvili@gmail.com, ramaz@grena.ge, cwlam08@gmail.com

Global atmosphere models, which describe the weather processes, give the general character of the weather but can't catch the smaller scale processes, especially local weather for the territories with compound topography. Small-scale processes such as convection often dominate the local weather, which cannot be explicitly represented in models with grid size more then 10 km. A much finer grid is required to properly simulate frontal structures and represent cumulus convection.

About 85 percent of the total land area of Georgia occupies complex mountain ranges. Therefore for the territory of Georgia it is necessary to use atmosphere models with a very high resolution nested grid system taking into account main orographic features of the area.

We have elaborated and configured WRF-ARW model for Caucasus region considering geographical-landscape character, topography height, land use, soil type and temperature in deep layers, vegetation monthly distribution, albedo and others. On the grid WRF was compiled for both Open MP and MPI (Shared + Distributed memory) environment and WPS was compiled for serial environment using PGI (v7.1.6, MPI- version 1.2.7) on the platform Linux-x86. Simulations were performed using a set of 2 domains with horizontal grid-point resolutions of 15 and 5 km, both defined as those currently being used for operational forecasts. The coarser domain is a grid of 94x102 points which covers the South Caucasus region, while the nested inner domain has a grid size of 70x70 points mainly territory of Georgia. Both use the default 31 vertical levels. We have studied the effect of thermal and advective-dynamic factors of atmosphere on the changes of the West Georgian climate. We have shown that non-proportional warming of the Black Sea and Colkhi lowland provokes the intensive strengthening of circulation. Some results of calculations of the interaction of airflow with complex orography of Caucasus with horizontal grid-point resolutions of 15 and 5 km are presented.

Also with the purpose of study behaviour of nested grid method above complex terrain we have elaborated in sigma coordinate system short term prediction regional numerical model for Caucasus region. The results of computation carried out with one directional, two directional and new combined methods are given.

ACKNOWLEDGMENT. The authors were supported by the 7th Framework Program "SEE-GRID eInfrastructure for regional eScience", the Georgian National Science Foundation Grants #GNSF/ST07/5-211 and Grant #GNSF/ST09-614/5-210.

PρLog IN WEB RELATED APPLICATIONS

B. Dundua
I. Vekua Institute of Applied Mathematics, I, Javakhishvili State University, Tbilisi, Georgia
Email: bdundua@gmail.com

We illustrate the potential of strategy-based conditional hedge transformations in Web related applications. To achieve this goal, first, we present Pρlog [1], an experimental tool that extends logic programming with strategic conditional transformation rules, combining Pρlog with the ρLog calculus [2]. PρLog deals with hedges (sequences of terms), transforming them by conditional rules. Transformations are nondeterministic and may yield several results. Strategies provide a control on rule applications in a declarative way. Strategy combinators help the user to construct more complex strategies from simpler ones. Rules apply matching to the whole input hedge (or, if it is a single term, apply at the top position). Four different types of variables (individual, sequence, function, and context variables) give the user flexible control on selecting subhedges in hedges (via individual and sequence variables) or subterms/contexts in terms (via function and context variables). As a result, the obtained code is usually quite short, declaratively clear, and reusable.

Furthermore, we show suitability of PρLog in XML querying, validation, and Web reasoning. Various kinds of XML queries can be naturally expressed in PρLog. Moreover, it permits regular constraints to restrict possible values of sequence and context variables by regular hedge expressions and regular tree (context) expressions, respectively. These constraints are very useful, for instance, in validation of a given XML document with respect to a given DTD.

It should be noted that PρLog has not been implemented specifically for Web related applications. Its main purpose is to bring strategy-based conditional hedge transformations in the logic programming framework for general programming. However, as we demonstrate in this work, it can have interesting applications in Web related problems.

ACKNOWLEDGMENT. This research has been funded by the Georgian National Science Foundation (ref. YS09 2 1-120 and 09 184 1-120).

References

1. B. Dundua and T. Kutsia. .PρLog. Version 0.7. Available from: http://www.risc.jku.at/people/tkutsia/software.html.
2. M. Marin and T. Kutsia. Foundations of the rule-based system ρLog. Journal of Applied Non-Classical Logics, 16(1–2):151–168, 2006.

TOOL TO FIND THE BOUNDS OF OBJECTIVE FUNCTIONS FOR THE TASKS OF ONE-DIMENSIONAL BIN PACKING CLASS

G. Fedulov, Kh. Rukhaia, L. Tibua, N. Iashvili
I.Vekua Institute of Applied Mathematics, I, Javakhishvili State University, Tbilisi, Georgia

We research a class of 17 combinatorial models [1] that are semantically near to the known One-Dimensional Bin Packing (1DBP) task. All models have a large practical applications in the different areas: One-Dimensional Stock Cutting, placing of files on CDs, Scheduler Theory, a Container Loading and so on. A general description of class is following. Given a set of items $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, to each item a_k corresponds a weight $s(a_k)$ and a profit(cost) $p(a_k)$, $s(a_k) \geq s(a_{k+1})$. We need to divide the initial set A into M disjoint subsets $A_1, A_2, \ldots, A_M$, $\bigcup_{i=1}^{M} A_i = A$, $A_i \cap A_j = \emptyset$, $i \neq j$, $i, j \in [1, M]$ with the given properties. All subsets are independence ones and a sequence of weights within each subset is any. We called our list of 17 models as One-Dimensional Bin Packing Class. The optimization models 3-17 we can lead to the two base models Model I or Model II in process of solving.

Base Model I. Given a fixed list of bins $L = \{BIN_1, BIN_2, \ldots, BIN_M\}$, the B_i is a capacity of BIN_i, $B_i \geq B_{i+1}$, $S(L) \geq S(A)$, where $S(L) = \sum_{i=1}^{M} B_i$, $S(A) = \sum_{k=1}^{n} s(a_k)$. We need to pack A into L: $C_i \leq B_i$, $C_i = \sum_{a_k \in A_i} s(a_k)$ is a sum size of items (a bin content) of BIN_i, $i \in [1, M]$. An answer is YES if we can pack A into L and NO otherwise.

Base Model II. Given a fixed list of bins $L = \{BIN_1, BIN_2, \ldots, BIN_M\}$, the B_i and B'_i are the capacity and quota of BIN_i accordingly, $S'(L) \leq S(A) \leq S(L)$, where $S'(L) = \sum_{i=1}^{M} B'_i$, $S(L) = \sum_{i=1}^{M} B_i$. We need to pack A into L: $B'_i \leq C_i \leq B_i$, $i \in [1, M]$. An answer is YES if we can pack A into L and NO otherwise.

The models 3-17 are the NP-hard problems in strong sense to find the optimal solutions for the arbitrary initial data. We developed an estimation technology to build the fast bounds of objective functions. Our technology can be used as base to make the bounds of objective functions for the other models that use an idea to divide the initial set A into the disjoint subsets with the given properties. The technology is of the two blocks: the initial reduction and estimation corridor. The first block removes the dominate groups of weights from the initial data (A, L) and reduces to (A^*, L^*). The second block estimates an existence of reasonable solutions for a fixed number (M') of subsets. This block solves a problem: does exist a packing $A' \subseteq A$ into M' bins: $B_i^{\min} \leq C'_i \leq B_i^{\max}, i \in [1, M']$? At present we have a tool in C# 2008 as WindowsFormsApplication to solve the models of our class. On base of our tool we developed the fascinating computer games for people too. The main possibilities of our tool are: Comfortable User's Interface lets to load the input data by three way: Manual Input, File Input and Automatic Input by using a Random Number Generator; To choice a model with a brief description; To define the parameters of finding the solutions; To define the parameters to view the process of finding the solutions in graphic form; To view the process of finding the solutions in graphic form; To view statistics of modules that estimate the current partial solutions; To view a solution in graphic form; To view the bin contents in graphic form; To view an estimation corridor; Possibility to solve the tasks within a given time limit; Possibility to solve the large-size tasks; Tool is open to include new models; Tool can be used by users without the special mathematical knowledge.

References

1. Fedulov G., Rukhaia K., Tibua L., Gulua K., Iashvili N. Online tool to find the bounds of objective functions for a class of one-dimensional bin packing problems.

THE GROUNDING QUESTIONS OF THE MATHEMATICAL THEORY OF THE GEORGIAN LANGUAGE AND THINKING AND SOME SUBSYSTEMS OF THE 1ST VERSION OF THE VOICE MANAGED GEORGIAN INTELLECTUAL COMPUTER SYSTEM

K. Pkhakadze, G. Chichua, A. Vashalomidze, K. Gabunia, L. Abzianidze, A. Maskharashvili, N. Pkhakadze, M. Chiqvinoidze
Open Institute of the Georgian Language, Logic, and Computer (www.gllc.ge)
Email: gllc.ge.@gmail.com

We present the basic results of our researches, which are current for the aims to create Mathematical theory of the Georgian Language and Thinking (MTofGLT) and Voice Managed Georgian Intellectual Computer System with Listening and Speaking Abilities. Since 2003 these researches are current under the theoretical and technological aims declared by the State Priority Program (SPP) “Free and Complete Inclusion of a Computer in the Georgian Natural Language System” By now we have already crated the basic part of the MTofGLT and sum sub-systems of the 1st Version of the Voice Managed Georgian Intellectual Computer System (VMGeointel 1). At the conference we will shortly presented our here underlines. More concretely: (I) At the conference we will present Georgian Lingual Ideology (GLI). According to GLI any Natural Language and Thinking is a result of naturally extension of Primary Mathematical Theory (PMT). Here, the PMT is a formally extendable (i.e. symbolically developable) Euclid type axiomatic theory, which language is call as Primary Mathematical Language (PML) and which basic notions, axioms, general rules of inference, and general rules of extension is call as Primary Mathematical Concepts (PMC). The GLI is based on Prof. Sh.Pkhakadze’s notation theory and on the in our group already studding mathematical specifics of the Georgian Language and Thinking Also, we will present some PMC and some basic notions, some axioms, some rules of inference and some rules of extensions of the basic part of MT of GLT (II We will present some sub-systems of the VMGeointel 1. They are: Georgian Grammatical Spellchecker; Two-way Georgian-Mathematical Translator; Solver System of the Simple Georgian Logical Tasks; Two-way Many-Lingual (Georgian, English, German) Translator; Georgian Written Texts Reader with User's Possibility to Build in Own Synthetic Voice; Georgian Lexically Restricted Speech Recognizer; Georgian Voice Managed Internet with Reading Abilities; - It must underline, that all here listed experimental systems are unique in the sense, that there are no other similar type systems for Georgian Language.

აღნიშვნათა თეორიის საკითხები ხელოვნური ენებისათვის

ხ. რუხაია, ლ. ტიბუა
ი. ჯავახიშვილის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი. ვეკუას გმი და სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი; საქართველო
Email: khimuri.rukhaia@viam.sci.tsu.ge lali.tibua@viam.sci.tsu.ge

ცნობილია, რომ [1] ნაშრომში მიღებულ შედეგებს აქვს დიდი თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობა. იგი იძლევა იმის შესაძლებლობას, რომ ძირითადი თეორიის შესასწავლად ეფექტურად იქნეს გამოყენებული შემამოკლებელი სიმბოლოების დამატებით მიღებული მისი სხვადასხვა გაფართოებები. იგი ღრმად ავლენს სხვადასხვა მათემატიკურ თეორიებს შორის არსებულ კავშირებს. ამასთან, იგი პრაქტიკულად აუცილებელია მათემატიკური გამოკვლევების ავტომატიზაციისათვის და ისეთი სპეციალური სისტემების შექმნისათვის, რომლებსაც შეეძლებათ მათემატიკური ტესტების დამუშავება.[2,3]

ანალოგიური სიტუაციაა ხელოვნური ენების შემთხვევაში.აქ ძირითადი ენის როლს ასრულებენ კომპიუტერის(მანქანური) ენები, ხოლო შემამოკლებელი სიმბოლოებით გაფართოებული ენის როლში გამოდიან პროგრამული ენები. ყოველი პროგრამული ენა მიღებულია ახალი ოპერატორების შემოტანით(ამ ოპერატორებს შეგვიძლია ვუწოდოთ შემამოკლებელი სიმბოლოები). პროგრამული ენები, კომპიუტერის ენებთან შედარებით, ახლოს არიან ბუნებრივ ენებთან. პროგრამის შედგენისას პროგრამისტი იყენებს კომპიუტერული ენებისა და პროგრამული ენების დამაკავშირებელ ზოგად კანონებს, რომლებიც ჯერ დამტკიცებული არ არიან. მათ დასამტკიცებლად საჭიროა შესწავლილ იქნეს თანამედროვე პროგრამული ენების ოპერატორები, შემოტანილ იქნეს შემამოკლებე ლი სიმბოლოების რაციონალური ცნება და აგებულ იქნას ხელოვნური ენებისათვის შემამოკლებელ სიმბოლოთა თეორია. ასეთი თეორიის შექმნა ფაქტიურად ნიშნავს, რომ ამ თეორიის ენაზე დაწერილი პროგრამები იქნება სანდო. გარდა ამისა, ასეთი თეორიის შექმნა მოგვცემს საშუალებას გამოვიმუშაოთ რეკომენდაციები თუ როგორი უნდა იყოს მანქანური ენები, რა მიმართულებით უნდა განვითარდეს გამოთვლითი ტექნიკა, მათემატიკური ტესტების დასამუშავებლად როგორი ავტომატური მოწყობილობები უნდა შეიქმნას სა სხვა.

ლიტერატურა

[1] Pkhakadze Sh. Some Problems of the Notation Theory. Tbilisi, University Press, 1977.(In Russian).

[2] Chang Ch.L; Lee R.Ch. Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving; Academic Press New York;San Francisco London; 1973

[3] Rukhaia Kh.; Tibua L.; Chankvetadze G.; Dundua B. One Method of constructing a formal system; Aplied Mathematics,Informatics and Mechanics(AMIM)T.11N 2;2006

MATHEMATICAL EDUCATION AND HISTORY

მათემატიკური განათლება და ისტორია

GMU 2010

მართკუთხა სამკუთხედში გარეჩახაზული წრეწირების რადიუსების ფორმულები

ზ. ავალიანი
შოთა რუსთაველის სახ. სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ბათუმი

სამკუთხედში გარეჩახაზული ეწოდება წრეწირს, რომელიც ეხება ერთ გვერდს და დანარჩენი ორის გაგრძელებას.

სამკუთხედში ჩახაზული და გარეჩახაზული წრეწირების რადიუსების გამოსათვლელი ფორმულები მათემატიკურ ლიტერატურაში გვაქვს შემდეგი:

$$r = \frac{s}{p}, r_a = \frac{s}{p-a}, r_b = \frac{s}{p-b}, r_c = \frac{s}{p-c}.$$

მართკუთხა სამკუთხედისთვის გვაქვს ჩახაზული წრეწირის რადიუსის გამოსათვლელი უფრო მარტივი ფორმულა:

$$r = \frac{a+b-c}{2}.$$

მაგრამ არ არის მსგავსი ფორმულები გარეჩახაზული წრეწირის რადიუსებისათვის. ჩვენ გამოვიყვანეთ ეს ფორმულები, კერძოდ, დავამტკიცეთ, რომ მართკუთხა სამკუთხედში გარეჩახაზული წრეწირების რადიუსები გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$r_a = \frac{c+a-b}{2}, r_b = \frac{c+b-a}{2}, r_c = \frac{a+b+c}{2}.$$

აღსანიშნავია, რომ ეს ფორმულები არ მიიღება ზოგადის გამარტივებით, მიიღება უშუალოდ ძალიან მარტივად და ამიტომ კარგი იქნება მისი შეტანა სასკოლო სახელმძღვანელოში.

ლიტერატურა:

1. Д. О. Шклярский, Н. Н. Ченцов, И. М. Яглом. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. часть 2. Москва, 1952.
2. Т. Н. Яковлев, Пособие по математике, наука, 1985.

უმაღლესი მათემატიკის სწავლების ერთი კონცეფციის შესახებ

მ. დინუაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი თბილისი, კოსტავას ქ.77
Email: mziadin@mail.ru

განვითარებული საზოგადოების მოღვაწეობის თითქმის ყველა სფეროში მათემატიკას მნიშვნელოვანი ადგილი უკავია, რამაც აუცილებელი გახადა განსხვავებული დარგების სპეციალისტებისათვის უმაღლესი მათემატიკის სწავლების პროცესში გარკვეული მეთოდოლოგიური მიდგომის, კონცეფციის განხილვა და შესაბამისი სასწავლო პროგრამის შექმნა. კერძოდ, გეომეტრიული გარდაქმნების სწავლების მიზანშეწონილობა. ფორმათწარმოქმნის ამოცანებში, ფუნქციური თუ მხატვრული ფორმის ძიებისას გეომეტრიული გარდაქმნების პრინციპების გამოყენება პროფესიული დონის ამაღლების, სასწავლო, შემოქმედებითი და საწარმოო პროცესის ოპტიმიზაციის წინაპირობად უნდა ჩაითვალოს, რაც ქრესტომათიულია აფინურ და პროექციულ გარდაქმნებთან მიმართებაში [1]. სიმპტომატურია ამ პრინციპის გამოყენების მცდელობა არქიტექტურაში. კერძოდ, ფორმათწარმოქმნის კანონზომიერებათა პოსტულატების კრებულში, როგორიცაა ტრადიციული დისციპლინა - კომპოზიცია. სავარაუდოა შედეგების განვრცობა მომიჯნავე დისციპლინებზე, რომლებიც ემორჩილებიან კომპოზიციის კანონზომიერებებს [2]. ინტერესმოკლებული არ არის სიმეტრიის პრინციპის გამოყენება გეომეტრიულ ფორმათწარმოქმნაში, კერძოდ არქიტექტურულ-ბიონიკური ფორმების მოდელირებაში და ბიონიკური ფორმების შექმნა მთელისა და ელემენტის თვითმსგავსების, დანაწევრების და ტრანსფორმაციის ფრაქტალური პროცესის ამსახველი რეკურენტული ალგორითმის გამოყენებით. არსებითია გეომეტრიული გარდაქმნების გამოყენების შესაძლებლობა გარემოს ზემოქმედებისა და შესაბამისი საპროექტო ინსტრუმენტარიის ფორმალიზებულ აღწერაში. ყველაზე ზოგად შემთხვევებში იზობარები, იზოფოტები, იზოჰიფსები და სხვა (მატერიის, თუ ენერგიის კონცენტრაციის ზონების შესაბამისი კონტურები) ამის თვალსაჩინო დადასტურებაა [3]. არქიტექტურის და მშენებლობის ერთ-ერთი ძირითადი დანიშნულებაა ურბანული განვითარების ობიექტებზე (შენობა-ნაგებობებზე, ტერიტორიაზე), გარემოს ენერგეტიკულ ზემოქმედებას მოუძებნოს ახსნა და ადეკვატური პასუხი, გეომეტრიული გარდაქმნების ფორმით. ამის მაგალითია ავტორის მიერ შემოთავაზებული მოდელი - სფეროდ წარმოსახული ცის გუმბათისა და დაკვირვების წერტილიდან აგებული კონუსური ზედაპირის კვეთის მზის მოძრაობის ტრაექტორიად წარმოდგენისა და შემდგომ მისი ხილული ნაწილის (ინსოლაციისხანგრძლივობის ეკვივალენტური კვალის) გაზომვის მეთოდი [4]. განხილულია შუქტექნიკის პრობლემების აღწერის, შესწავლის, კვლევისა და მართვის სფეროში სისტემური მიდგომის და თანამედროვე ტექნიკური (CAD სისტემები) და მეთოდოლოგიური საშუალებების გამოყენების აუცილებლობა [5]. აღნიშნულია რომ გეომეტრიული მოდელირების უმნიშვნელოვანეს, ტრანსფორმაციის ეტაპზე ქმედითი აპარატია გეომეტრიული გარდაქმნების ფორმალიზმი, რაც შეიძლება განხორციელდეს ობიექტის, სუბობიექტის და გლო-

ბალურ (ობიექტთა სიმრავლის) დონეზე. შემოთავაზებული ინტერპრეტაცია გარკვეულწილად ორიენტირებულია არქიტექტურული ფიზიკის და სამშენებლო კლიმატოლოგიის პრობლემების ახლებურად გააზრებასა და მათი მოდელირების ერთიანი სისტემური მიდგომის ჩამოყალიბებაზე შესაბამის საინჟინრო სპეციალობების შემსწავლელი კონტინგენტისათვის.

ლიტერატურა

1. М. Берже, Геометрия, т. 1-2, М., 1984.
2. Г.Г. Азгальдов, Численная мера и проблемы красоты в архитектуре. М. Стройиздат. 1978.
3. Оболенский Н.В.. Архитектурная физика. М., Стройиздат. 1998.
4. მ.დინუაშვილი, ბუნებრივი განათების მოდელირება CAD სისტემებში. სტუ, „მართვის ავომატიზირებული სისტემები“ 2009.
5. J.D. Foley, A. Van Dam, Fundamentals of Interactive Computer Graphics. London, 1982.

ინფორმაციული ტექნოლოგიები და დინამიური გეომეტრია

ზ. გიუნაშვილი, ე. კორძაძე
ეროვნული სასწავლო გეგმების და შეფასების ცენტრი
Email: zgiunashvili@ganatleba.org

გეომეტრიის და ალგებრის ისეთი საკითხები, რომლებიც როგორც წესი, სასწავლო კურსებში განყენებულად და ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად ისწავლება, საკმაოდ ეფექტურად შეიძლება დაუკავშირდეს დინამიური გეომეტრიის კომპიუტერული პროგრამების გამოყენებით. ასეთი პროგრამების ერთ-ერთი გამორჩეული ნიმუშია GeoGebra. ამგვარი პროგრამების გამოყენება ამარტივებს ისეთი საკითხების შესწავლის პროცესს, რომლებიც მოითხოვს სივრცული წარმოსახვის უნარს, აბსტრაქტული აზროვნების საკმაოდ მაღალ დონეს. გარდა ამისა, მათი გამოყენება ზრდის მოსწავლის მოტივაციას, რაც ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ფაქტორია მასალის სრულყოფილად ათვისებისა და გააზრებისათვის.

მათემატიკის სწავლების ზოგიერთი პრობლემის შესახებ

გ. გოგიშვილი
საქართველოს საპატრიარქოს წმიდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი, თბილისი
Email: guram@mzera.com

1. როგორ გავხადოთ მათემატიკის სასკოლო მასალა მოსწავლისთვის საინტერესო და მისაწვდომი?
2. როგორ გავაღვივოთ მოსწავლის შემოქმედებითი აქტიურობა?
3. როგორ დაეუფლოს მოსწავლე მათემატიკის გამოყენებით ასპექტებს და აღიქვას მათი მნიშვნელობა, აღიქვას მათემატიკის როლი საზოგადოების განვითარებაში?

ამ და ზოგიერთი სხვა ამოცანის გადაწყვეტაში წარმატებას აღწევს მხოლოდ მაღალი განათლების, თავისი საქმით გატაცებული, შემოქმედი პედაგოგი - ვინც აკმაყოფილებს მასწავლებლის პროფესიულ სტანდარტს, ვინც მუდმივად ისწრაფის გაიღრმავოს და გაიფართოოს თავისი ცოდნა და უნარები, აითვისოს სწავლების სხვადასხვა ფორმა, გამოიყენოს ინფორმაციულ-საკომუნიკაციო ტექნოლოგიები.

მოხსენებაში წარმოდგენილია იმ პრობლემების ანალიზი, რომლებიც თანამედროვე სკოლის მათემატიკის მასწავლებელთა პროფესიული მოღვაწეობის შესწავლისას გამოვ-ლინდა. წარმოდგენილია სათანადო პრაქტიკული რეკომენდაციებიც.

სკოლამდელ ასაკში დაწყებითი მათემატიკის სწავლების პროგრამის შედგენის პრინციპები და თეორიული საფუძვლები

შ. მახარაძე, ქ. დონდოსი
შოთა რუსთაველის ბათუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
Email: shota_59@mail.ru

სასკოლო სწავლებისათვის ბავშვის ინტელექტუალური მზადყოფნის ერთ-ერთი ძირითადი მაჩვენებელი - მათემატიკური უნარ-ჩვევების განვითარების დონეა.

სკოლამდელ ასაკში დაწყებითი მათემატიკის ელემენტარული წარმოდგენების და საწყისების სწავლების განსაკუთრებულობა განპირობებულია: ინფორმაციის მოზღვავებით, რომელსაც ბავშვი ამ ასაკში ღებულობს; კომპიუტერისადმი გაზრდილი ყურადღებით; სურვილით, რომ სწავლების პროცესი გახდეს უფრო ინტენსიური; მშობლების სწრაფვით, რაც შეიძლება მალე ასწავლონ ბავშვებს ციფრე-

ბის ამოცნობა, თვლა, ამოცანების ამოხსნა, ლოგიკური აზროვნება და მსჯელობა. იკვეთება მთავარი მიზანი: გავზარდოთ ბავშვები მოაზროვნე პიროვნებებად, რომლებსაც შეეძლებათ სწორად შეაფასონ სიტუაციები, რომელთაც ყოველდღიურ ცხოვრებაში შეხვდებიან. მიიღონ დამოუკიდებელი გადაწყვეტილება.

მშობლები ხშირად ჩქარობენ მისცენ ბავშვს ცოდნის და აზროვნების ტრაფარეტული დოზა, რომელიც ბავშვის შესაძლებლობებს ხშირად არ ემთხვევა და მოსალოდნელი შედეგი ყოველთვის არ მოაქვს. ვთქვათ, უნდა ვაიძულოთ თუ არა ბავშვი იმეცადინოს მათემატიკა, თუ მისთვის ის მოსაწყენია? ეს საკითხი განსაკუთრებით მწვავედ დგას იმ მშობლებისათვის, რომელთა ბავშვები არ ან ვერ დადიან სკოლამდელი აღზრდის დაწესებულებებში, ამიტომ პედაგოგთა და მშობელთა ძირითადი ყურადღება მიმართული უნდა იყოს იმაზე, რომ სკოლამდელში აღვზარდოთ მოთხოვნილება, სწრაფვა და ინტერესი თვით შემეცნების პროცესისადმი, მის წინაშე არსებული წინააღმდეგობების გადალახვისადმი, დასახული მიზნის მისაღწევად დამოუკიდებელი გადაწყეტილების მოძებნის მცდელობისადმი, რადგანაც თვით უფროსებიც უფრო პროდუქტიულად მუშაობენ, როცა მათთვის საინტერესო და საყვარელი საქმით არიან დაკავებული. ზუსტად ასეთ შემთხვევაში მათ შეუძლიათ იშრომონ სრული დატვირთვით, დროის დაუთვლელად, ძალების დაუზოგავად, რათა მიიღონ კმაყოფილება თვით შრომის პროცესიდან.

სკოლამდელ ასაკში დაწყებითი მათემატიკის ელემენტების სწავლების პროგრამის შექმნის მიზანია მეცადინეობათა სისტემის შემუშავება, რომელიც ბავშვებში საწყისი მათემატიკური წარმოდგენების, აზროვნებისა და უნარ-ჩვევების განვითარების საფუძველი იქნება, რამაც მიზანმიმართულად ხელი უნდა შეუწყოს სკოლამდელთა თვალსაჩინო და წარმოდგენითი აზროვნების განვითარებას; სხვადასხვა ფორმების და საგნების მხედველობითი აღქმის უნარ-ჩვევების სრულყოფას; დროსა და სივრცეში ორიენტაციის უნარ-ჩვევების გამომუშავებას; პირველი ათეულის ფარგლებში თვლის უნარის ავტომატიზირებულ დონემდე მიყვანას.

პროგრამის პრაქტიკული მნიშვნელობა მიზანშეწონილია განისაზღვროს სამ ასპექტში: გამოიკვეთოს სასკოლო სწავლებისადმი მზადყოფნის ერთ-ერთი ძირითადი მაჩვენებელი; წარმოდგენილი იქნას სისტემატიზირებული მასალა დაწყებითი მათემატიკური წარმოდგენების, მეხსიერების, აზროვნების, წარმოსახვის, ბავშვების შემოქმედებითი და ფიზიკური უნარ-ჩვევების განვითარებისათვის; უნდა იყოს დამუშავებული მეცადინეობათა დაგეგმვისა და ჩატარების სისტემა.

ჯგუფთა თეორიის ზოგიერთი სიმრავლურ-თეორიული ასპექტის სწავლების შესახებ

თ. ტეტუნაშვილი
ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, დისკრეტული მათემატიკის და ალგორითმების თეორიის მიმართულება
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი; თბილისი
Email: ten21go@hotmail.com

საყოველთაოდაა ცნობილი ჯგუფთა თეორიის მნიშვნელობა მათემატიკის სხვადასხვა მიმართულებებისათვის. ამჯერად შევეხებით ჯგუფთა თეორიასთან დაკავშირებულ ზოგიერთ არაეფექტურ ასპექტს. გადამწყვეტი როლი არაეფექტური ასპექტებისათვის აქვს ე. ცერმელოს ამორჩევის აქსიომას, რომელიც, როგორც წესი, ან საერთოდ არ განიხილება უმაღლესი მათემატიკის კურსში, ან განიხილება არასაკმარისი სიღრმით, რაც უდავოდ მნიშვნელოვანი ნაკლია უმაღლესი მათემატიკის თანამედროვე კურსისათვის. ბუნებრივია, სტუდენტს უმაღლესი მათემატიკის კურსის გავლის შედეგად ღრმად უნდა ჰქონდეს გააზრებული ისეთი ცნებები, როგორებიცაა ჯგუფი, სიმრავლის სიმძლავრე, ზომადი და არაზომადი სიმრავლე (რო- მლის არსებობა პირდაპირი შედეგია ცერმელოს ამორჩევის აქსიომისა), ამ ცნებებ- თან დაკავშირებული ესა თუ ის მნიშვნელოვანი დებულება. მიზანშეწონილად მიგვაჩნია, რომ სტუდენტს შევასწავლოთ ჯგუფთა თეორიის მნიშვნელობა ისეთი საკითხებისათვის, როგორებიცაა სიმეტრიის ცნების ზუსტი და ზოგადი განსაზღვრა, სხვადასხვა გეომეტრიული ბუნების მქონე ობიექტების კლასიფიკაცია და გამოკვლევა. აღნიშნულის ერთ-ერთ საუკეთესო მაგალითს წარმოადგენს ა. პუანკარეს მიერ შემოტანილი ფუნდამენტური ჯგუფი. ძირითად გეომეტრიულ სივრცეზე გარდაქმნათა გარკვეული ჯგუფის მოქმედებასთან და ამ სივრცის არაზომადი ქვესიმრავლის არსებობასთან დაკავშირებულია სხვადასხვა ფიგურებისა და სივრცის პარადოქსული დაყოფები, რომელთაგან განსაკუთრებული აღნიშვნის ღირსია ბანახ-ტარსკის თეორემა (ე.წ. ბანახ-ტარსკის პარადოქსი). ეს თეორემა მიჩ- ნეულია სიმრავლეთა თეორიისა და ჯგუფთა თეორიის სინთეზის ერთ-ერთ ყვე- ლაზე ღრმა და პარადოქსულ შედეგად. ასე რომ, მიზანშეწონილია უმაღლესი მათე- მატიკის კურსში ბანახ-ტარსკის პარადოქსის განხილვა. აღვნიშნოთ, რომ სივრცის პარადოქსულ დაყოფებში საზოგადოდ და მათ შორის ბანახ-ტარსკის თეორემაში კერძოდ, ჯგუფთა თეორიის ფუნდამეტური როლი და მნიშვნელობა პირველად შეამჩნია და გამოიკვლია ჯ. ფონ-ნეიმანმა. ამრიგად, მიგვაჩნია, რომ უმაღლესი მათემატიკის ნებისმიერ კურსში სათანადო სიღრმით უნდა განიხილებოდეს, როგორც ის ღრმა კავშირები, რომლებიც არსებობს ჯგუფთა თეორიასა და სიმრავლეთა თეორიას შორის, ასევე ამ კავშირებიდან გამომდინარე მნიშვნელოვანი შედეგები. დაბოლოს შევნიშნოთ, რომ აღნიშნული საკითხების ცოდნა წარმოადგენს სრულფასოვანი და თანამედროვე მათემატიკური განათლების განუყოფელ ნაწილს.

ელემენტარული ფუნქციების უწყვეტობის სწავლება უმაღლესი სკოლის მათემატიკის კურსში

ლ. ციბაძე, გ. ბერძულიშვილი
აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, ქუთაისი
Email: lamara1980@yahoo.com

ელემენტარულ მათემატიკაში ჩამოთვლილი ფუნქციების თვისებები ძირითადად დგინდება ემპირიულ (აღწერილობით) დონეზე. აქ გამოიყენება თვალსაჩინო არითმეტიკული და გეომეტრიული მოსაზრებები. მაგალითად, ავიღოთ ლოგარითმული ფუნქცია, თუ მას ვასწავლით მათემატიკის სპეციალობაზე საშუალო სკოლის მეთოდიკით, მაშინ ჩვენ აღმოვჩნდებით სერიოზული წინააღმდეგობის წინაშე. ეს გამოწვეულია შემდეგი მოსაზრე-ბებიდან: 1) საშუალო სკოლის სახელმძღვანელოებში ინტუიციურ დონეზეა მოცემული მაჩვენებლიანი ფუნქციის განსაზღვრა, როცა ხარისხი ირაციონალური რიცხვია. 2) ასევე ინტუიციურ დონეზე დაყრდნობით არის წარმოდგენილი მაჩვენებლიანი ფუნქციის თვისებები, ვინაიდან მათი დამტკიცება არსებითად სცილდება სასკოლო მათემატიკის კურსის ფარგლებს. 3) ლოგარითმული ფუნქცია განისაზღვრება, როგორც მაჩვენებლიანი ფუნქციის შექცეული ფუნქცია, პირდაპირი და შექცეული ფუნქციების ურთიერთდამოკიდებულების შესახებ თეორიების მკაცრი დამტკიცება ვერ ხერხდება სასკოლო მათემატიკის კურსში. 4) სასკოლო მათემატიკის კურსი ვერ იძლევა დადებითი რიცხვის ლოგარითმის არსებობის დამაჯერებელ დამტკიცებას. 5) ყოველივე ზემოთ ნათქვამი, მხოლოდ მათემატიკური ანალიზის მეთოდების გამოყენებით არის შესაძლებელი. მათემატიკური ანალიზის მეთოდები საშუალებას გვაძლევს მოვიყვანოთ ამ ფუნქციების სრული და მკაცრი განმარტება. ელემენტარული ფუნქციების ყველა თვისება სრულყოფილად შეიძლე-ბა შევისწავლოთ ნამდვილი და კომპლექსური ანალიზის მეთოდების შერწყმით. მაგრამ, ვინაიდან, მაჩვენებლიანი, ლოგარითმული და ხარისხოვანი ფუნქციების განმარტებები შეგვიძლია გავაკეთოთ მონოტონური ფუნქციის თვისებების შესწავლის შემდეგ და რადგან ეს უკანასკნელი ისწავლება ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის პირველ კურსზე, ამიტომ საშუალება გვეძლევა, ზემოთ ხსენებული ფუნქციების სწავლება მოხდეს პირველ კურსზე. რამდენადმე რთული სიტუაციაა ტრიგონომეტრიულ ფუნქციებთან დაკავშირებით, ვინაიდან მათი განმარტება ეყრდნობა წრეწირის რკალის სიგრძის ცნებას და ეს უკანასკნელი კი მოითხოვს შემოსაზღვრული ვარიაციის მქონე ფუნქციის შესაწავლას, ამიტომ მიზანშეწონილად მიგვაჩნია პირველ კურსზე მოხდეს ამ საკითხების სწავლება, რადგან კარგი იქნება, თუ სტუდენტებს დავანახებთ ტრიგონომე-ტრიული ფუნქციების ნამდვილ ბუნებას

მათემატიკის მასწავლებელთა მომზადების საუნივერსიტეტო პროგრამის შესახებ

თ. ვეფხვაძე
ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
Email: t-vepkhvadze@hotmail.com

მიმდინარე განათლების რეფორმა საჭიროებს ახალი, პრინციპულად განსხვავებული მასწავლებლის მომზადებას. შეიცვალა სასკოლო მათემატიკის შინაარსი, ინერგება სწავლების ახალი მეთოდები. შესაბამისად, საჭიროა განხორციელდეს ცვლილებები მასწავლებელთა მომზადების პროგრამებშიც.

ნაშრომში შემოთავაზებულია მათემატიკის მასწავლებლის მომზადების ახალი პროგრამა. დამუშავებულია და გაანალიზებულია უცხოური გამოცდილება, ამ მი- მართულებით არსებული სამეცნიერო ლიტერატურა; ცნობილ მეცნიერთა მოსაზრებები მათემატიკის მასწავლებელთა მომზადების შესახებ. პიაჟეს, ბრუნერის, კლაინის, ფროიდენტალის, პოიას და სხვათა კონცეფციების კრიტიკული ანალიზის საფუძველზე შედგენილია ახალი სასწავლო გეგმის განხორციელებისთვის აუცილებელი ღონისძიებების პროგრამა.

MECHANICS OF CONTINUA
უწყვეტ ტანთა მექანიკა

GMU 2010

თერმოელასტოსტატიკის პირველი სასაზღვრო ამოცანა ტრანსვერსალურად იზოტროპული სიბრტყისათვის მრუდწირული ჭრილებით

ლ. ბიწაძე
ი. ვეკუას სახ. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი
Email: lamarabits@yahoo.com

რეზიუმე. ნაშრომში განხილულია თერმოელასტოსტატიკის პირველი სასაზღვრო ამოცანა (ჭრილის ორივე ნაპირზე მოცემულია გადაადგილების ვექტორის და ტემპერატურის ზღვრული მნიშვნელობები) ტრანსვერსალურად იზოტროპული თერმოდრეკადი სიბრტყისათვის მრუდწირული ჭრილებით. პოტენციალთა მე- თოდისა და სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა თეორიის გამოყენებით დასმული ამოცანის ამოხსნა მიყვანილია ინტეგრალური განტოლების ამოხსნაზე, დამტკიცებულია ფრედჰოლმის თეორემების სამართლიანობა მიღებული ინტეგრალური განტოლებისათვის

References

[1] Nowachi W., Thermoelasticity, Moscow(Russian), 1962.

[2] Kupradze V.D. , Gegelia T.G., Basheleishvili M.O. and Burchuladze T.V., Three-dimensional Problems of the Mathematical Theory of Elasticity and Thermoelasticity, North-Holland Publ. Company, Amsterdam-New -York- Oxford, 1979.

EXPLICIT SOLUTIONS OF THE BOUNDARY VALUE PROBLEMS OF THE THEORY OF CONSOLIDATION WITH DOUBLE POROSITY FOR HALF-SPLACE

L. Bitsadze, M. Basheleishvili
Ilia State University, Tbilisi, Georgia
E-mail: lamarabits@yahoo.com

Abstract The purpose of this paper is to consider three-dimensional version of statics of the Aifantis' equation of the theory of consolidation with double porosity, to study the uniqueness and existence of solutions of basic boundary value problems (BVPs) and effectively solved the basic BVPs for half-space. In this work we intend to extend potential method and the theory of integral equation to BVPs of the theory of consolidation with double porosity. For all problems we construct Fredholm type integral equations. We construct one particular solution for the Aifantis' equation of statics and we reduce the solution of basic BVPs of the theory of consolidation with double porosity to the solution of the basic BVPs for the equation of an isotropic body. In this paper we construct Poisson type formula for the solution of the first and of the second boundary value problem for the half-space.

Acknowledgement: The designated project has been fulfilled by financial support of Georgia National Science Foundation (Grant #GNSF/ST08/3-388). Any idea in this publication is possessed by the author and may not represent the opinion of Georgia National Science Foundation itself.

References

[1] DR.K.Wilson and E.C. Aifantis (1982). On the theory of consolidation with double porosity-I, Int. J. Engng. Sci., 20, 1009-1035. [2] D.E. Beskos and E.C. Aifantis (1986). On the theory of consolidation with double porosity II, Int. J. Engng. Sci., 24, 1697-1716.

INCOMPRESSIBLE FLUID-CUSPED PLATE INTERACTION PROBLEM IN CASE OF THE ZERO APPROXIMATION OF I. VEKUAS HIERARCHICAL MODELS

Natalia Chinchaladze
I.Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv. Javakhishvili State University, Tbilisi, Georgia,
Email: chinchaladze@gmail.com

I.Vekua [1] introduced linear hierarchical models for elastic prismatic shells which was based on expansion into orthogonal Fourier-Legendre series with respect to the plate thickness variable. By taking into account only the first $N+1$ terms of the expansions, he introduced the so-called N-th approximation. Each of these approximations ($N = 0, 1, ...$) can be considered as an independent mathematical model of plates. We consider elastic cusped plate, i.e., shells whose thickness vanishes either on a part or on the whole boundary of the shell middle surface.

The aim of this talk is to study solid-fluid interaction problem where continuity conditions of displacements and stresses are fulfilled at the interface and the solid is an elastic cusped plate in the zero approximation of I.Vekuas hierarchical models.

References

1 I. Vekua, Shell Theory: General Methods of Construction. Pitman Advanced Publishing Program, Boston-London-Melbourne, 1985, 287 pp.

2 Chinchaladze N., Gilbert R. P., Jaiani G., Kharibegashvili, S., Natroshvili, D. Cusped Elastic Beams under the Action of Stresses and Concentrated Forces. Applicable Analysis, Vol. 89, No. 5, 757-774, 2010.

ON NUMERICAL MODELING OF SPILLING OIL DISTRIBUTION INSHORE WATERS OF THE BLACK SEA

T. Davitashvili , G. Geladze, T. Imnadze, N. Begalishvili, D. Demetrashvili
I.Vekua Institute of Applied Mathematics of Tbilisi State University,2 University St. 0186, Tbilisi, Georgia.
E-mail : tedavitashvili@gmail.com
Institute of Hydrometeorology, 150a David Agmashenebeli Ave.. 0112, Tbilisi, Georgia.
E-mail : nb@gw.acnet.ge
Institute of Geophisics, 1, M. Aleksidze St., 0193, Tbilisi, Georgia.
E-mail : kuktav@email.com

Oil and mineral oils have toxic influence upon the groups of sea organisms. Therefore it is necessary to define the zone of possible spreading of oil pollution upon the area of sea-water, at the bottom and on shore – otherwise Affected Zone (AZ) of shore oil discharge into the sea, which may occur as a result of railway accident in the seaside of Black Sea in the Region of Supsa-Kobuleti-Batumi or at the break of the oil-pipe line in the port of Batumi. In the present work by numerical modeling we have studied spilled oil distribution inshore waters of the Black Sea. Namely the results of numerical calculations have shown that after 3-4 days from dangerous and catastrophic disastrous oil spilling in the Georgian sector of the Black Sea practical surface, bottom and coastal pollution formation is completed. It is necessary to note that there are considerable distinctions between spilled oil concentrations distribution in summer and winter. In all cases pollution follows the main background currents and spreads in the north-west direction. But there are observed much more intensive (fast) distribution in winter due to more active turbulence. That is why it is observed oil products involving in cyclone type circle circulation current which stipulate oil products spreading to the south at the Turkish Sea shore (coastal line).The heavy results of oil pollution have been discovered when oil had spilled nearer of oil terminal in Kulevi for accidental and especially for catastrophic ocean occurrence events. Considerable lass pollution of surface and coastal areas was observed due to catastrophic spillage in the open sea, because after 4-5 days the area of pollution was going out from Georgian sector to Russian's coastal are in the direction of Sea of Azov.

ACKNOWLEDGMENT

The authors were supported by the the Georgian National Science Foundation Grant #GNSF/ ST09-614/5-210.

60

APPLICATION OF THE METHOD OF NORMED MOMENTS FOR THE NON-SHALLOW SHELLS

B. Gulua
I. Vekua Institute of Applied Mathematics of
Iv. Javakhishvili Tbilisi State University,Tbilisi
Sokhumi State University,Tbilisi

Email: bak.gulua@gmail.com

In the paper we consider non-shallow shells.

The system of equilibrium equations of the continuous medium and stress-strain relation (Hook's law) have the form:

$$\frac{1}{\sqrt{g}}\partial_i\Big(\sqrt{g}\sigma^i\Big)+\Box=0,\quad \Big(\partial_i=\frac{\partial}{\partial x_i},\ i=1,2,3\Big),$$

$$\sigma^i=\lambda\Big(\mathrm{R}^k\partial_k\mathrm{u})\mathrm{R}^i+\mu\Big(\mathrm{R}^i\partial_k\mathrm{u})\mathrm{R}^k+\mu\Big(\mathrm{R}^i\mathrm{R}^k)\partial_k\mathrm{u},$$

where g is the discriminant of the metric tensor of the space curvilinear coordinates x^i, σ^i and $\Box$ are, respectively, the contravariant "constituents" of the stress vector and an external force, u is the displacement vector, R^i and R_i are contravariant and covariant base vectors of the space.

By means of I.N. Vekua method the three-dimensional problems of the theory of elasticity are reduced to the tow dimensional problems.

For these tow dimensional problems we used the method of normed moments.

CUSPED SHELLS AND BEAMS

G. Jaiani
I.Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv. Javakhishvili Tbilisi State University,
2 University St., Tbilisi 0186, Georgia, Email: george.jaiani@gmail.com

The present lecture is devoted to the up-dated exploratory survey of the title topics. Under cusped shells (see, e.g., [1-3]) we understand shells whose thickness vanishes either on a part or on the whole boundary of the shell middle surface. Beams are called cusped ones (see, e.g., [4,5]) if at least at one end of the beams the area of its cross-section vanishes. Mathematically the corresponding problems lead to non-classical, in general, boundary value and initial-boundary value problems for governing degenerate ordinary and partial differential equations and systems. At present we have sufficiently complete theory of elastic cusped prismatic shells and beams but study of general cusped shells remains topical. The first part deals with the hierarchical models of cusped shells, mainly, prismatic ones (explicit solutions for cusped elastic prismatic shell-like bodies; variational formulation of the basic 3D problem for prismatic shell-like bodies; approximating function spaces; variational formulation in particular spaces; existence and uniqueness theorems; convergence results; derivation of the basic system of two-dimensional models; the case of general systems; the case of the Legendre polynomials (Vekua's system); existence and uniqueness theorems for cusped prismatic shells in the N-th hierarchical model). Cusped Kirchhoff-Love plates are presented as well. The second part of the lecture deals with the hierarchical models of cusped beams (construction of hierarchical models; variational formulation of the basic three-dimensional problem for beam type bodies; approximating function spaces; existence results; convergence results) and cusped Euler-Bernoulli beams (properties of the general solution of the degenerate Euler-Bernoulli equation; solution of boundary value problems, vibration and dynamical problems). The third part deals with relations of hierarchical models of cusped elastic shells and beams to three-dimensional models [6].

References

1. Vekua I. Shell Theory: General Methods of Construction. Pitman Advanced Publishing Program, Boston-London-Melbourne, 1985, 287 pp.

2. Jaiani G. On a Physical Interpretation of Fichera's Function, Acad. Naz. dei Lincei, Rend. della Sc. Fis. Mat. e Nat., S. VIII, Vol. LXVIII, fasc. 5, 426-435, 1980

3. Jaiani G., Kharibegashvili S., Natroshvili D., Wendland W.L. Two-dimensional Hierarchical Models for Prismatic Shells with Thickness Vanishing at the Boundary, Journal of Elasticity, Vol. 77 (2004), No. 2, 95-122, 2005

4. Jaiani G. On a Mathematical Model of Bars with Variable Rectangular Cross-sections, ZAMM-Zeitschrift fuer Angewandte Mathematik und Mechanik, Vol. 81, No. 3, 147-173, 2001

5. Chinchaladze N., Gilbert R. P., Jaiani G., Kharibegashvili, S., Natroshvili, D. Cusped Elastic Beams under the Action of Stresses and Concentrated Forces. Applicable Analysis, Vol. 89, No. 5, 757–774, 2010

6. Jaiani G., On Physical and Mathematical Moments and the Setting of Boundary Conditions for Cusped Prismatic Shells and Beams, IUTAM Bookseries, Vol. 9, 133-146, Springer, 2008

თერმოდრეკადობის ზოგიერთი არაკლასიკური სამგანზომილებიანი ამოცანის დასმა და ეფექტური ამოხსნა

ნ. ხომასურიძე, რ. ჯანჯღავა

ივ.ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი

Email: Khomasuridze.nuri@gmail.com, romanijan@rambler.ru

დრეკადობის თეორიაში არსებობს მთელი რიგი ამოცანებისა, რომელთაც შეიძლება ეწოდოთ არაკლასიკური იმ გაგებით, რომ სასაზღვრო ზედაპირის ნაწილ-

ზე მოცემული სასაზღვრო პირობების რაოდენობა მეტი ან ნაკლებია კლასიკური ამოცანის შემთხვევა-სთან შედარებით, ან კიდევ პირობები საზღვარზე დაკავშირებულია პირობებთან სხეულის შიგნით (ე.წ. არალოკალური ამოცანები).

წარმოდგენილ მოხსენებაში კი დასმულია და, ცვლადთა განცალების მეთოდით, ეფექტურადაა ამოხსნილი თერმოდრეკადობის შემდეგი არაკლასიკური ამოცანები.

განზოგადებულ ცილინდრულ კოორდინატთა სისტემაში განიხილება საკოორდინატო ზედაპირებით შემოსაზღვრული სასრული სხეულების თერმოდრეკადი წონასწორობა. განსახილველი სხეულის გვერდით ზედაპირებზე მოცემულია სპეციალური სახის ერთგვაროვანი სასაზღვრო პირობები (ნახსენებ ცილინდრულ ზედაპირებზე მოცემულია ნულის ტოლი დივერგენცია და მხები გადაადგილებები, ან ნულის ტოლი ნორმალური გადაადგილება და მხები მდგენელები გადაადგილების ვექტორის როტორისა); ზედა და ქვედა საზღვრები თავისუფალია ძაბვებისაგან, ქვედა საზღვარზე მოცემულია ტემპერატურული შეშფოთება.

ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ სხეულის ზედა სასაზღვრო სიბრტყეზე ვიპოვოთ ტემპერატურის ისეთი განაწილება, რომლის დროსაც სხეულის შიგნით ფუძეების პარალელურ მოცემულ ორ სიბრტყეზე ნორმალურ გადაადგილებათა რაღაც წრფივი კომბინაცია მიიღებს წინასწარ მოცემულ მნიშვნელობას. ამ ამოცანის კერძო შემთხვევას წარმოად-გენს სხეულის ზედა საზღვარზე ისეთი ტემპერატორული შეშფოთების მოძებნის ამოცანა, რომლის დროსაც ფუძეების პარალელურ რაიმე შიგა სიბრტყეზე მიიღწევა ნორმალური გადაადგილების სასურველი მნიშვნელობა. დასმული ამოცანის ამოხსნის შემდეგ ადვილად ხდება განსახილველი სხეულის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის განსაზღვრაც.

ასეთი სახის არაკლასიკური ამოცანების კონკრეტული მაგალითები განხილულია დეკარტისა და წრიულ ცილინდრულ კოორდინატთა სისტემებში

ელიფსური ხვრელის მქონე ბზარებიანი დრეკადი უსასრულო სხეულის დაძაბული მდგომარეობის რეგულირება სასაზღვრო პირობების ვარირებით

ნ.ხომასურიძე, ნ.ზირაქაშვილი
ივ.ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი
Email: Khomasuridze.nuri@gmail.com, natzira@yahoo.com

განიხილება დრეკადობის თეორიის ორგანზომილებიანი ამოცანა ელიფსურ ხვრელიანი უსასარულო სხეულისათვის ბრტყელი დეფორმაციის შემთვევაში. ხვრელის ნაწილი ჩამაგრებულია, ხოლო ცილინდრული ზედაპირის თავისუფალ ნაწილზე მდებარე ზოგიერთი წერტილიდან გადის სასრული სიგრძის მრუდე ბზარები. ამოცანა მდგომარეობს შემდეგში: ხვრელის ჩამაგრება (სათანადო სასაზღვრო

პირობები) ისე უნდა შეირჩეს, რომ ბზარის საწყისი და ბოლო წერტილების მიდამოებში დაძაბული მდგომარეობა იყოს მინიმალური. უნდა აღინიშნოს, რომ ბზარების ბოლოები მომრგვალებულია. მომრგვალების რადიუსები, ისევე როგორც სასაზღვრო პირობები, ვარირდებიან. განხილული ამოცანის ამონახსნები შეიძლება გამოყენებული იქნას სხვადსხვა ნაგებობათა მშენებლობაში, კერძოდ კი მიწისქვეშა ნაგებობათა მშენებლობაში. ამოცანა სასაზღვრო ელემენტთა მეთოდით იხსნება.

AN EXTENSION OF THE MUSKHELISHVILI-VEKUA METHOD FOR 3-D SHELL-LIKE ELASTIC BODIES

T. Meunargia
I. Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv. Javakhishvili Tbilisi State University,Tbilisi
Email: tengiz.meunargia@viam.sci.tsu.ge

The 3-D system of equilibrium equations and Hook's law for the spherical shell have the form:

$$\frac{1}{\Lambda}\partial_z\Big[\Lambda\Big(\tau_1^1-\tau_2^2+i\tau_2^1+i\tau_1^2\Big)\Big]+\partial_{\overline{z}}\Big[\Lambda\Big(\tau_1^1+\tau_2^2+i\tau_2^1-i\tau_1^2\Big)\Big]-\Lambda H\tau_{3\cdot}^{\cdot+}+\partial_3\tau_{\cdot 3}^{+\cdot}=0,$$

$$\frac{1}{\Lambda}\Big[\partial_z\Big(\Lambda\tau_{3\cdot}^{\cdot+}\Big)+\partial_{\overline{z}}\Big(\Lambda\Big(\overline{\tau}_{3\cdot}^{\cdot+}\Big)\Big]-H\Big(\tau_1^1+\tau_2^2\Big)+\partial_3\tau_3^3=0,$$

$$\Big(2\partial_z=\partial_1-i\partial_2,\ z=x^1+ix^2,\ \partial_\alpha=\frac{\partial}{\partial x^i},\ i=1,2,3\Big),$$

where

$$\tau_1^1-\tau_2^2+i(\tau_2^1+\tau_1^2)=4\mu\mathrm{r}^+\partial_{\overline{z}}\mathrm{U},$$
$$\tau_1^1+\tau_2^2+i(\tau_2^1-\tau_1^2)=2(\lambda+\mu)\theta+2\lambda(1-Hx_3)\partial_3u_3,$$
$$\tau_{3\cdot}^{\cdot+}=\frac{\mu}{\Lambda}\Big[2\mathrm{n}\partial_{\overline{z}}\mathrm{U}-(1-Hx_3)\partial_3u_+\Big],$$
$$\tau_{\cdot 3}^{+\cdot}=2\mu(1-Hx_3)\Big[\mathrm{n}\partial_{\overline{z}}\mathrm{U}-(1-Hx_3)\partial_3u_+\Big],$$
$$\tau_3^3=(1-Hx_3)\Big[\lambda\theta+(\lambda+2\mu)(1-Hx_3)\partial_3u_3\Big].$$

Here

$$\theta=\mathrm{r}^\alpha\partial_\alpha\mathrm{U}=2Re(\mathrm{r}^+\partial_z\mathrm{U})=\Lambda^{-1}(\partial_zu_++\partial_{\overline{z}}\overline{u}_+)-2Hu_3,\quad H=-\tfrac{1}{R},$$
$$\mathrm{r}^+\partial_{\overline{z}}\mathrm{U}=\Lambda^{-1}\partial_zu_+-Hu_3,\quad \mathrm{n}\partial_{\overline{z}}\mathrm{U}=\partial_{\overline{z}}u_3+\tfrac{1}{2}Hu_+,\quad \Lambda=4R^2(1+z\overline{z})^{-2}.$$

For 3-D plate $H=0$ and $\Lambda=1$.

By method Muskhelishvili-Vekua solution some of 3-D problems (some stress concentration problems, etc.) are obtained.

დრეკად ნარევთა ბრტყელი თეორიის შერეული ამოცანის ამოხსნა ნაწილობრივ უცნობსაზღვრიან არისათვის

კ. სვანაძე
ა.წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო მათემატიკის დეპარტამენტი
Email: kostasvanadze@yahoo.com

ნაშრომში გამოკვლეულია, რ.ბანცურის მიერ, დრეკადობის ბრტყელი თეორიის შემთხვევაში შესწავლილი ამოცანის ანალოგიური ამოცანა [1]. სახელდობრ, შრომაში ამოხსნილია დრეკად ნარევთა ბრტყელი თეორიის სტატიკის ამოცანა სასრული ორად-ბმული არისათვის, რომლის შიგა და გარე საზღვრები წარმოადგენენ მოცემული წრფივი მონაკვეთების და უცნობი თანაბრადმტკიცე რკალების ერთობლიობას.

საზღვრის წრფივ მონაკვეთზე, კერძო გადაადგილებათა ვექტორებიდან თითოეულის ნორმალზე გეგმილი უბან-უბან მუდმივია, ხოლო ორადბმული არის მთელ საზღვარზე, ძაბვის ვექტორის პირველი და მეორე, აგრეთვე მესამე და მეოთხე კომპონენტებისაგან შედგენილი ვექტორებიდან თითოეულის მხებზე გეგმილი უდრის ნულს.

[1] ში მოცემული მეთოდის გამოყენებით, განისაზღვრება საზღვრის თანაბრადმტკიცე ნაწილები და სხეულის დაძა-ბული მდგომარეობა.

MATHEMATICAL MODELLING AND NUMERICAL ANALYSIS

მათემატიკური მოდელირება და რიცხვითი ანალიზი

GMU 2010

ზოგიერთი არაკლასიკური ამოცანის შესახებ არაწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებისათვის

გ. ავალიშვილი, დ. გორდეზიანი, მ. ავალიშვილი
ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი
საქართველოს უნივერსიტეტი, მათემატიკის და ინფორმაციული ტექნოლოგიების სკოლა
Email: g_a_avalishvili@yahoo.com; dgord37@hotmail.com; mavalish@yahoo.com

ნაშრომი ეძღვნება არაკლასიკური ამოცანების შესწავლას არაწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებისათვის დროით არალოკალური საწყისი პირობებით. არაკლასიკური ამოცანების გამოსაკვლევად განხილულია მათი ვარიაციული ფორმულირება განზოგადებულ ფუნქციათა შესაბამის სობოლევის სივრცეებში, რომელიც დროით არალოკალურ ამოცანაში შემავალი ფუნქციების საკმარისი სიგლუვის პირობებში კლასიკური დიფერენციალური სახით მოცემული ამოცანის ტოლფასია. შესწავლილია არაკლასიკური ამოცანა ზოგადი ოპერატორული სახით მოცემული არალოკალური საწყისი პირობებით, დადგენილია არალოკალური ოპერატორების კლასი და მოყვანილია პირობები, რომელთა შესრულებისას დროით არალოკალურ ამოცანას გააჩნია ამონახსნი. აგებულია დროით არალოკალური ამოცანის კლასიკური ამოცანებით აპროქსიმაციის ალგორითმი. დროით არალოკალური ამოცანისათვის მიღებულია ამონახსნის ერთადერთობის შედეგი და ნაჩვენებია, რომ სათანადო პირობებში აგებული კლასიკური ამოცანების ამონახსნების მიმდევრობა მიისწრაფის არაკლასიკური ამოცანის ამონახსნისაკენ. განხილულია მიღებული შედეგების გამოყენება არაწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებისათვის დასმული არაკლასიკური ამოცანებისათვის დისკრეტულ-ინტეგრალური არალოკალური საწყისი პირობებით. დადგენილია პირობები შესაბამის ოპერატორებზე, რომელთათვისაც დროით არალოკალურ ამოცანას გააჩნია ამონახსნი, ის ერთადერთია სათანადო სივრცეებში და შეიძლება აიგოს კლასიკური ამოცანების ამონახსნებით მიახლოების ალგორითმი.

NONLINEAR MATHEMATICAL MODEL OF ADMINISTRATIVE PRESSURE

M. Chakaberia, T. Chilachava, Ts. Dzidziguri, L. Sulava,
Sokhumi State University, Faculty of Mathematics and Computer Sciences, Tbilisi
Email: temo_chilachava@yahoo.com; cialadzidziguri@rambler.ru; le83o@hotmail.com; chakaberia@rambler.ru

In work the new nonlinear continuous mathematical model which can describe in the given society (the country, an educational institution, industrial object etc.) administrative pressure upon people from outside administrative structures for the purpose of the control of their actions is offered. The mathematical model is described by nonlinear system of the differential equations with two unknown (quantity free (non-ruled) and ruled people at the moment of time). Administrative pressure which can have various forms, is generally defined by the given function of time. In case of constant administrative pressure the problem of Cauchy's for system of the nonlinear differential equations of the first order is solved analytically exactly. Depending on various correlations between model parameters (the factor of degree of freedom, force of administrative pressure) and initial conditions are received five various cases: - without dependence from starting conditions the quantity of free people aspires to certain equilibrium value which is more than half of their total quantity (weak pressure); - despite constant administrative pressure and various starting conditions in society the equal quantity of ruled and non-ruled people will be established (insufficient pressure); - the quantity of free people which was initially more quantities ruled, aspires to equilibrium value which is less than half of their total quantity (strong, but the limited pressure upon free people); - the quantity of free people which was initially less or equally quantities ruled, aspires to zero (strong pressure, a complete control case); -the quantity of free people which was initially more quantities ruled, aspires to zero (the strongest pressure upon free people, model of full submission). The offered mathematical model except theoretical interest has also the important practical meaning as both sides (administration, free people) can use results of mathematical model in conformity of the purposes.

MATHEMATICAL AND COMPUTER MODEL OF PREVENTIVE INFORMATION WARFARE

T. Chilachava, N. Kereselidze
Sokhumi State University
The Georgian university of St. Andrey at Patriarchate of Georgia
Email : temo_chilachava@yahoo.com, tvn@caucasus.net

In work the continuous linear mathematical model of the preventive is investigated Information warfare and on its basis corresponding computer models are constructed. For the considered continuous mathematical model of preventive information war at high aggression and equal starting conditions of the contradictory side's strategy (criterion function) of the third – the peace-making side – in the shortest possible time end of information warfare and the minimum financial expenses for end information warfare are defined criterion. At high aggression and equal starting conditions of the contradictory side's the optimizing model of speed is constructed. At restriction of parameters of optimization the side's algorithm of the permission of optimizing model is chosen. As parameters of optimizing management the entry condition and an index of peace-making activity of the third party are taken. The optimizing model of speed is described in the M-programming language and on the received computer model modeling computing experiment is made. At computer modeling by means of a machine drawing visualization

of results of modeling is received. In case of application in practice of the received results, the strategy chosen by the third side gives the chance end of information warfare in the shortest possible time. At the second case - the model gives the chance at high aggression and equal starting conditions of the contradictory side's to define the economic expenses of the third peace-making side directed on the termination of information warfare that is a considerable indicator for the world international organizations.

ON NUMERICAL MODELING OF SOIL POLLUTION BY OIL

T. Davitashvili, D. Gordeziani, I. Samkharadze, A. Papukashvili
I.Vekua Institute of Applied mathematics of Tbilisi State University, 2 University Str.,Tbilisi. Georgia,
Email: tedavitashvili@gmail.com

As oil transportation by TRACECA and pipelines goes through the densely populated areas, so for solving the problem of protecting the population and the environment the important subject is the prognosis and modeling of possible emergency situations. So with the help of numerical integration of nonlinear filtration equation of a liquid, we have studied a penetration of oil into the rivers ,soils underground water in case of their emergency spilling. In the present paper the specific properties oil infiltration into soils of Georgia is studied by mathematical modelling. The effect of thermal and advective-dynamic factors of oil penetration into soil is investigated. The specific peculiarities of the thermodynamic model of diffusion and infiltration proceses are discussed. Subsurface water pollution by oil in case of their emergency spilling with flat surface containing pits is analyzed.

ACKNOWLEDGMENT: The authors were supported by the the Georgian National Science Foundation Grant #GNSF/ST09-614/5-210.

ON MODELLING OF LEAK DETECTION IN OIL AND GAS PIPELINES

T. Davitashvili, G. Gubelidze, I. Samkharadze
I.Vekua Institute of Applied mathematics of Tbilisi State University, 2 University Str., Tbilisi. Georgia,
Email: tedavitashvili@gmail.com

The solution of the problem of disclosing the location of an accidental gas escape from the main pipe-line is known not only for simple pipe-line but also for the complicated one. In conditions of stationary usage of gas even flow is stationary in the main pipe-line. But from the moment of accidental gas escape non-stationary process is in progress.

After some periods new stationary situation is formed. That is way it's important to know (detect) the location and intensity of accidental gas escape even in non-stationary flow, with the purpose to reduce lack loss of gas and in ecological way too. In the present paper determine the location and amount of accidental gas escape from the main gas (oil) pipeline has been studied. For solving the problem it has been discussed early-made method, reason is that the exact analytical method has not been existed. We have created quite general test, the manner of the solution has been known in advance. Comparison has shown us the affectivity of the suggested method.

ACKNOWLEDGMENT The authors were supported by the the Georgian National Science Foundation Grant #GNSF/ST09-614/5-210.

ABOUT SOME PARALLEL ITERATIVE METHODS FOR SOLUTION OF NONLINEAR OPERATOR EQUATIONS

Tinatin Davitashvili, H. Meladze
Iv.Javakhishvili Tbilisi State University, faculty of exact and natural sciences, Tbilisi
St. Andrew the first-called Georgian University at Patriarchate of Georgia, Tbilisi
Email: t_davitashvili@hotmail.com, h_meladze@hotmail.com

For numerical modelling of complex applied problems now as perspective direction use of computing systems with parallel processing of information is represented.

At the solution of many applied problems there arising the nonlinear operator equations, in particular the systems of the nonlinear equations and the scope of numerical methods of nonlinear algebra is wide enough. For example, intermediate and the final stage of solution the practical problems which are described by the differential and integral equations. They can arise also, as stages in problems of minimisation or approximation of functions. The solution of such systems is one of challenges in calculus mathematics, and essential computing resources demand, as a rule. One of ways of reduction of time of the solution of such problems is use of parallel calculations on multiprocessing computing systems.

Now many efforts for construction and studying of parallel algorithms of the solution of systems of the nonlinear equations are spent. But it is necessary to notice that new researches in the field of parallel calculation looks rather modestly in comparison with results in the field of sequential calculations.

In this paper, we construct and analyze the family of synchronous iterative methods for solving the systems of nonlinear equations. These methods can be effectively realised on parallel computing systems. At minimum restrictions on the operator the local convergence theorems of these iterative methods are proved and the quadratic convergence is shown.

Numerical results of applying this method to some test problems show the efficiently and reliability of these methods.

THE FOURTH ORDER OF ACCURACY OPERATOR SPLITTING SCHEME FOR QUASI-LINEAR EVOLUTION PROBLEM

N. Dikhaminjia, J. Rogava, M. Tsiklauri
I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Tbilisi
Email: nanukadm@gmail.com

In the present work there is considered the following nonlinear evolution problem:

$$u'(t) + Au(t) + M(u(t)) = f(t), \quad t > 0, \quad u(0) = \varphi. \tag{1}$$

Here A is a self-adjoint positively defined operator in Hilbert space H and $A = A_1 + A_2$, where A_1 and A_2 are self-adjoint positively defined operators. φ is a given vector from $D(A)$, $f(t)$ is a continuously differentiable function, nonlinear operator $M(\cdot)$ satisfies Liptschitz condition. Let us introduce the following net domain $\overline{\omega}_\tau = \{t_k = k\tau,$ $k = 0, 1, ..., \tau > 0\}$. For the solution of problem (1) the following formula is valid:

$$u(t_{k+1}) = U(2\tau, A)\, u(t_{k-1}) + \int\limits_{t_{k-1}}^{t_{k+1}} U(t_{k+1} - s, A)\, \widetilde{f}(s, u(s))\, ds, \tag{2}$$

where $U(t, A) = exp(-tA)$, $\widetilde{f}(s, u(s)) = f(s) - M(u(s))$.

On the basis of formula (2), using abstract analogue of simpson quadrature formula, there is constructed the following fourth order of accuracy operator splitting scheme:

$$u_{k+1} = V(2\tau)\, u_{k-1} + \frac{\tau}{3}\left(\widetilde{f}(t_{k+1}, u_{k+1}) + 4V(\tau)\, \widetilde{f}(t_k, u_k) + V(2\tau)\, \widetilde{f}(t_{k-1}, u_{k-1})\right), \tag{3}$$

where

$$V(\tau) = \frac{1}{2}\left(V_1(\tau) + V_2(\tau)\right),$$
$$V_j(\tau) = W\left(\tau, \frac{\alpha}{2}A_j\right) W\left(\tau, \frac{1}{2}A_{3-j}\right) W\left(\tau, \overline{\alpha}A_j\right) W\left(\tau, \frac{1}{2}A_{3-j}\right) W\left(\tau, \frac{\alpha}{2}A_j\right), \quad j = 1, 2$$
$$W(\tau, A) = \left(I - \frac{\alpha}{2}tA\right)\left(I + \frac{\overline{\alpha}}{2}tA\right)^{-1}\left(I - \frac{\overline{\alpha}}{2}tA\right)\left(I + \frac{\alpha}{2}tA\right)^{-1}, \quad \alpha = \frac{1}{2} \pm i\frac{1}{2\sqrt{3}}.$$

Numerical realization of scheme (3) on each time layer t_{k+1} is carried out using the following iterative process:

$$\begin{aligned} u_{k+1}^{(m)} &= \frac{\tau}{3}M\left(u_{k+1}^{(m-1)}\right) + F_k, \; k = 1, 2..., \quad m - iteration\ index, \\ F_k &= V(2\tau)\left(u_{k-1} + \frac{\tau}{3}\widetilde{f}(t_{k-1}, u_{k-1})\right) + \frac{4\tau}{3}V(\tau)\, \widetilde{f}(t_k, u_k) + \frac{\tau}{3}f(t_{k+1}), \end{aligned}$$

The stability of the scheme (3) is investigated and the error of the approximate solution is estimated. Using this scheme, there are carried out numerical calculations for different model problems. On the basis of the results of numerical calculations there are studied the stability and accuracy order of the obtained operator splitting scheme.

ტურბულენტობის როლი ატმოსფეროს ზოგიერთი არაორდინარული მეზოპროცესის ფორმირებაში

გ. გელაძე
ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ი. ვეკუას სახ. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Email: givi-geladze@rambler.ru

დასმულია და ამოხსნილია ატმოსფეროს მეზოსასაზღვრო ფენის (ამსფ) 2-განზომილებიანი (x-z სიბრტყეში) ამოცანა ქვეფენილის ტემპერატურული არაერთგვაროვნების პირობებში. რიცხვითი რეალიზაციის შედეგად მიღებული გვაქვს თერმოჰიდროდინამიკული და წყლიანობის ველების სივრცულ- დროითი განაწილება. ძირითადი აქცენტი გაკეთებულია ტურბულენტობის როლზე ამსფ-ში ღრუბლისა და ნისლის ფორმირებაში. ტურბულენტური რეჟიმის ფიზიკურად გამართლებული ვარირების საშუალებით შესაძლებელი გახდა რიგი არაორდინარული პროცესის მოდელირება: ღრუბლისა და ნისლის ერთ-დროული არსებობა; ღრუბლისა და ნისლის გაერთიანებული ვერტიკალური კომპლექსი; დღე-ღამურად "უწყვეტი" ღრუბლიანობა; ნისლის ფენა ღრუბლად ტრანსფორმაცია; ღრუბლისა და ნისლის ვერტიკალური და ჰორიზონტალური ზომების ცვლილება.

განსაკუთრებით საინტერესოა ის ფაქტი, რომ ამსფ-ის მოდელის ფარგლებშიც კი ტურბულენტობის გარკვეულ კრიტიკულ რეჟიმებში შესაძლებელია ტორნადოსა და ტროპიკული ციკლონისათვის დამახასიათებელი ზოგიერთი (მაგ., წყლიანობის ვერტიკალური "ხორთუმი") შტრიხის დაჭერა.

ატმოსფეროს მეზოსასაზღვრო ფენის ზოგიერთი პროცესის რიცხვითი მოდელირება

გ. გელაძე
ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ი. ვეკუას სახ. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
Email: givi-geladze@rambler.ru

დასმულია და ამოხსნილია 2-განზომილებიანი (x-z სიბრტყეში) ამოცანა ატმოსფეროს მეზოსასაზღვრო ფენაში (ამსფ) ღრუბელ- და ნისლწარმოქმნის შესახებ. განხილულია სითბური "კუნძულის " მუდმივი და პერიოდული გათბობის შემთხვევაში აღძრული ჰაერის ლოკალური ცირკულაციები.

რიცხვითი მოდელის საფუძველზე სიმულირებულია რადიაციულ ნისლზე ხელოვნური ზემოქმედება სითბური წყაროსა (მეტეოტრონი) და დაღმავალი დენე-

ბის საშუალებით. დადგენილია მეტეოტრონის ტემპერატურისა (t^*) და დაღმავალი დენების სიჩქარის (w^*) გავლენა ნისლის წყლიანობაზე, სიმაღლესა და არსებობის დროზე; ნაპოვნია t^* -ისა და w^* -ის ზღვრული მნიშვნელობები, რომელთა დროსაც ხდება ნისლის სრული გაბნევა. ჩატარებულია ხელოვნური ზემოქმედება თვისებრივად სხვადასხვა რეჟიმში; შერჩეულია მათ შორის ყველაზე ოპტიმალური.

დასმულია და რიცხვითი რეალიზაციის სტადიაზეა მოდელირებული ფენა ღრუბლის გაჩენის შედეგად მზის რადიაციის ეკრანირების (ქვეფენილზე წარმოშობილი ღრუბლის "ჩრდილის ") გავლენა ამსფ-ის მეტეოროლოგიურ რეჟიმზე. აღსანიშნავია, რომ პროცესს აქვს აშკარად გამოხატული სინერგეტიკული ხასიათი: ადგილი აქვს მეტეოველების ავტოოსცილაციასა და რადიაციისა და ღრუბლის ფორმირების პროცესებს შორის არსებულ პირედაპირ და უკუკავშირებს.

ASYMPTOTIC PROPERTIES OF SOLUTION FOR ONE NONLINEAR INTEGRO-DIFFERENTIAL MODEL ASSOCIATED WITH THE PENETRATION OF A MAGNETIC FIELD INTO A SUBSTANCE

T. Jangveladze
Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics
Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia
email: tjangv@yahoo.com

A great variety of applied problems are described by nonlinear integro-differential equations. Such equations arise for instance for mathematical modeling of the process of penetrating of magnetic field into a substance. One-dimensional analogue of such equations has the following form:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a\left(\int_0^t \int_0^1 \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 dx d\tau\right) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \tag{1}$$

where function $a = a(S)$ is defined for $S \in [0, \infty)$.

Many scientific works are devoted to the investigation of initial-boundary value problems for equations of type (1). In these works the existence, uniqueness and asymptotic behavior of solutions as well as numerical resolution of first type initial-boundary value problems are studied.

Now investigations are carried out for the problem with Dirichlet boundary condition on one side of boundary and the Neumann boundary condition on other side of boundary. Particularly, in the domain $(0, 1) \times (0, \infty)$ for the equation (1) the following initial-boundary value problem is considered:

$$U(0, t) = 0, \quad \left.\frac{\partial U(x, t)}{\partial x}\right|_{x=1} = 0, \quad t \geq 0, \tag{2}$$

$$U(x,0) = U_0(x), \quad x \in [0,1], \tag{3}$$

where $U_0 = U_0(x)$ is a given function.

The main result can be given as the following statement.

Theorem. If $a(S) = (1+S)^p$, $p > 0$; $U_0 \in H^3(0,1) \cap H_0^1(0,1)$, then for the solution of the problem (1)-(3) the following estimates hold:

$$\left|\frac{\partial U(x,t)}{\partial x}\right| \le C \exp\left(-\frac{t}{2}\right), \quad \left|\frac{\partial U(x,t)}{\partial t}\right| \le C \exp\left(-\frac{t}{2}\right).$$

DISCRETE LINEAR MATHEMATICAL MODEL OF PREVENTIVE INFORMATION WARFARE

N. Kereselidze, T. Chilachava
The Georgian university of St. Andrew at Patriarchate of Georgia
The Sokhumi state university
Email: tvn@caucasus.net, temo_chilachava@yahoo.com

In the presented work the discrete linear mathematical model of preventive information warfare is constructed and investigated. Information warfare is described by system linear difference equations of the first order with constant factors. Under information warfare we mean spread through mass media (a printing and electronic press, the Internet, etc.) two antagonistic sides (two states or two associations of the states, or two powerful economic structures (consortiums) etc.) conducting under the relation to each other purposeful discredit, misinformation, demoralization, propagation. In preventive information warfare the third is from the very beginning in gear – the peace-making side (the United Nations, OSCE, EU, the WTO, etc.) which calls the antagonistic sides for the termination of information warfare.

As required sizes are considered, quantities corresponding the information extended by each of the sides during the discrete moment of time. Exact analytical solutions of a Cauchy's problem for system of difference equation of the first order with constant factors are received.

In work influence of the third – the peace-making side on a course of information warfare is studied. The case of ignoring of an opposite side is considered, at equal starting value and the big sizes of factors of aggression. For this case necessary and sufficient conditions of suppression by the third side, information warfare between the antagonistic sides are established. The termination of information warfare by the antagonistic sides means that it has stopped to extend the statements discrediting an adversary.

The discrete linear mathematical model of preventive information warfare allows on the basis of supervision and the analysis, already at an early stage of information attacks, to establish true intentions of each of the sides and to define character of development of information warfare. In the turn, the third – the peace-making side, at desire, using recommendations of mathematical model, can achieve the termination of information warfare between the antagonistic sides.

ON THE 3D HELMHOLTZ EQUATION IN A PERIODIC DOMAINS WITH CUTS

N. Khatiashvili, A. Papukashvili, O. Komurjishvili, M. Tevdoradze
Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi
Email: ninakhat@yahoo.com

The Helmlotz equation with the homogeneous boundary conditions in the domain D represented by a cubic lattice with different cuts (cylindrical or prismatic) is considered. Let D_0 be a cube $-1/2 < x < 1/2, 0 < y < 1, 0 < z < 1$ cut along cylinder or prism in the space $oxyz$. D_0 is the period of the lattice D with a boundary S.

Problem 1. To find a real function $u(x, y, z)$ in D having second order derivatives, satisfying the equation

$$u(x, y, z) + \lambda^2 u(x, y, z) = 0, \tag{1}$$

and the boundary condition

$$u|_S = 0, \tag{2}$$

where λ is the constant to be determined.

Actually the equation (1) is a stationary Schrodinger's equation in $3D$. The constant λ^2 reflects the energy levels of a particle [1–6]. The periodic solutions of the Problem 1 are obtained.The spectrum is estimated. The problem is investigated by means of integral equation method and Fourier series.

The designated project has been fulfilled by financial support of the Georgia National Science Foundation (Grant#GNSF/ST08/3-395). Any idea in this publication is possessed by the author and may not represent the opinion of the Georgia National Science Foundation itself.

REFERENCES

1. G. Auletta, M. Fortunato and G. Parisi, Quantum Mechanics, Cambridge University Press, 2009.
2. L.D. Landau and E.M. Lifshitz, Quantum Mechanics, Pergamon Press,Oxford, 1977.
3. Alexei Nabok, Organic and Inorganic Nanostructures, Boston /London, Artech House MEMS series, 2005.
4. Sinai Ya.G., Dynamical systems with elastic reflections. Ergodic properties of dispersing billiards. Russian Mathematical Surveys, 25, 1970, pp. 137-189.
5. L.A. Bunimovich, Mushrooms and other billiards with a divided phase space. Chaos 11, 2001, pp. 802-808.

6. N. Khatiashvili, On the conformal mapping method for the Helmholtz equation. In Integral Methods in Science and Engineering, vol. 1, Birkhauser, 2010, pp. 173-177.

სასრულ სხვაობიანი სქემები ერთი არაწრფივი პარაბოლური ტიპის პერიოდული ამოცანისათვის

ნ. ხომერიკი ო. ქომურჯიშვილი,
ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი
Email : n.khomeriki@mail.ru

განიხილება პერიოდული ამოცანა ერთი არაწრფივი პარაბოლური ტიპის განტოლებისათის. აგებულია სამშრიანი სხვაობიანი სქემები, რომლებიც დაიყვანება სამწერტილოვან სხვაობიან განტოლებებზე და ამოიხსნება ციკლური გადადენის მეთოდით.

ამოცანის დასმა და სხვაობიანი სქემები: ვიპოვოთ ისეთი $u(x,t)$ ფუნქცია, რომელიც აკმაყოფილებს განტოლებას

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial t}+d\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=f(x,t),\quad 0\leqslant x\leqslant 1, 0<t<T, \alpha\in R, \alpha\neq 0, \tag{1}$$

საწყის პირობას

$$u(x,0)=u_0(x),\quad 0\leqslant x\leqslant 1 \tag{2}$$

და პერიოდულობის პირობას x-ის მიმართ

$$u(0,t)=u(1,t), \tag{3}$$

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial x}=\frac{\partial u(1,t)}{\partial x} \tag{4}$$

სხვაობიან ანალოგს ამ სასაზღვრო ამოცანისათვის ექნება შემდეგი სახე: თუ

$$\overline{\omega}_h=\{x_j=ih,\quad i=\overline{1,N}\quad h=\frac{1}{N}\},\quad \tau=\frac{T}{N_0},\quad t=j\tau\quad j=\overline{1,N_0}$$

როდესაც $\alpha>0$, მაშინ

$$y_t+\sigma\tau^2R_1y_{t\bar{t}}=-\alpha y_{x\bar{x}}-\check{y}\frac{\check{y}_{j+1}-\check{y}_{j-1}}{2h}+f_i \tag{5}$$

სადაც $R_1=\alpha\triangle_{11},\quad \triangle_{11}y=y_{x\bar{x}}$, ხოლო როდესაც $\alpha<0$, მაშინ

$$y_{\bar{t}}+\sigma\tau^2R_1'y_{t\bar{t}}=-\alpha y_{x\bar{x}}-\frac{\check{y}_{j+1}-\check{y}_{j-1}}{2h}+f_i, \tag{6}$$

$$y(x,0)=u_0(x),\quad y_0=y_N,\quad y_{N+1}=y_1. \tag{7}$$

რაც შეეხება პირველ ფენას, $j = 1$ $y(\tau)$, აქ გამოითვლები წარმოებს შემდეგი სქემით:

$$y(\tau) = -\frac{\tau\alpha}{h^2}\left(\check{y}_{i+1} - 2\check{y}_i + \check{y}_{i-1}\right) - \frac{\tau}{2h}\left(\check{y}_{i+1} - \check{y}_{i-1}\right)\check{y}_i, \quad \check{y}_i = u_0 \tag{8}$$

NUMERICAL RESOLUTION OF INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR ONE NONLINEAR INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION

Z. Kiguradze
Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia
Email: zkigur@yahoo.com

Process of penetration of the magnetic field into a substance is modeled by Maxwell's system of partial differential equations. If the coefficient of thermal heat capacity and electroconductivity of the substance depend on temperature, then Maxwell's system can be rewritten in the integro-differential form (Gordeziani D., Jangveladze T., Korshia T. Existence and Uniqueness of the Solution of a Class of Nonlinear Parabolic Problems. Differ. Uravn., 1983, V.19, N7, p.1197-1207). G. Laptev (1990) proposed some generalization of this integro-differential model in his doctoral dissertation. For the one-component magnetic field the one-dimensional case of the corresponding equation can be written in the following form:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \left(1 + \int_0^t \int_0^1 \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 dx d\tau\right) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}. \tag{1}$$

In the domain $[0,1] \times [0,T]$ for the equation (1) the following initial-boundary value problem is considered:

$$\begin{gathered} U(0,t) = 0, \quad \left.\frac{\partial U(x,t)}{\partial x}\right|_{x=1} = 0, \quad t \in [0,T], \\ U(x,0) = U_0(x), \quad x \in [0,1], \end{gathered} \tag{2}$$

where $U_0 = U_0(x)$ is a given function.

In the domain $\omega_{h\tau} = \omega_h \times \omega_\tau$, where ω_h and ω_τ are grids on $[0,1]$ and $[0,T]$ respectively, for problem (1),(2) the following finite difference scheme is studied:

$$\begin{gathered} \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\tau} - \left[1 + \tau h \sum_{l=1}^{M} \sum_{k=1}^{j+1} \left(\frac{u_l^k - u_{l-1}^k}{h}\right)^2\right] \frac{u_{i-1}^{j+1} - 2u_i^{j+1} + u_{i+1}^{j+1}}{h^2} = f_i^j, \\ i = 1, 2, ..., M-1, \quad j = 0, 1, ..., N-1, \\ u_0^j = 0, \quad \frac{u_M^j - u_{M-1}^j}{h} = 0, \quad j = 0, 1, ..., N, \\ u_i^0 = U_{0,i}, \quad i = 0, 1, ..., M. \end{gathered} \tag{3}$$

Theorem. If problem (1),(2) has a sufficiently smooth solution $U = U(x,t)$, then the solution $u^j = (u_1^j, u_2^j, \dots, u_M^j),\ j = 1,2,\dots,N$ of the finite difference scheme (3) tends to the $U^j = (U_1^j, U_2^j, \dots, U_M^j)$ for $j = 1,2,\dots,N$ as $\tau \to 0,\ \ h \to 0$ and the following estimate is true

$$\|u^j - U^j\|_{L_2(\omega_h)} \le C(\tau + h), \quad j = 1,2,\dots,N.$$

Realization algorithms for (3) are constructed. Several numerical experiments are given as well. The numerical results to theoretical ones are compared.

CONTROL ON NONLINEAR HEAT EXCHANGE PROCESS IN THE DISPERSE ENVIRONMENT

T. Modebadze
Akaki Tsereteli state University, Department of Mathematic, Kutaisi
Email: temo-mod@mail.ru

Nonlinear process of heat exchange in the disperse environment is considered. The stationary mode is studied. On the basis of the Damkeler equation the mathematical model of dynamic process looks like:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + V_y \frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x}\left(a_1 \frac{\partial Q}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(a_2 \frac{\partial Q}{\partial y}\right) = l_1 |T|^{2/3}\Big(T - Q\Big) + \alpha\Big(T^4 - Q^4\Big)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + W_x \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(b_1 \frac{\partial T}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(b_2 \frac{\partial T}{\partial y}\right) = l_2 |T|^{2/3}\Big(Q - T\Big) + \alpha\Big(Q^4 - T^4\Big) + C\ell^{-\frac{l}{kT}}$$

Characteristic functions of disperse system are functions of distribution of temperatures $Q(x,y)$ and $T(x,y)$ which accordingly are temperatures of the disperse phase and the disperse environment. Here x - a thickness of a layer $0 \le x \le h$; and y - the length of a zone mode; t - duration of the process $0 \le t \le \hat{t}$. Denote:

$$\Omega = (0,h) \times (0,l). S = [0, \hat{t}].$$

$V_y, W_x, l_1, l_2, \alpha, C$ are given constants. a_1, a_2, b_1, b_2 - bounded functions, which satisfied the following conditions: $0 \le \lambda_1 \le a_i$, $0 \le \lambda_2 \le b_i$ $(i = 1,2)$, were λ_1, λ_2 functions belongs to the area $L_\infty(\Omega)$. $\alpha_0 = K|T|^{2/3}$ - is the Timofeev's function.

For the given problem the stationary mode is considered. Determination of regional problems of Dirihle and Neumann are proved.

THE DIFFERENCE SCHEME FOR ONE WAVE EQUATION

J. Peradze
I. Javakhishvili Tbilisi State University, Georgian Technical University, Tbilisi
Email: j_peradze@yahoo.com

Let a solution of the Timoshenko equation for a dynamic beam [1]

$$u_{tt} + u_{xxxx} - hu_{xxtt} - \left(\lambda + \frac{1}{2L}\int_0^L u_x^2 dx\right)u_{xx} = 0, \tag{1}$$

$0 < x < L$, $0 < t \le T$, $h > 0$, $\lambda > 0$, with the initial boundary condition

$$u(x,0) = u^0(x), \quad u_t(x,0) = u^1(x), \quad u(0,t) = u(L,t) = 0, \quad u_{xx}(0,t) = u_{xx}(L,t) = 0$$

be sought for by the Galerkin method as a finite sum $u_n(x,t) = \sum\limits_{i=1}^{n} u_{ni}(t) \sin \frac{i\pi}{L} x$. If we introduce into consideration the functions $y_{ni}(t) = u'_{ni}(t)$, $z_{ni}(t) = \frac{i\pi}{L} u_{ni}(t)$, then the system of equations for the coefficients $u_{ni}(t)$ will be rewritten as $\left(1 + h\left(\frac{i\pi}{L}\right)^2\right) y'_{ni}(t) + \left(\lambda + \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 + \frac{1}{4}\sum\limits_{j=1}^{n} z_{nj}^2(t)\right) \frac{i\pi}{L} z_{ni}(t) = 0$, $z'_{ni}(t) = \frac{i\pi}{L} y_{ni}(t)$, $y_{ni}(0) = a_i^1$, $z_{ni}(0) = \frac{i\pi}{L} a_i^0$, $i = 1, 2, \ldots, n$, where $a_i^p = \frac{2}{L}\int_0^L u^p(x) \sin \frac{i\pi}{L} x\, dx$, $p = 0, 1$. On the segment $[0, T]$ we introduce a net with step $\tau = \frac{T}{M}$ and nodes $t_m = m\tau$, $m = 0, 1, \ldots, M$. Denote the approximate values $y_{ni}(t)$ and $z_{ni}(t)$ for $t = t_m$ by y_{ni}^m and z_{ni}^m and use the scheme

$$\left(1+h\left(\frac{i\pi}{L}\right)^2\right)\frac{y_{ni}^m - y_{ni}^{m-1}}{\tau} + \left[\lambda + \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 + \frac{1}{4}\sum_{j=1}^{n}\frac{(z_{nj}^m)^2 + (z_{nj}^{m-1})^2}{2}\right]\frac{i\pi}{L}\,\frac{z_{ni}^m + z_{ni}^{m-1}}{2} = 0,$$

$$\frac{z_{ni}^m - z_{ni}^{m-1}}{\tau} = \frac{i\pi}{L}\frac{y_{ni}^m + y_{ni}^{m-1}}{2}, \quad m = 1, 2, \ldots, M, \tag{2}$$

$$y_{ni}^0 = a_i^1, \quad z_{ni}^0 = \frac{i\pi}{L} a_i^0, \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{3}$$

The error of the scheme (2),(3) is estimated. The accuracy of other constituent parts of the algorithm for the equation (1) – the Galerkin method and the Jacobi iteration process – is studied in [2] and [3].

References

[1] Henriques de Brito E., A nonlinear hyperbolic equation. Internat, J. Math. Math. Sci. 3 (1980), no. 3, 505–520.

[2] Peradze J., On the accuracy of the Galerkin method for one nonlinear beam equation, Math. Meth. Appl. Sci., 8 p., 2010 (submitted).

[3] Peradze J., Tsiklauri Z., On the iterative solution of discrete Timoshenko equations, Bull. TICMI TSU, Tbilisi, 8 pp., 2010 (submitted).

ცოცხალ ორგანიზმში სიმსივნის ზრდის ერთი არაწრფივი მათემატიკური მოდელის შესახებ

ქ. ფირუმოვა
თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი
Email: chr4mk@gmail.com

ცოცხალ ორგანიზმში სისმსივნის განვითარების მათემატიკურ აღწერას ბოლო ათწლეულში რამოდენიმე ნაშრომი მიეძღვნა, რომელთა ავტორები სხვადასხვა მიდგომას იყენებენ, კერძოდ დიფუზიის განტოლებას, სტატისტიკურ მეთოდს და ა.შ. [1–4].

ნაშრომი ეყრდნობა ვოლტერას იდეას [5], რომელმაც განიხილა და ზოგადად აღწერა პოპულაციების კონკურენციის წრფივი მოდელი და მასთან დაკავშირებული ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა.

ამ ნაშრომში ეს მოდელი განზოგადებულია კონკრეტული სპეციფიკის გათვალისწინებით. კერძოდ, ამ მოდელში სიმსივნის უჯრედები და ჯანმრთელი უჯრედები ერთმანეთს კონკურენციას უწევენ საკვები ნივთიერების განაწილებისას და ზემოქმედებას ახდენენ ერთმანეთზე. ამასთან დაკავშირებით აგებულია არაწრფივ დიფერენციალურ გამნტოლებათა სისტემა.

მიღებულია ამ არაწრფივი სისტემის მიახლოებითი ამოხსნები. ზოგიერთი ექსპერიმენტული მონაცემის გათვალისწინებით და პროგრამა Maples გამოყენებით აგებულია შესაბამისი გრაფიკები ფაზურ სივრცეში.

აღნიშნული პუბლიკაცია განხორციელდა საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური ხელშეწყობით (გრანტი #GNSF/ST08/3-395). წინამდებარე პუბლიკაციაში გამოთქმული ნებისმიერი აზრი ეკუთვნის ავტორებს და შეასაძლოა არ ასახავდეს სესფ-ის შეხედულებებს.

ლიტერატურა

1. Adam, J.A and Bellomo, N. (editors)(1997). A survey of models for tumor-immune system dynamics. Modeling and simulation in science, engineering and technology. BirkhДauser, placeCityBoston.
2. Patel, M. and Nagl,S. (editor)(2006). Mathematical models of cancer., Willey, City-placeLondon, country-regionUK, pp. 59—94.
3. Michael F,Ochs, John T. Casagrande, Ramana D. Duluri, (2010). Mathematical modeling in cancer. Springer.
4. Dana Mackenzie, (2004) Mathematical Modeling and CityplaceCancer, country-egionSIAM News, Volume 37, N1,
5. Vito Volterra, (1959) , Theory of functionals and of integral and integro-differential equations, Dover Publications.

EIGENVALUE PROBLEM FOR CERTAIN TYPE CENTROSYMMETRIC MATRICES

L. Qaralashvili
University of Georgia, Tbilisi
Email: liana.qaralashvili@yahoo.com

General form of the third order centrosymmetric matrices, which are at the same time symmetric too and have such a property, that sum of elements in each row is the same number, is considered. The characteristic equation of such matrices is constructed in factorized form. All eigenvalues and eigenvectors are given in explicit form. Besides, such type of matrices has the same eigenvectors. Matrix of spectral decomposition, which columns represent orthonormal eigenvectors of the initial one, and its inverse are constructed to reduce the initial matrix to the diagonal form. Such approach gives a possibility to evaluate any degree of the given matrix.

This method can be generalized for the higher order such type matrices and on the basis of their peculiarities can be folded and reduced to the half order matrices.

ON APPROXIMATE SOLUTION OF ONE NONLINEAR ABSTRACT HYPERBOLIC EQUATION

J. Rogava, M. Tsiklauri
I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Tbilisi, Georgia
Email: mtsiklauri@gmail.com

In the work there is considered nonlinear abstract hyperbolic equation with self-adjoint positively defined operator which is generalization of classic beam Kirchhoff equation. We search the approximate solution of Cauchy problem stated for this equation using symmetric three-layer semi-discrete scheme. In this scheme, value of the gradient in nonlinear term is taken in the middle point. It makes possible to find approximate solution at each time step by inverting the linear operator.

Let us consider the Cauchy problem for abstract hyperbolic equation in the Hilbert space H:

$$\frac{d^2u(t)}{dt^2} + Bu\left(t\right) + a\left(\left\|A^{1/2}u\right\|^2\right)Au\left(t\right) = f\left(t\right), \quad t \in \left[0, T\right], \tag{1}$$

$$u\left(0\right) = \varphi_0, \quad \frac{du\left(0\right)}{dt} = \varphi_1. \tag{2}$$

where A and B are self-adjoint, positively defined (generally unbounded) operators with the definition domains $D\left(A\right)$ and $D\left(B\right)$ which are everywhere dense in H, besides the following condition is fulfilled

$$\left\|Au\right\|^2 \leq c_0\left(Bu, u\right), \quad \forall u \in D\left(B\right) \subset D\left(A\right),$$

where $c_0 = const > 0$; $a\left(\left\|A^{1/2}u\right\|^2\right) = \lambda + \left\|A^{1/2}u\right\|^2$, $\lambda > 0$; φ_0 and φ_1 are given vectors from H; $u(t)$ is a continuous, twice continuously differentiable, searched function with values in H and $f(t)$ is given continuous function with values in H.

We are searching solution of the problem (??)-(??) by the following semi-discrete scheme:

$$\frac{u_{k+1} - 2u_k + u_{k-1}}{\tau^2} + B\frac{u_{k+1} + u_{k-1}}{2} + a\left(\left\|A^{1/2}u_k\right\|^2\right)\frac{Au_{k+1} + Au_{k-1}}{2} = f_k, \tag{3}$$

where $f_k = f(t_k)$, $k = 1, ..., n-1$, $\tau = T/n$ $(n > 1)$.

As an approximate solution $u(t)$ of problem (??)-(??) at point $t_k = k\tau$ we declare u_k, $u(t_k) \approx u_k$.

Error of the approximated solution is estimated. Using this scheme, there are carried out numerical calculations for different model problems.

მცირე პარამეტრის შემცველი ზოგიერთი წრფივი ოპერატორული განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის ალგორითმებისა და რიცხვითი რეალიზაციების შესახებ

თ. ვაშაყმაძე, გ. მანელიძე, ა. პაპუკაშვილი
ი. ჯავახიშვილის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

ნაშრომში აგებულია წრფივი არაერთგვაროვანი ოპერატორული განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის ალგორითმები როგორც შეშფოთების თეორიით, ასევე მისი ალტერნატიული მეთოდის გამოყენებით. ასიმპტოტური მეთოდის გამოყენების დროს საძიებელ ფუნქციას ვშლით მცირე პარამეტრის მიმართ ხარისხოვან, ხოლო ალტერნატიული მეთოდის შემთხვევაში ორთოგონალურ მწკრივად. ალტერნატიული მეთოდი განვითარებულია პროფ. თ. ვაშაყმაძის მიერ [1], ხოლო კონკრეტული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნისათვის ნაშრომში აგებულია სათვლელი ალგორითმები, ასევე ჩატარებულია შესაბამისი რიცხვითი გათვლები [2]. ზემოაღნიშნული მეთოდების გარდა ნაშრომში გადმოცემულია ერთიტერაციანი მიახლოებითი პროექციული მეთოდის სუპერკრებადობის საკითხები ელიფსური სასაზღვრო ამოცანებისთვის, როცა საკოორდინატო სისტემად აღებულია საკუთრივი ელემენტები "ძირითადი" ოპერატორის, რომლის გრინის ფუნქციაც ცნობილია [3]. გარკვეული მოსაზრებით ერთიტერაციანი მეთოდი ემთხვევა ზემოაღნიშნულ მეთოდებსსთვის.

ლიტერატურა:

1. T.Vashakmadze. The Theory of Anisotropic Elastic Plates. Kluwer Academic Publishers. Dordrekht. Boston, London, 1999. 256 p.
2. A. PapukaShvili, G. Manelidze. Algorithms of approximate solving of some linear operator equations containing small parameters. International Journal of Applied Mathematics and Informatics. Issue 4. V. 2, 2008. p.114-122.

3. А. Джишкариани, Г. Манелидзе. О суперсходимости одноитерационного приближённого метода. Труды Тбилисского Математ. института им. А.Размадзе, т.100, 1992, стр. 89-95.

TOPOLOGY AND ALGEBRA
ტოპოლოგია და ალგებრა

GMU 2010

სასრული სიმრავლეზე განსაზღვრული ზოგიერთი ალგებრული სტრუქტურის რაოდენობის გამოსათვლელი ფორმულები

ზ. ავალიანი
Sh. Rustaveli University, Batumi

ალგებრული სტრუქტურა ეწოდება სიმრავლეს მასზე განმარტებული ალგებრული ოპერაციით. ნაშრომში შესწავლილია სასრულ სიმრავლეზე განსაზღვრული ზოგიერთი ალგებრული სტრუქტურის რაოდენობა. დამტკიცებულია შემდეგი:

თეორემა 1. n-ელემენტიან სიმრავლეზე განსაზღვრული ერთეულის მქონე ყველა (M, α) ალგებრული სტრუქტურის რაოდენობა არის n^{n^2-2n+2}.

თეორემა 2. n-ელემენტიან სიმრავლეზე განსაზღვრული ყველა კომუტაციური (M, α) ალგებრული სტრუქტურის რაოდენობა არის $n^{\frac{n^2+n}{2}}$.

თეორემა 3. n-ელემენტიან სიმრავლეზე განსაზღვრული შებრუნებული ელემენტების მქონე ყველა (M, α) ალგებრული სტრუქტურის რაოდენობა არის n^{n^2-3n+3}.

თეორემა 4. n-ელემენტიანი სიმრავლის თავისთავზე ყველა ასახვათა რაოდენობა, რომელსაც აქვს ერთი მაინც უძრავი წერტილი, არის $n^n - (n-1)^n$.

ლიტერატურა:

1. Е. С. Ляпин, А. Я. Аизенштат, М. М. Лесохин. “упражнения по теории групп”.

COHOMOLOGICAL DIMENSIONS OF PROXIMITY AND TYCHONOFF SPACES

V. Baladze
Shota Rustaveli State University

In this report we give classification and extension theorems for dimensions of proximity and Tychonoff spaces. For this aim we develop Cech (co)homology theories [1] based on the proximity coverings [2] of proximity spaces and the functionally open coverings [3] of Tychonoff spaces.. Using the obtained results we study the associated (co)homological dimensions and give characterizations of classical (co)homological dimensions [4] of compactifications of Tychonoff spaces.

REFERENCES

1. S. Eilenberg and N. Steenrod, Foundations of Algebraic Topology, placePlaceNamePrinceton PlaceTypeUniversity Press, 1952.
2. Yu. M. Smirnov, “On the Dimension of Proximity Spaces”, Mat. Sb. (N.S.), 38(80):3 (1956), 283–302.

3. R. Engelking, General Topology, placeCityWarsaw, 1977.
4. K. Nagami , Dimension Theory , StateNew York and placeCityLondon, 1970.

ON ALEXANDER-SPANIER NORMAL COHOMOLOGY THEORY

A. Beridze, V. Baladze
Sh. Rustaveli State University, Batumi

Using the normal coverings of pair of topological spaces [1] the Alexander-spanier type cohomology functor $H_N^* (-, -; ; G)$ is defined on the category Top^2 (cf. [2],[3],[4]). Constructed cohomology theory satisfies Steenrod-Eilenberg type axioms [5]. Besides, it is proved that n-dimensional Alexander-Spanier normal cohomology group $H_N^* (X, A; ; G)$ of pair (X, A) is isomorphic to the group $[C_i; ; K(G; ; n)]$ of homotopy classes of continuous maps from the mapping cone C_i of embedding $i : A \to X$ to Eilenberg-Maclane space $K(G; ; n)$ (cf. [1]) R e f e r e n c e s

1 K.Morita. Cech cohomology and covering dimension for topological spaces. Fund. Math. 87 (1975), 31-52.

2 E. Spanier. Algebraic Topology. MCGrow-Hill, New-York, 1966.

3 V. Baladze. Intrinsic characterization of Alexander-Spanier cohomology groups of compactifications. Topology Appl. 156 (2009), 2346–2356.

4 A. Beridze. Alexander-Spanier cohomology of Wallmen compactification. Proc. A. Razmadze Math. inst. 151 (2009), 11-23.

5 S. Eilenberg and N. Steenrod. Foundation of Algebraic Topology. Princeton University Press, 1952.

L-INFINITY ALGEBRA MORPHISMS AND SYMMETRIC BRACE ALGEBRAS

Thomas Lada
Mathematics Department, North Carolina State University, Raleigh, NC 27695 USA
email lada@math.ncsu.edu

L-infinity algebra structure maps can be regarded as degree -1 elements in the symmetric brace algebra $B_*(V) = oplusHom(V^{otimesn}, V)^a$ that satisfy a relation in this algebra. We will show how certain degree 0 elements in $B_*(V)$ can be regarded as L-infinity algebra morphisms between different L-infinity algebra structures on V with the relations given by symmetric brace algebra actions. To extend these ideas to L-infinity algebra morphisms from V to W, one has to introduce the concept of modules over symmetric brace algebras. The graded vector space $B_*(W, V) = oplusHom(V^{otimesn}, W)^a$ has to have the structure of a left $B_*(W)$ module as well as the structure of a right $B_*(V)$ module.

გრეხვითად სრული ჯგუფების პირდაპირი ჯამის კოგრეხვითი გარსის სავსებით ინვარიანტულ ქვეჯგუფთა მესერი

ტ. ქემოკლიძე
ა.წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, ქუთაისი
Email: kemoklidze@gmail.com

მოხსენებაში განიხილება გრეხვითად სრული ჯგუფების ნებისმიერი პირდაპირი ჯამის კოგრეხვითი გარსის სავსებით ინვარიანტულ ქვეჯგუფთა მესერი. ამ მესრის დახასიათებისათვის კოგრეხვითი გარსის ყოველ ელემენტს ეთანადება მატრიცა რომლის სტრიქონების რიცხვი პირდაპირი ჯამის შესაკრებთა რაოდენობის ტოლია ხოლო სვეტების რიცხვი თვლადია. აღნიშნული დასაშვები მატრიცების სიმრავლეში განისაზღვრება რეფლექსური და ტრანზიტული მიმართება რომელთა მეშვეობით მიიღება საჭირო თვისებების მქონე მესერი.

ლიტერატურა:

1. T. Kemoklidze. The lattice of fully invariant subgroups of a cotorsion hull. Georgian Math. J. 16 (2009),No1, 89-104.
2. A. Mader. The fully invariant subgroups of redused algebraically compact groups. Publ. Math. Debrecen 17 (1970), 299-306 (1971).
3. A.I. Moskalenko. Cotorsion hull of a separable group. (Russian). Algebra i logika 28 (1989), No 2, 207-226, 245; English transl.: Algebra and Logic 28 (1989), No. 2, 139-151 (1990).

ლოკალურად კომპაქტური და წრფივად კომპაქტური ტოპოლოგიური აბელური ჯგუფებისათვის პონტრიაგინის ორადობების გამოყენება

ო. სურმანიძე
რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ლ. პონტრიაგინის მიერ შექმნილი მახასიათებელთა თეორია საშუალებას იძლევა, რომ რომელიმე ლოკალურად კომპაქტური ტოპოლოგიური ჯგუფის ინფორმაციით განისაზღვროს მისი მახასიათებელთა ჯგუფის ინფორმაცია და პირიქით. ნებისმიერი დისკრეტული ჯგუფი ლოკალურად კომპაქტურია დისკრეტულ ტოპოლოგიაში, ამიტომაცაა, რომ დისკრეტული ჯგუფის ცნობილ ცნებებს შესატყვისი გააჩნიათ ლოკარულად კომპაქტური ჯგუფებისათვის, მაგრამ პირიქით შემთხვევას ყოველთვის არა აქვთ ადგილი, მაგალითად, ასეთ ცნებათა რიცხვს მიეკუთვნება ტოპოლოგიური ჯგუფის ცნობილი ცნებები ბმულობა და სავსებით არაბმულობა. მაგრამ მახასიათებელთა თეორიის საშუალებით კომპაქტური ჯგუფების შემთხვევაში, დგინდება მათი შესაბამისი ცნებები მახასიათებელთა ჯგუფებისათვის, კერძოდ, კომპაქტური G ჯგუფი ბმულია $<=>$ $\hat{G}$ გრეხვის გარეშე დისკრეტული ჯგუფია და კომპაქტური G ჯგუფი სავსებით არაბმულია $<=>$ $\hat{G}$ პერიოდული დისკრეტული ჯგუფია.

ცნობილია, რომ ჯგუფთა პირდაპირი ჯამი და პირდაპირი ნამრავლი ტოპოლოგიური ჯგუფების ლოკალური პირდაპირი ჯამის კერძო შემთხვევებია. ბუნებრივია უნდა არსებობდეს ზოგადი თეორემა სასრულო ციკლური ჯგუფების ლოკალურ პირდაპირ ჯამად დაშლის თაობაზე, რომლის კერძო შემთხვევებიც იქნება ლ. კულიკოვისა და ა. ჰულიანიცკის შედეგები (ასეთი თეორემა ჯერ-ჯერობით არაა დამტკიცებული) . მახახასიათებელთა თეორიის გამოყენებით დადგინდა (ო. სურმანიძე) , რომ ლოკალურად კომპაქტური აბელური ჯგუფი, აღნიშნული ღია H ქვეჯგუფით, იშლება Qp სახის ჯგუფების ლოკალურ პირდაპირ ჯამად $<=>$ როცა $tG=0$ და $G\cong \hat{G}$.

სასრულო წარმომქნელიანი აბელური ჯგუფისათვის კლასიკური თეორემის ცნობილი განზოგადოება კომპაქტური წარმოშობის ლოკალურად კომპაქტურ ჯგუფზე, ს. მორისმა, მახასიათებელთა თეორიის გამოყენებით, ელემენტარული გზით მიიღო.

სუსტად წრფივად კომპაქტური ტოპოლოგიური ჯგუფებისათვის მახასიათებელთა თეორიის აგებით (ო. სურმანიძე). შეისწავლება ამ კლასის ჯგუფების თვისებები, კერძოდ მარტივადაა დადგენილი წრფივად კომპაქტური ჯგუფების ალგებრული დახასიათება, მიღებულია: აუცილებელი და საკმარისი პირობები იმისათვის, რომ წრფივად დისკრეტული ჯგუფი დაიშალოს პირდაპირ ჯამად ისეთი ქვეჯგუფებისა, რომელთაც აქვთ ციკლური p-გუფების, კვაზიციკლური ჯგუფის, მთელ p–ადიციურ და ყველა p–ადიციურ რიცხვთა ჯგუფების ტიპი.

ლიტერატურა

1. Л. С. Понтрягин- Непрерывные группы. Государственное издательство Технико-теоретический литературы, Москва, 1954

2. С. Моррис- Двойственность Понтрягина и строение локально компактных абелевых групп, издательство „Мир,“ Москва, 1980
3. О. Э. Сурманидзе- Слабо линейно компактные топологические абелевы группы, Труды Тбилисского математического института, т.46, 1975, 77-108.

Authors Index

ავტორთა საძიებელი

Participant, Affiliation, E-mail

1. G.Akhalaia, I.Javakhishvili Tbilisi State University - giaakha@gmail.com
2. J. Antidze, I.Javakhishvili Tbilisi State University, I.Vekua Scientific Institute of Applied Mathematics, Tbilisi - jeantidze@yahoo.com
3. A. Aplakov, Georgian State University of Subtropical agriculture, Kutaisi - alekoaplakov@meca.gov.ge
4. Z. Avaliani, Sh. Rustaveli University, Batumi
5. G. Avalishvili, Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Faculty of Exact and Natural Sciences - g_a_avalishvili@yahoo.com
6. M. Avalishvili, University of Georgia, School of Mathematics and Information Technologies - mavalish@yahoo.com
7. M. Baaz, Institute For Discrete Mathematics and Geometry, Vienna University of technology - baaz@logic.at
8. V. Baladze, Shota Rustaveli State University, Batumi
9. G. Barsegian, Institute of mathematics of Nat Acad of Sci of Armenia, Yerevan - barseg@instmath.sci.am
10. M. Basheleishvili, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv. Javakhishvili State University, Georgia
11. G. Berdzulishvili, Akaki Tsereteli state University, Department of Mathematic, Kutaisi
12. A. Beridze, Shota Rustaveli State University, Batumi
13. L. Bitsadze, M. Basheleishvili, Ilia State University, Tbilisi, Georgia, lamarabits@yahoo.com
14. B. Bojarski, Institute of Mathematics, Polish Academy of Sciences, Warszawa - b.bojarski@impan.gov.pl
15. T. Buchukuri, A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia - t_buchukuri@yahoo.com
16. M. Chakaberia, Sokhumi State University, Faculty of Mathematics and Computer Sciences, Tbilisi - chakaberia@rambler.ru
17. T. Chilachava, Sokhumi state university - temo_chilachava@yahoo.com
18. N. Chinchaladze, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv. Javakhishvili State University, Georgia - chinchaladze@gmail.com
19. G. Chkadua, I. Javakhishvili State University, Tbilisi - g.chkadua@gmail.com
20. O. Chkadua, A.Razmadze Mathematical Institute, Department of Mathematical Physics, Tbilisi - chkadua7@yahoo.com
21. T. Davitashvili, Iv.Javakhishvili Tbilisi State University, faculty of exact and natural sciences, Tbilisi - t_davitashvili@hotmail.com

22. D. Demetrashvil Institute of Geophisics, 1, M. Aleksidze St., 0193, Tbilisi, Georgia kuktav@email.com
23. N. Dikhaminjia, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Tbilisi nanukadm@gmail.com
24. M. Dinuashvili, Georgian Technical University Faculty of Informatics and Management Systems Tbilisi - mziadin@mail.ru
25. R. Duduchava, A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia - dudu@rmi.ge RolDud@gmail.com
26. B. Dundua, Vekua Institute of Applied Mathematics. Tbilisi State University, 0143 Tbilisi, Georgia - bdundua@gmail.com
27. Ts. Dzidziguri, Sokhumi State University, Faculty of Mathematics and Computer Sciences,Tbilisi - cialadzidziguri@rambler.ru
28. Yu. A. Farkov Russian State Geological Prospecting University, Moscow, Russia - farkov @ list.ru
29. G. Fedulov, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Tbilisi State University
30. A. Gachechiladze, A.Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia - avtogach@hotmail.com
31. R. Gachechiladze, A.Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia - avtogach@hotmail.com
32. G. Geladze, Iv. Javakhishvili Tbilisi State Universiti, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Tbilisi, Georgia - givi-geladze@rambler.ru
33. G. Giorgadze, Faculty of Exact and Natural Sciences, I. Javakhishvili State University, Georgia - - giorgadze@rmi.acnet.ge
34. Z. Giunashvili, National curriculum and assessment center - zgiunashvili@ganatleba.org
35. U. Goginava, Faculty of Exact and Natural Sciences, I. Javakhishvili State University, Georgia - zazagoginava@gmail.com
36. G. Gogishvili St. Andrew the first-called Georgian University at Patriarchate of Georgia, Tbilisi - guram@mzera.com
37. L. Gogoladze, Faculty of Exact and Natural Sciences, Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia - lgogoladze@hotmail.com
38. B. Golubov, Moscow Institute of Physics and Technologies (State University), Dept of Mathematics, Moscow - golubov@mail.mipt.ru
39. D. Gordeziani, I. Vekua Institute of Applied mathematics, I. Javakhishvili State University - dgord37@hotmail.com
40. G. Gubelidze, I. Vekua Institute of Applied mathematics, I. Javakhishvili State University, Tbilisi. Georgia
41. B. Gulua, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili State University,Tbilisi - bak.gulua@gmail.com

42. M. Gvaradze, Tbilisi Institute of New Technologies - ati@gol.ge
43. A. Harutyunyan, Yerevan State University, Dep. of Inf. and appl. Math., Armenia - anahit@ysu.am
44. T. Imnadze, N. Begalishvili, Institute of Hydrometeorology, Tbilisi, Georgia - nb@gw.acnet.ge
45. G. Jaiani, I.Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili State University Georgia - george.jaiani@gmail.com
46. T. Jangveladze, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili, State University, Tbilisi, Georgia - tjangv@yahoo.com
47. R. Janjgava - I.Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili State University, Tbilisi – romanijan@rambler.ru
48. D. Kapanadze, A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi - daka@rmi.ge
49. T. Kemoklidze, A. Tsereteli State University, Faculty of Exact and Natural Sciences, Kutaisi - kemoklidze@gmail.com
50. N. Kereselidze, The Georgian university of St. Andrew at Patriarchate of Georgia - tvn@caucasus.net
51. N. Khatiashvili, Iv. Javakhishvili State University, Tbilisi - ninakhat@yahoo.com
52. Z. Khechinashvili, I. Javakhishvili State University, Tbilisi - khechinashvili@gmail.com
53. Sh. Kheladze Instititute of New Technologies, Tbilisi - ati@gol.ge
54. N.Khomasuridze, I.Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili State University, Tbilisi - Khomasuridze.nuri@gmail.com, natzira@yahoo.com
55. N. Khomeriki, Technical University, Tbilisi - n.khomeriki@mail.ru
56. Z. Kiguradze, I. Javakhishvili Tbilisi State University Department of Exact and Natural Sciences, Tbilisi, Georgia - zkigur@yahoo.com
57. O. Komurjishvili, Iv. Javakhishvili State University, Tbilisi
58. T. Kopaliani, Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Institute of Mathematics, Tbilisi - t.kopaliani@math.sci.tsu.ge
59. N. Kutaladze, Georgian Hydro-meteorological Department, Tbilisi. Georgia - cwlam08@gmail.com
60. R. Kvatadze, Georgian Research and Educational Networks Association Tbilisi. Georgia - ramaz@grena.ge,
61. W. Lusky, University of Paderborn, Institut of Mathematics, Germany - lusky@math.uni-paderborn.de
62. G. Manelidze, I. Javakhishvili State University, Tbilisi, gelamanelidze@gmail.com
63. Sh. Makharadze, Sh. Rustaveli State University, Batumi - shota_59@mail.ru
64. N.Manjavidze, Georgian Technical University, Department of Mathematics - nino-manjavidze@yahoo.com

65. H. Meladze, St. Andrew the first-called Georgian University at Patriarchate of Georgia, faculty of exact and natural sciences, Tbilisi - h_meladze@hotmail.com
66. T. Meunargia, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili University,Tbilisi - tengiz.meunargia@viam.sci.tsu.ge
67. G. Mikuchadze, Georgian Hydro-meteorological Department, Tbilisi. Georgia - cwlam08@gmail.com
68. T. Modebadze, Akaki Tsereteli State University, Department of Mathematic, Kutaisi - temo-mod@mail.ru
69. G. Nadibaidze, I. Javakhishvili State University, Tbilisi - g.nadibaidze@gmail.com
70. D. Natroshvil, Department of Mathematics, Georgian Technical University, Georgia – natrosh@hotmail.com
71. G. Oniani, Akaki Tsereteli state University, Department of Mathematic, Kutaisi - giglaoniani@yahoo.com
72. A. Papukashvili, I.Vekua Institute of Applied mathematics, I. Javakhishvili State University, Tbilisi
73. J. Peradze, I. Javakhishvili Tbilisi State University, Georgian Technical University, Tbilisi - j_peradze@yahoo.com
74. K. Pirumova, I. Javakhishvili State University, Tbilisi - chr4mk@gmail.com
75. K. Pkhakadze, Open Institute of the Georgian Language, Logic, and Computer (www.gllc.ge) - gllc.ge.@gmail.com
76. L. Qaralashvili, University of Georgia, Tbilisi - liana.qaralashvili@yahoo.com
77. J. Rogava, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Tbilisi, Georgia
78. Kh. Rukhaia, Institute of Applied Mathematics,TSU - khimuri.rukhaia@viam.sci.tsu.ge
79. I. Samkharadze, I. Vekua Institute of Applied mathematics, I. Javakhishvili State University, Tbilisi
80. D. Shulaia, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, I. Javakhishvili State University
81. L. Sigua, I. Javakhishvili State University, Tbilisi - levsig@yahoo.com
82. G. Sokhadze, I. Javakhishvili State University, Tbilisi - giasokhi1@i.ua
83. K. Svanadze, A. Tsereteli state University, Kutaisi, Georgia, Departament of Mathematics - kostasvanadze@yahoo.com
84. L. Sulava, Sokhumi State University, Faculty of Mathematics and Computer Sciences, Tbilisi - le83o@hotmail.com
85. T. Surguladze, Akaki Tsereteli state University, Department of Mathematic, Kutaisi, temsur@mail.ru - temsur@mail.ru
86. O. Surmanidze, Sh. Rustaveli State University, Batumi
87. G. Tephnadze, Faculty of Exact and Natural Sciences, I. Javakhishvili State University, Tbilisi - giorgitephnadze@gmail.com

88. L. Tepoyan, Yerevan State University, Faculty of Mathematics and Mechanics, Yerevan - tepoyan@yahoo.com
89. T. Tetunashvili, I. Vekua Institute of Applied Mathematics of Faculty of Exact and Natural Sciences of Ivane Javakhishvili Tbilisi State University
Georgian Technical University, Department of Mathematics; Tbilisi - ten21go@hotmail.com
90. M. Tevdoradze, Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi
91. L. Tibua, Sokhumi State University; Georgia - lali.tibua@viam.sci.tsu.ge
92. V. Tsagareishvili, Faculty of Exact and Natural Sciences, Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia
93. L. Tsibadze, Akaki Tsereteli state University, Department of Mathematic, Kutaisi - lamara1980@yahoo.com
94. M. Tsiklauri, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Tbilisi, Georgia - mtsiklauri@gmail.com
95. Z. Tsiklauri, Georgian Technical University -zviad_tsiklauri@yahoo.com
96. T. Vashakmadze, I. Javakhishvili State University, Tbilisi, tamazvashakmadze@yahoo.com
97. V. Vasilyev, Bryansk State University, Department of Mathematics and Information Technologies - vladimir.b.vasilyev@gmail.com
98. T. Vexvadze, I. javakhishvili Tbilisi State University - t-vepkhvadze@hotmail.com
99. N.Zirakashvili, I.Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi - natzira@yahoo.com

მონაწილე, ინსტიტუტი, ელ-ფოსტა

1. ზ. ავალიანი, შოთა რუსტაველის სახ. სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ბათუმი
2. გ. ავალიშვილი, ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი - g_a_avalishvili@yahoo.com
3. მ. ავალიშვილი, საქართველოს უნივერსიტეტი, მათემატიკის და ინფორმაციული ტექნოლოგიების სკოლა - mavalish@yahoo.com
4. ჯ. ანთიძე, ი. ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, ი.ჯავახიშვილის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი - jeantidze@yahoo.com
5. ა. აპლაკოვი, საქართველოს აგრარული სუბტროპიკული უნივერსიტეტი, ქუთაისი – alekoaplakov@meca.gov.ge
6. გ. ახალაია, ი. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი - giaakha@gmail.com
7. მ. ბააზი, ვენის ტექნოლოგიების უნივერსიტეტი, დისკრეტული მათემატიკის და გეომეტრიის ინსტიტუტი – baaz@logic.at
8. ვ. ბალაძე, შოთა რუსთაველის სახ. სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ბათუმი
9. გ. ბარსეგიანი, სომხეთის მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის მათემატიკის ინსტიტუტი. ერევანი - barseg@instmath.sci.am
10. მ. ბაშელეიშვილი, ი. ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, ი.ჯავახიშვილის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი
11. ა. ბერიძე, შოთა რუსთაველის სახ. სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ბათუმი
12. ლ. ბიწაძე, ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი - lamarabits@yahoo.com
13. ბ. ბოიარსკი, პოლონეთის მეცნიერებათა აკადემიის მათემატიკის ინსტიტუტი, ვარშავა - b.bojarski@impan.gov.pl
14. თ. ბუჩუკური, ა.რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო - t_buchukuri@yahoo.com
15. ა. გაჩეჩილაძე, ა. რაზმაძის სახ. მათემატიკის ინსიტუტი, თბილისი, avtogach@hotmail.com
16. რ. გაჩეჩილაძე, ა. რაზმაძის სახ. მათემატიკის ინსიტუტი, თბილისი, avtogach@hotmail.com
17. გ. გელაძე, ივ. ჯავახიშვილის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ი. ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო - givi-geladze@rambler.ru
18. მ. გვარაძე, თბილისი ახალი ტექნოლოგიების ინსტიტუტი -ati@gol.ge
19. გ. გიორგაძე, ივ. ჯავახიშვილის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი - giorgadze@rmi.acnet.ge
20. ზ. გიუნაშვილი, ეროვნული სასწავლო გეგმების და შეფასების ცენტრი - zgiunashvili@ganatleba.org
21. უ. გოგინავა, მათემატიკის ინტიტუტი, ივ. ჯავახიშვილის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი , თბილისი – zazagoginava@gmail.com
22. გ. გოგიშვილი, საქართველოს საპატრიარქოს წმიდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი, თბილისი - guram@mzera.com
23. ლ. გოგოლაძე, მათემატიკის ინსტიტუტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, ივ. ჯავახიშვილის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, საქართველო – lgogoladze@hotmail.com
24. ბ. გოლუბოვი, მოსკოვის ფიზიკის და ტექნოლოეგიების სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, მოსკოვი – golubov@mail.mipt.ru
25. დ. გორდეზიანი, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, ი.ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი - dgord37@hotmail.com

26. გ. გუბელიძე, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი.ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი
27. ბ. გულუა, ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი - bak.gulua@gmail.com
28. თ. დავითაშვილი, გ. გეელაძე ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, ი.ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი - tedavitashvili@gmail.com
29. თინათინ დავითშვილი, ი.ჯავახიშვილის თბილისის სახ. უნივერსიტეტი, თბილისი - t_davitashvili@hotmail.com
30. დ. დემეტრაშვილი – გეოფიზიკის ინსტიტუტი, თბილისი – kuktav@email.com
31. ნ. დიხამინჯია, ი.ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი - nanukadm@gmail.com
32. მ. დინუაშვილი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტი თბილისი - mziadin@mail.ru
33. ბ. დუნდუა, ი.ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, 0143 თბილისი საქართველო, bdundua@gmail.com
34. რ. დუდუჩავა, ა. რაზმაძის სახ. მათემატიკური ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო dudu@rmi.ge RolDud@gmail.com
35. ვ. ვასილიევი, ბრიანსკის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის და ინფორმაციული ტექნოლოგიების დეპარტამენტი – vladimir.b.vasilyev@gmail.com
36. თ. ვაშაყმაძე, ი. ჯავახიშვილის სახელმწიფო უნივერსიტეტი , თბილისი, tamazvashakmadze@yahoo.com
37. თ. ვეფხვაძე ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი - t-vepkhvadze@hotmail.com
38. ნ. ზირაქაშვილი, ივ.ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი - natzira@yahoo.com
39. მ. თევდორაძე, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი
40. თ. იმნაძე, ნ. ბეგალიშვილი, საქართველოს ჰიდრო-მეტეოროლოგიური დეპარტამენტი, თბილისი – nb@gw.acnet.ge
41. დ. კაპანაძე, ა. რაზმაძის მათეატიკის ინსტიტუტი, თბილისი - daka@rmi.ge
42. ნ. კერესელიძე, საქ. საპატრიარქოს წმ. ანდრია პირველწოდებულის სახელ. ქართული უნივერსიტეტი - tvn@caucasus.net
43. ზ. კიღურაძე, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი - zkigur@yahoo.com
44. თ. კოპალიანი, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ა. რაზმაძის მათეატიკის ინსტიტუტი, თბილისი- t.kopaliani@math.sci.tsu.ge
45. ნ. კუტალაძე, გ. მიკუჩაძე საქართველოს ჰიდრო-მეტეოროლოგიური დეპარტამენტი, თბილისი - cwlam08@gmail.com
46. ვ. ლუსკი, პადერბორნის უნივერსიტეტი, მათემატიკის ინსტიტუტი, გერმანია, – lusky@math.uni-paderborn.de
47. გ. მანელიძე, A ი. ჯავახიშვილის სახელმწიფო უნივერსიტეტი , თბილისი, gela-manelidze@gmail.com
48. ნ. მანჯავიძე საქართველოს ტექნიკური უნივერსისტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი – ninomanjavidze@yahoo.com
49. შ. მახარაძე, შოთა რუსთაველის ბათუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი - shota_59@mail.ru

50. ჰ. მელაძე, წმიდა ანდრია პირველწოდებულის სახ. ქართული უნივერსიტეტი, თბილისი -
h_meladze@hotmail.com
51. თ. მეუნარგია, ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი - tengiz.meunargia@viam.sci.tsu.ge
52. თ. მოდებაძე, აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ასოცირებული პროფესორი - temurmodebadze@mail.ru
53. გ. ნადიბაიძე, ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი - g.nadibaidze@gmail.com
54. დ. ნატროშვილი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკი დეპარტამენტი, საქართველო – natrosh@hotmail.com
55. გ. ონიანი, აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, ქუთაისი - giglaoniani@yahoo.com
56. ა. პაპუკაშვილი, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, ი.ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი
57. ჯ. როგავა, ილია ვეკუას სახელობის გმი, თბილისი
58. ხ. რუხაია, ივანე ჯავახისვილის სახელობის თსუ ილია ვეკუას სახელობის გმი და სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი; საქართველო - khimuri.rukhaia@viam.sci.tsu.ge
59. ი. სამხარაძე, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, ი.ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი
60. კ. სვანაძე, ა.წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო მათემატიკის დეპარტამენტი - kostasvanadze@yahoo.com
61. ლ. სიგუა, ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი - levsig@yahoo.com
62. გ. სოხაძე, ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი – giasokhi1@i.ua
63. ლ. სულავა, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი - le83o@hotmail.com
64. თ. სურგულაძე, აკაკი წერეთელის სახ. სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი - temsur@mail.ru
65. ო. სურმანიძე, რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
66. ლ. ტეპოიანი, ერევანის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის და მექანიკის ფაკულტეტი -ati@gol.ge
67. თ. ტეტუნაშვილი, ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი; თბილისი - ten21go@hotmail.com
68. გ. ტეფნაძე, ივ. ჯავახისვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი - giorgitephnadze@gmail.com
69. ლ. ტიბუა, ივ. ჯავახისვილის სახ. თსუ ილია ვეკუას სახელობის გმი და სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი; საქართველო - lali.tibua@viam.sci.tsu.ge
70. იუ. ა. ფარკოვი რუსეთი გეოლოგიის კვლევითი უნივერსისტეტი , მოსკოვი, რუსეთი – e-mail: farkov@list.ru
71. გ. ფედულოვი, თსუ ილია ვეკუას სახელობის გმი
72. ჯ. ფერაძე, ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი - j_peradze@yahoo.com
73. ქ. ფირუმოვა, თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი - chr4mk@gmail.com
74. კ. ფხაკაძე, ლოგიკისა და ენის ღიაა ინსტიტუტი (www.gllc.ge) - gllc.ge.@gmail.com

75. ტ. ქემოკლიძე, ა.წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, ქუთაისი - kemoklidze@gmail.com
76. რ. ქვათაძე, საქართველოს საკვლევი და სასწავლო ქსელების ასოციაცია, თბილისი - ramaz@grena.ge
77. ო. ქომურჯიშვილი, თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი
78. ლ. ყარალაშვილი, saqarTvelos universiteti, Tbilisi - liana.qaralashvili@yahoo.com
79. დ. შულაია, ი. ვეკუას სახ. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
80. მ. ჩაკაბერია, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი - chakaberia@rambler.ru
81. თ. ჩილაჩავა, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი - temo_chilachava@yahoo.com
82. ვ. ცაგარეიშვილი, მათემატიკის ინსტიტუტი, ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, საქართველო
83. ნ. ჩინჩალაძე, ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მატემატიკის ინსტიტუტი, საქართველო - chinchaladze @gmail.com
84. ლ. ციბაძე, გიორგი ბერძულიშვილი, აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი, ქუთაისი - lamara1980@yahoo.com
85. ც. ძიძიგური, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი - cialadzidziguri@rambler.ru
86. ზ. წიკლაური, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი - zviad_tsiklauri@yahoo.com
87. მ. წიკლაური, ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი - mtsiklauri@gmail.com
88. გ. ჭკადუა, ივ.ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის - g.chkadua@gmail.com
89. ო. ჭკადუა, ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტi, მათემატიკური ფიზიკის განყოფილება, თბილისი - chkadua7@yahoo.com
90. ნ. ხატიაშვილი, თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი - ninakhat@yahoo.com
91. შ. ხელაძე ახალი ტექნოლოგიების ინსტიტუტი, თბილისი - ati@gol.ge
92. ზ. ხეჭინაშვილი, ი. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი – khechinashvili@gmail.com
93. ნ. ხომასურიძე, ივ.ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი - Khomasuridze.nuri@gmail.com
94. ნ. ხომერიკი, ტექნიკური უიივერსიტეტი, თბილისი - n.khomeriki@mail.ru
95. გ. ჯაიანი, ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მატემატიკის ინსტიტუტი, საქართველო - george.jaiani@gmail.com
96. თ. ჯანგველაძე, ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი - tjangv@yahoo.com
97. რ. ჯანჯღავა, ივ.ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი - romanijan@rambler.ru
98. ა. ჰარუთუნიანი, ერევნის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, გამოთვლითი მათემატიკის დეპარტამენტი, სომხეთი – anahit@ysu.am