საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირი
GEORGIAN MATHEMATICAL UNION

საქართველოს მათემატიკოსთა მეხუთე ყრილობა მოხსენებათა თეზისები

FIFTH CONGRESS OF MATHEMATICIANS OF GEORGIA
ABSTRACTS OF CONTRIBUTED TALKS

ბათუმი / ქუთაისი, 9 – 12 ოქტომბერი, 2009

Batumi / Kutaisi, October 9 – 12, 2009

სპონსორები:

საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

აკაკი წერეთლის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

საორგანიზაციო კომიტეტი:

რ. დუდუჩავა (თავმჯდომარე)
ლ. ბალაძე (თავმჯდომარის მოადგილე)
გ. ონიანი (თავმჯდომარის მოადგილე)
ნ. ჩინჩალაძე (მდივანი)
ს. ლაშხი, შ. მახარაძე

სამეცნიერო კომიტეტი:

ჯ. შარიქაძე (თავმჯდომარე)
თ. ქადეიშვილი (თავმჯდომარის მოადგილე)
რ. ბანცური, ნ. ბერიკაშვილი, ა. ბერიძე,
თ. ბუჩუკური, გ. გოგიშვილი,
დ. გორდეზიანი, ნ. ვახანია, თ. ვეფხვაძე,
თ. თადუმაძე, ვ. კვარაცხელია, ა. კვინიხიძე,
ი. კიღურაძე, ვ. კოკილაშვილი, ჰ. მელაძე,
ე. ნადარაია, დ. ნატროშვილი, რ. ომანაძე,
გ. სირბილაძე, ა. სიხარულიძე, ზ. სოხაძე,
გ. ხიმშიაშვილი, გ. ჯაიანი, მ. ჯიბლაძე.

SPONSORS:

Georgian National Science Foundation

Akaki Tsereteli Kutaisi State University
Shota Rustaveli Batumi State University

Organizing Committee of the Congress:

R. Duduchava (Chairman)
V. Baladze (Vice Chairman)
G. Oniani (Vice Chairman)
N. Chinchaladze (Secretary)
A. Lashkhi, S. Makharadze

Scientific Committee of the Congress:

D. Sharikadze (Chairman)
T. Kadeishvili (Vice Chairman)
R. Bancuri, N. Berikashvili, A. Beridze,
T. Buchukuri, G. Gogishvili, D. Gordeziani,
G. Jaiani, M. Jibladze, I. Kiguradze,
G. Khimshishvili, V. Kokilashvili,
V. Kvaratskhelia, A. Kvinikhidze,
H. Meladze, E. Nadaraia, D. Natroshvili,
R. Omanadze, T. Tadumadze, A. Sirbiladze
G. Sirbiladze, Z. Sokhadze, N. Vakhania,
T. Vepkhvadze

ალგებრა, ლოგიკა და რიცხვითი თეორია

ALGEBRA, LOGIC AND NUMBER THEORY

О группе редуцированных *G*-тождеств относительно свободных нильпотентных групп

М. Г. АМАГЛОБЕЛИ

Тбилисский государственный университет им. Ив. Джавахишвили

Основы алгебраической геометрии над группами изложены в [1], [2]. В частности, в этих работах введены категория *G*-групп, понятие *G*-свободной группы, которая алгебраических множеств над группой *G*. Там же объяснена необходимость этих ронятий при создании алгебраической геометрии над фиксированной группой *G*. В работе [3] исследуется алгебраическая геоеметрия над свободной нильпотентной группой ступени 2.

Основные понятия, касающиеся *G*-тождеств, можно найти в [4]. Там же пояснено, почему группа недуцированных *G*-тождеств играет столь важную роль в алгебраической геометрии над группами.

Через $F(X)$ обозначим свободную группу с базисом $X=\{x_1,\ldots,x_n\}$, $n\geq 1$. Пусть $v(g_1,\ldots,g_m,x_1,\ldots,x_n)$ – элемент *G*-свободной группы $G[X]=G*F(X)$ и H – некоторая *G*-группа. Данный элемент назовем *G*-тождеством для *H*, если для любого набора элементов $h_1,\ldots,h_n$ и *H* значение $v(g_1,\ldots,g_m,h_1,\ldots,h_n)$ равно 1.

Обозначим через *V* множество всех бескоэффициентных тождеств, истинных на группе *G*-, а через $V(G)$ – соответствующую ему вербальную подгруппу из $G[X]$. Наряду с V рассмотрим множество V_c всех *G*-тождеств, истинных на группе *G*. Обозначим через $V_c(G)$ Бвербальную подгруппу из $G[X]$, соответствующую множеству V_c. Очевидно, что $V(G)\underline{\Delta}V_c(G)$ю Тогда фактор-группа $V_{n,red}(G)=V_c(G)/V(G)$ называется группой редуцированных *G*-тождеств ранга *n*.

Доказана следующая

Теорема. Пусть M – нильпотентная сногообразие групп ступени нильпотентности c и пусть $G=F_{\mathsf{M}}(l)$ – M-свободная группа ранга $l\geq c$. Тогда для любого натурального числа *n* $V_{n,red}(G)=1$.

Литература

1. Algebraic sets and ideal theory. *J. Algebra* 219 (1999), No. 1, 16-79.
2. Baumslag G., Myasnikov A., Remeslennikov V. Algebraic geometry over groups. I. Myasnikov A., Remeslennikov V. Algebraic geometry over groups. II. Logical foundations. *J. Algebra* 234 (2000), No. 1, 225-276.
3. Амаглобели М. Г., Ремесленников В. Н. *G*-тождества и *G*-многообразия. *Алгебра и логика* 39 (2000), № 3, 249-272.
4. Амаглобели М. Г. Алгебраические множества и координатные группы для свободной нильпотентной группы ступени 2. *Сиб. мат. ж.* 48 (2007), № 1, 5-10.

W-Power Groups with a Distributive Lattice of Subgroups

TENGIZ BOKELAVADZE*, AMUR TAVADZE

A. Tsereteli State University, Kutaisi, Georgia*

bokel71@yahoo.com

P. Hall intrduced one class of groups which he called W-power groups or simply W-groups(for the definition and some properties of W-power groups see [1,2,3]). This class is a generalization of the notion of W-module to the case of an arbitrary loccaly nilpotent group.The importance of W-power nilpotent groups in the general theory of abstract groups is due to the fact that any torsion-free, finitely generated nilpotent groups are embedded into some W- power group. Hall generalized some results from the theory of nilpotent groups [1].

All W-subgroups of W-group G generated lattice. The aim of the prezent work is to study Hall's W-power nilpotent groups from the lattice standpoint and to establish a relationship between the structure of a power group G and the structure of the lattice of all its subgroups $L(G)$.

References

1. Ph.Hall, Nilpotent groups. Notes of lectures given at the Canadian Mathematical Congress, summer seminar, University of Alberts, 12-30 August,1957. Queen Mary College Matematics Notes. Queen Mary College (university of London), London,1969.
2. A.G. Myasnikov and V.N. remeslennikov, Isomorphisms and alementary properties of nilpotent power groups(Russian) Dokl.Akad.Nauk SSSR 258(1981) #5. pp.1056-1059

Some New Classes of Extremal Positive Quadratic Forms

GURAM GOGISHVILI

St. Andrew the First Called Georgian University, Tbilisi, Georgia

guram@mzera.com

We investigate estimates of the singular series corresponding to the problem of representation of natural number *m* by a positive definite, integral, *n*-ary ($n \geq 4$) quadratic form of determinant *d*.

The estimates are with respect to *d* and *m*. We construct some new classes of positive quadratic forms for which our general estimates of the series obtained earlier, are unimprovable and some classes of forms sharpening the estimates.

On Uniform n-shape Theory

L. TURMANIDZE

Shota Rustaveli State University, Batumi

lela@bsu.edu.ge

In this paper is defined a precompact uniform n-shape theory by the inverse system approach. Is given some relations between uniform n-shape category and uniform shape categories defined in ([2], [3],[4]).

By **Unif** is denoted the category of uniform spaces and uniform maps, **HUnif** means a uniform homotopy category of uniform spaces. Symbols **pUnif**, **ANRU, Upol** denotes subcategories of **Unif** consisting of precompact uniform spaces, uniform absolute neighborhood retracts and uniform polyhedras, respectively. The uniform homotopy categories of this subcategories we denote by **HpUnif**, **HANRU, HUpol .**

Definition 1. $f : X \to Y$ and $g : X \to Y$ uniform maps are called n-uniform homotopic, $f \overset{n}{\approx}_u g$, if fg and gh are uniform homotopic for any uniform map $h : B \to X$ of uniform space B with uniform dimension $\dim B \leq n$.

The n-uniform homotopic relation between uniform maps is an equivalence relation. The n-uniform homotopy class of uniform map f we denote by $[f]_u^n$.

Thus, we obtain **n-HUnif** category whose objects are uniform spaces and morphisms – uniform n-homotopy classes of uniform maps. $\mathscr{P}$= **n- H(pUnif ∩UPol)** is some subcategory of the category $\mathscr{T}$=**n-HUnif.**

Definition 2. A morphism $\mathbf{p} = ([p_\alpha]_u^n) : (X) \to \quad \mathbf{X} = (X_\alpha, [p_{\alpha\alpha'}])_u^n, A) \in$ **n- H(Unif ∩ Pol)** is called an **n– H(Unif ∩ Pol)**– expansion if it satisfies the following conditions: i) For any uniform map $f : X \to P$, where P ∈ **n- H(Unif ∩ Pol)**, there exist an index $\alpha \in A$ and uniform map $f_\alpha : X_\alpha \to P$, for which $[f]_u^n = [f_\alpha]_u^n \quad [p_\alpha]_u^n$; ii) For every index $\alpha \in A$ and uniform maps $f_\alpha, g_\alpha : X_\alpha \to P$ whith $[f_\alpha]_u^n \quad [p_\alpha]_u^n = [g_\alpha]_u^n \quad [p_\alpha]_u^n$, there is an index $\alpha' \in A$, such that $\alpha \leq \alpha'$ and $[f_\alpha]_u^n \quad [p_{\alpha\alpha'}]_u^n = [g_\alpha]_u^n \quad [p_{\alpha\alpha'}]_u^n$.

Theorem 1. Every uniform precompact space X ∈**pUnif** there exists an **n - H(pUnif ∩UPol)** expansion, i.e. **n - H(pUnif ∩UPol)** is a dense subcategory of the category **n - HpUnif .**

Thus, we have obtained a new shape category. This category we denote by n-uSh and call precompact uniform n-shape category.

By *n-ushX* denote uniform n-shape of *X*.

Theorem 2. Let *cX* be the completion of precompact uniform space *X*. Then n-ush*X*= n-ush*cX*.

References:

1. V.V. Agaronian, Shape classification of uniform spaces. Dokl. Akad. Nauk SSSR, 228 (1976) 848-851.
2. V.V. Agaronian and Yu. M. Smirnov, The shape theory for uniform spaces and the shape uniform invariants. Commentationes Math. Univ. Corolinae, 19 (1978) 351-357.
3. V. Baladze, On ARU-resolutions of uniform spaces, Georgian Math. J., V. 10 (2003) N2, 201-207. V.Baladze and L.Turmanidze, On uniform shape theory with precompact supports, Proc. of A. Razmadze Math. Inst., 127 (2001) 63-75.
4. V.Baladze and L.Turmanidze, On uniform shape theory with precompact supports, Proc. of A. Razmadze Math. Inst., 127 (2001) 63-75.
5. R. Engelking, General topology, Warzava, 1977.
6. J.R. Isbell, Uniform Spaces, Amer. Math Soc., providence, RI, 1964.
7. S. Mardešic and J. Segal, Shape theory, Amsterdam, 1982.
8. L. Turmanidze, On uniform strong shape theory, Bull. Georgian Acad. Sci., 167, 1(2003) 19-23.
9. L.Turmanidze, On uniform shape theory, Abstracts, Int. Math. Cong., Zagreb, 2000.

The Geometry of Classical Groups over Rings

T. KVIRIKASHVILI AND A. LASHKHI

Georgian Technical University, 77, Kostava St., Tbilisi 0175, Georgia,

lashkhi@gtu.edu.ge

The aim of our research program is:

- For the projective line over left Ore domain non-injective harmonic maps will be considered; it could be combined the methods of D. James (1982), F. Buekenhout (1956) and A. Lashkhi (1997-2000) to prove that: collineations which preserves generalized harmonic quadruples (according C. Bartolone and F. Buekenhout) will be generated by place or anti-place (according Krull's valuation theory).
- It will be given an algebraic description of a large class of mappings and, in particular, of isomorphisms and homomorphisms between certain submodule lattices. These mappings are, geometrically spoken, those which map subspaces to subspaces and preserve joins and disjointness of points and lines.
- For free modules over the rings with invariant basis property the non-bijective collineations and lattice homomorphisms of affine spaces and affine geometries will be considered.
- The perspective maps for free modules over (possibly non-commutative) domains and thus the first ring version of the fundamental theorem of geometric algebra about perspective maps was proved (A. Lashkhi & T. Kvirikashvili, 1997, 2002, 2006). It will be considered the generalization of these results for some classes of general rings.
- It will be considered the mapping $f : L(X) \to L(X_1)$ between the submodule lattices, which preserves sums and "disjointness" and the question: when f is general collineation between projective spaces and from this to find a canonical algebraic representation of join preserving lattice homomorphisms between submodule lattices.
- For affine line over the ring non- bijective harmonic maps in connection with samelinear isomorphisms and antiisomorphisms (von Staudt's theorem) will be considered.
- For ring affine geometries (coset lattices) and affine spaces lattice homomorphisms and non-bijective collineations in connection with samelinear isomorphisms will be considered.
- For symplectic, unitary and orthogonal groups to find "Fundamental Theorem" in the dimensions and for some classes of rings.

P.S. Already, there exist many different generalizations of the fundamental theorems of projective and affine geometries. In most of them mentioned papers only lattice isomorphisms are considered, and it is furthermore assumed that cyclic submodules are mapped on cyclic submodules, thus losing the most interesting part of the representation. In many of these papers only finitely generated free modules are considered. In our research program we will study most general mappings for large classes of modules.

Approximation Properties of Nilpotent and Meta-Abelian Products and Interlacings

A. MAMUCHISHVILI

Georgian Technical University, Tbiilisi

We recall that the n-step nilpotent product and interlacings are defined with the help of a set of words λ_{n+1}, and a meta-Abelian product corresponds to the set of words δ_2.

Theorem 1. *k-step nilpotent product of fintely generated groups* $A_1, A_2, \ldots, A_n$ *is finitely approximable if and only if* $A_1, A_2, \ldots, A_n$ *are finitely approximable.*

Proposition. *Let A be a finitely generated k-step nilpotent group and let B be a finitely approximable group. Then the group* $W = Awr_{\gamma_{k+1}} B$ *is finitely approximable.*

Theorem 2. *Let A be a finitely generated group. Then the k-step nilpotent interlacing* $W = Awr_{\gamma_{k+1}} B$ *is finitely approximable if and only if the following conditions hold*:

(1) *A is a finitely approximable group*;
(2) *B is a finitely approximable group*;
(3) *if B is an infinite group, then A is nilpotent of the step k.*

Example. Let $A = \langle x, y, z \mid xz = zx,\ yz = zy,\ [x, y] = z^3 \rangle$ and let $B = Z(2)$. The group A, as a finitely generated nilpotent torsion-free group, is approximable by finite 2-groups. As is shown in one of works of Wygold, the Cartesian subgroup D of the group $W = Awr_{\lambda_3} B$ is isomorphic to the group $A/[A, A] \otimes A/[A, A]$. The group $[A, A]$ is generated by the element Z^3. Hence

$$A/[A, A] = Z + Z + Z(3)$$

and

$$D = (Z + Z + Z(3)) \otimes (Z + Z + Z(3)) = 4Z + 5Z(3)$$

Therefore, the group W contains a subgroup isomorphic to $Z(3)$ and, therefore, it cannot be approximable by finite 2-groups.

Unification for Abelian Lattice-Ordered Groups with Strong Unit

ANTONIO DI NOLA, REVAZ GRIGOLIA*, AND LUCA SPADA

Department of Mathematics and Informatics, University of Salerno, Salerno

adinola@unisa.it

I. Javakhishvili Tbilisi State University, Institute of Cybernetics, Tbilisi,Georgia

grigolia@yahoo.com, revaz.grigolia@tsu.ge

Department of Mathematics and Informatics, University of Salerno, Salerno

lucaspada@unisa.it

An ℓ-group is an algebra $(G, +, -, 0, \vee, \wedge, u)$, where (1) $(G, +, -, 0)$ is an abelian group, (2) $(G, \vee, \wedge)$ is a lattice, (3) $(x \vee y) + z = (x + z) \vee (y + z)$ for all $x, y, z \in G$, (4) u is a strong unit; this means that for all $x \in G$ there is some $n \in N$ for which $-nu \leq x \leq nu$. ℓ-group with strong unite we will call ℓu-group.

Let G be an ℓu-group, t an ℓu-group-term in the variables $x_1, ..., x_m$, and assume $a_1, ..., a_m$ are elements of G. Substituting an element $a_i \in G$ for all occurrences of the variable $x_i \in G$, for $i = 1, ..., m$, and interpreting the symbols $0, +, \vee, \wedge, u, -$ as the corresponding operations in G, we obtain an element of G, denoted $t^A(a_1, ..., a_m)$. An ℓu-group-equation (for short, an equation) in the variables $x_1, ..., x_m$ is a pair (t_1, t_2) of ℓu-group-terms in the variables $x_1, ..., x_m$. Following tradition, we shall write $t_1 = t_2$ instead of (t_1, t_2). An ℓu-group G satisfies the ℓu-group-equation $t_1 = t_2$, in symbols, $G \models t_1 = t_2$, if $t_1^A(a_1, ..., a_m) = t_2^A(a_1, ..., a_m)$ for any $a_1, ..., a_m \in G$.

Let $(T, +, -, 0, \vee, \wedge, u)$ be the algebra of terms. The complexity $c(t)$ of a ℓu-group-term t is defined inductively as follows: 1) $c(t) = 0$, if t is a variable or u or 0, 2) $c(t_1 * t_2) = max(c(t_1), c(t_2))$, for $* = \vee, \wedge$, 2) $c(t_1 + t_2) = max(c(t_1), c(t_2)) + 1$, 3) $c(-t) = c(t)$. We also define the complexity of an equation $t_1 = t_2$: $c(t_1 = t_2) = max(c(t_1), c(t_2)) + 1$.

On the set T define the equivalence relation $\equiv$: $t_1 \equiv t_2$ iff the ℓu-group-equation $t_1 = t_2$ is an ℓu-group-identity (or true in all ℓu-groups) if it is satisfied in all ℓu-groups, or equivalently the equation $t_1 = t_2$ is deduced from the ℓu-group axioms. If we are restricted with terms m variables T_m, then $(T_m/\equiv, +, -, 0/\equiv, \vee, \wedge, u/\equiv)$ will be the m-generated free ℓu-group. We denote by T_m the m-generated free ℓu-group.

An endomorphism $\sigma : T_m \to T_m$ is said to be a *unification for* ℓu-group equation $t_1 = t_2$ if $\sigma(t_1) = \sigma(t_2)$. An ℓu-group equation $t_1 = t_2$ is said to be *unifiable* if there exists an unification for the equation $t_1 = t_2$. An endomorphism $\sigma : T_m \to T_m$ is *less general* than an endomorphism $\sigma_2 : T_m \to T_m$ (in symbols $\sigma_1 \preceq \sigma_2$) if and only if there is a substitution $\tau : T_m \to T_m$ such that $\vdash \tau(\sigma_2(x_i)) \leftrightarrow \sigma_1(x_i)$ for all $x_i \in \{1, ..., m\}$. Let Σ be the set of all unifiers for the equation $t_1 = t_2$. The set of maximal incomparable elements of Σ is said to be a *basis* of unifiers for $t_1 = t_2$. A unifier σ for $t_1 = t_2$ is said to be a *most general* (mgu) for $t_1 = t_2$ if and only if $\{\sigma\}$ is a basis of unifiers for $t_1 = t_2$.

Theorem. For any unifiable ℓu-group equation $t_1 = t_2$ with complexity $c(\alpha) \leq n$ and m variables there exists a finite number of pairwise not deducible from each other equations $p = q$ with $c(p = q) \leq n$, having most general unifications, and $p = q \models t_1 = t_2$.

Idempotents of the Some Complete Semigroups of Binary Relations

NINO ROKVA

State University of Batumi, Batumi, Georgia

nino_rokva@mail.ru

In this work, all $XI-$ subsemilattices of unions, defined by complete $X-$semilattices of the class $\Sigma_3(X,7)$ is studied. Every element of this class is isomorphic to the preliminarily given $X-$semilattice $D=\{Z_6,Z_5,Z_4,Z_3,Z_2,Z_1,\breve{D}\}$.

The symbol D denotes an arbitrary nonempty set of the set X, closed with respect to the set-theoretic union of elements from D, any of its nonempty subsets possesses an exact upper bound, i.e. D is a complete $X-$semilattice of unions([1]).

If X is finite set, where $|X|=n\geq 4$ and $|\Sigma_3(X,7)|=s$, then

$$s=\frac{1}{2}\left(8^n-4\cdot 7^n+6\cdot 6^n-4\cdot 5^n+4^n\right).$$

The set $B_X(D)$ of all a binary relation α_f $(f:X\to D)$ is a semigroup with respect to the operation of multiplication of binary relations, where $\alpha_f=\bigcup_{x\in X}(\{x\}\times f(x))$ [1].

Knowing all $XI-$subsemilattices of the given complete $X-$semilattice, we have investigated the class of semigroup $B_X(D)$ of binary relations, every element of which is defined by a complete $X-$semilattice of unions from the class $\Sigma_3(X,7)$ [2]. We have received new results:

- These semigroups have no right units;
- Formulas are found for calculating the number of idempotents for a finite set X .

References

1. Ya. I. Diasamidze, Complete semigroups of binary relations. Journal of Mathematical Sciences, Plenum Publ. Cor., New York, Vol. 117, №4, 2003, 4271-4319.
2. Ya. Diasamidze, Sh. Makharadze, N.Rokva, On XI-Semilattices of Unions, Bull. GeorgianAcad. Sci. vol.II, no. 1, 2008, 16-24.

გამოყვანის ერბრანისეული მეთოდები τSR თეორიაში

ხიმური რუხაია, ლალი ტიბუა*

ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

ი. ვეკუას სახ. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი,

თბილისი, საქართველო

khimuri.rukhaia@viam.sci.tsu.ge, lali.tibua@viam.sci.tsu.ge

როგორც ცნობილია, ფორმულის ზოგადმართებულობის დასადგენად საჭიროა განხილულ იქნეს ყველა შესაძლო არეზე ყველა შესაძლო ინტერპრეტაცია. ფაქტიურად ამის განხორციელება შეუძლებელია. საჭიროა მოინახოს ისეთი სპეციალური არე, რომ ამ არეზე განხილულ ყველა შესაძლო ინტერპრეტაციაში მოცემული ფორმულის

ჭეშმარიტობა ტოლძალოვანი იყოს ამ ფორმულის ზოგადმართებულობის. პრედიკატთა ლოგიკის ფორმულებისათვის ასეთი არის მოძებნა შეძლო ერბრანმა [1]. ამ არეს ერბრანის უნივერსუმი ეწოდა. საინტერესოა ჩვენს მიერ აგებული τSR-ლოგიკის [2-3] ფორმულებისათვის ანალოგიური არის მოძებნა. τSR- ლოგიკის A ფორმულისათვის შესაბამისი H_A-ერბრანის უნივერსუმი მოძებნილია ავტორთა მიერ. განსაზღვრულია აგრათვე τSR-ლოგიკის A ფორმულის ერბრანის H-ინტერპრეტაციის ანალოგი და დაგენილია კავშირი ნებისმიერ არაცარიელ D არეზე განხილულ ინტერპრეტაციისა და ერბრანის τSR-უნივერსუმზე განსაზღვრულ ერბრანის H-ინტერპრეტაციასთან.

ლიტერატურა

1. Chin-Liang Chang; Richard Char-Tung Lee, Symbolic Logic and mechanical theorem prouving"; New York 1973.
2. Rukhaia Kh, TibuaL.; Dundua B.One Method of Constructing a Formal Sistem; Aplied Mathematics,Informatics and Mechanics(AMIM)T.11N 2;2006 www.viam.science.tsu.ge/Ami/2006_2/2006_2.htm
3. L.Tibua, Herbrand τ–universe; Reports of Enlarged Sessions of I. Vekua Institute of Applied mathematics; vol.14, #4;.1999

სეპარაბელური *p*-ჯგუფის კვაზიციკლური ჯგუფით გაფართოების სავსებით ინვარიანტულ ქვეჯგუფთა მესერი

ტარიელ ქემოკლიძე

ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

ქუთაისი, საქართველო

მოხსენებაში განიხილება სეპარაბელური p- ჯგუფის კვაზიციკლური ჯგუფით გაფართოების სავსებით ინვარიანტულ ქვეჯგუფთა მესერი, როცა გრეხვითი ნაწილი წარმოადგენს გრეხვითად სრული p-ჯგუფების ნებისმიერ პირდაპირ ჯამს. პროექციებისა და ინდიკატორების გამოყენებით ჯგუფის ყოველ ელემენტს ეთანადება უსასრულო მატრიცა, რომელთა დახმარებით აიგება ქვედა ნახევარმესერი, რომლის ფილტრთა მესერი იზომორფულია საძიებელი სავსებით ინვარიანტული ქვეჯგუფების მესრისა.

Modeling Ring Projective Geometry - von Neumann's Point of View

P. GURTSKAIA AND A. LASHKHI

Georgian Technical University, 77 Kostava St., Tbilisi 0175, Georgia,

lashkhi@gtu.edu.ge

The classical coordinatization theorem for projective geometry was vastly extended by J. von Neumann for regular rings. The other generalization of skew fields, which is different from the regular rings, is the principal ideal domains. The question of coordinatization was raised by R. Baer (1939). The problem was solved by A. Lashkhi (1988, 1995, 2002) for commutative principal ideal domains and U. Brehm for Ore domains (1983, 1995). Obviously, the initial question before the axiomatization is the apportionment of the system of points of projective geometry. The module over the principal ideal domain is free and cyclic if and only if the submodule lattice is distributive with maximum condition. This condition is in the basis of the definition of a D-point and D-geometric lattice. Among the groat deal of the problem of lattice and ring geometry the following three directions are most important for the further development:

- Theory of geometric lattice and their generalization.
- The problem of coordinatization geometries over rings.
- Theoretical aspects of geometries which are closed to combinatorics.

The research program is an attempt to investigate all of the above mentioned three directions, namely to study a special generalization of geometric lattices. In connection with that fact that the fundamental problem in this area is the problem of coordinatization many interesting aspects of general geometric lattices were left aside. We will develop and generalize these and other issues connected with the submodule lattice of the module over general rings. The present talk contains three parts; the aim of each is to consider and study systematically:

A. D-semimodular, D-pointwise lattices and some aspects of symmetricity for this classes of submodule lattices over general rings, coordinatization of rings, embedding problem.

B. General geometric lattices and generalization of Mathroid theory (D-geometrical lattices), -perspectivity.

C. The geometries which are associated with D-geometric lattices and combinatorial problems. Pappus, Desargues theorems, Six and three cross theorems in D-geometrical lattices etc.

D. Coordinatization of affine geometries (sememodular lattices) over general rings (Ore domains, principal ideal domains ets) by the system of axioms with geometrical flavour.

E. Combinatorial problems in affine ring geometries; complementary in semimodular affine lattices; synthetic affine geometry over general rings

The Projective Geometry of W-Power Hall's Groups

M. CHABASHVILI* AND T. BOKELAVADZE**

* Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, 2, University St., Tbilisi 0143, Georgia

** A. Tsereteli Kutaisi State University, 59, Tamar Mepe St., Kutaisi 4600, Georgia,

bokel71@yahoo.com

If G is a Hall's W-power group over the ring W, then it is obvious that the set of all W-subgroups forms a complete lattice $\mathcal{L}(G)$. W-power groups G and G_1 over the rings W and W_1 are lattice-isomorphic if there exists an isomorphism $f : \mathcal{L}(G) \to \mathcal{L}(G_1)$

Definition. Let X and Y be W-power groups over the rings W_1 and W_2, respectively. We say that the mapping $f : X \to Y$ is a semi-linear isomorphism with respect to the isomorphism $\sigma : W_1 \to W_2$. If the equality

$$f(x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}) = f(x_1)^{\sigma(\alpha_1)} f(x_2)^{\sigma(\alpha_2)}$$

is fulfilled for any x_1, $x_2 \in X$ and α_1, $\alpha_2 \in W_1$.

We call a lattice $L(0, 1 \in L)$ torsion-free if none of the elements covers 0. A W-power group G is called torsion-free if the condition $x^\alpha = 1$, $\alpha \in W$, $x \in G$, implies either $\alpha = 0$ or $x = 1$. We call a W-power groups G proper if the lattice $\mathcal{L}(G)$ is torsion-free. It is obvious that the lattice $\mathcal{L}(G)$ if torsion-free not for every torsion-free group G, i.e. not every torsion-free group is proper. Indeed, if W is a field, then any W-group G over W is torsion-free and thus it is not proper: for any $x \in G$ the lattice $L(\langle x \rangle)$ consists two elements. An element $x \in G$ is called proper if the lattice $L(\langle x \rangle)$ is torsion-free, and it is a torsion-free if the W-subgroup $\langle x \rangle$ is torsion-free.

Theorem (Fundamental theorem of projective geometry for W-power groups). *Let X and Y be W-power groups defined over the principal ideal domains W_1 and W_2, respectively; $f : L(X) \to L(Y)$ be a lattice isomorphism. If X is a proper locally-nilpotent W-power group, then there exist an isomorphism $\sigma : W_1 \to W_2$ and σ-semilinear isomorphism $\mu : X \to Y$ such that $\mu(A) = \varphi(A)$ holds for every subgroup $A \subseteq L(X)$.*

Example. Let $\Omega = \langle a, b \rangle$ be a free 2-nilpotent W-power group. Generated by two elements a and b. Assume that the principal ring W is a field. Let us consider an automorphism φ of the lattice $L(\Omega)$, $\varphi \in Aut[L(\Omega)]$, which preserves all 2-generated subgroups and maps the singly generated subgroups arbitrarily but identically with respect to the modulus of the commutant $z = [a, b]$, i.e. $\varphi(\langle x \rangle) = \langle x \cdot z \rangle$.

It is easy to see that the lattice automorphism φ is generated by none of the isomorphisms Ω (by none of the semilinear automorphisms).

Remark 1. If μ is the semilinear isomorphism form the theorem, then the mapping μ^{-1} defined by $\mu^{-1}(x) = [\mu(x)]^{-1}$ is a semilinear antiisomorphism, i.e.

$$\mu(x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}) = \mu(x_2)^{\sigma(\alpha_2)} f(x_1)^{\sigma(\alpha_1)}$$

for any x_1, $x_2 \in X$, α_1, $\alpha_2 \in W$.

Remark 2. Let $\Omega \subset W$ be a group of invertable elements of a ring W. Then for every $\varepsilon \in \Omega$ the mapping $\mu_\varepsilon = \mu^\varepsilon$ $(\mu_\varepsilon(x) = [\mu(x)]^\varepsilon)$ is either a semilinear isomorphism or a semi-linear anti-isomorphism with respect to the same $\sigma : W \to W_1$.

სასრულო სიმრავლეზე განსაზღვრული ზოგიერთი ალგებრული სტრუქტურის რაოდენობის გამოსათვლელი ფორმულები

ზებურ ავალიანი

შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ალგებრული სტრუქტურა ეწოდება სიმრავლეს მასზე განმარტებული ალგებრული ოპერაციით. ნაშრომში შესწავლილია სასრულ სიმრავლეზე განსაზღვრული ზოგიერთი ალგებრული სტრუქტურის რაოდენობა. დამტკიცებულია შემდეგი:

თეორემა 1. n-ელემენტიან სიმრავლეზე განსაზღვრული ერთეულის მქონე ყველა (M,α) ალგებრული სტრუქტურის რაოდენობა არის n^{n^2-2n+2}.

თეორემა 2. n-ელემენტიან სიმრავლეზე განსაზღვრული ყველა კომუტაციური (M,α) ალგებრული სტრუქტურის რაოდენობა არის $n^{\frac{n^2+n}{2}}$.

თეორემა 3. n-ელემენტიან სიმრავლეზე განსაზღვრული შებრუნებული ელემენტების მქონე ყველა (M,α) ალგებრული სტრუქტურის რაოდენობა არის n^{n^2-3n+3}.

თეორემა 4. n-ელემენტიანი სიმრავლის თავისთავზე ყველა ასახვათა რაოდენობა, რომელსაც აქვს ერთი მაინც უძრავი წერტილი, არის $n^n-(n-1)^n$.

ლიტერატურა:

1. Е. С. Ляпин, А. Я. Аизенштат, М. М. Лесохин. “упражнения по теории групп”.

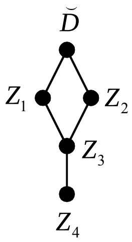
Regular elements of complete semigroups of binary relations defined by semilattices of the class $\Sigma_5(X,5)$

SHOTA MAKHARADZE

Batumi State University. Ninoshvili St. 35. shota_59@mail.ru

Let X be an arbitrary nonempty set, D be an $X-$semilattice of unions, i.e. such a nonempty set of subsets of the set X that is closed with respect to the set-theoretic operations of unification of elements from D, f be an arbitrary mapping of the set X in the set D. To each such a mapping f we put into correspondence a binary relation α_f on the set X that satisfies the condition

$$\alpha_f=\bigcup_{x\in X}\left(\{x\}\times f(x)\right)$$



The set of all such α_f ($f:X\to D$) is denoted by $B_X(D)$. It is easy to prove that $B_X(D)$ is a semigroup with respect to the operation of multiplication of binary relations, which is called a complete semigroup of binary relations defined by an $X-$semilattice of unions D.

Let $\Sigma_5(X,5)$ be a class of all $X-$semilattices of unions whose every element is isomorphic to an $X-$semilattice of unions $D=\{Z_4,Z_3,Z_2,Z_1,\breve{D}\}$ which satisfies the following conditions:

$$\begin{gathered}Z_4\subset Z_3\subset Z_1\subset\breve{D},\ \ Z_4\subset Z_3\subset Z_2\subset\breve{D},\\ Z_1\setminus Z_2\neq\varnothing,\ Z_2\setminus Z_1\neq\varnothing,\ Z_1\cup Z_2=\breve{D}.\end{gathered}\qquad\ldots(1)$$

The diagram of a semilattice satisfying the conditions (1) is shown in the figure.

In the paper we study the class of semigroups, which consists of all such semigroups $B_X(D)$ which are defined by some semilattice D' belonging to the class $\Sigma_5(X,5)$. The construction of regular elements is described for semigroups of the considered class. Formulas are found for calculated the number of regular elements for finite set X.

References

1. Ya. I. Diasamidze. Complete Semigroups of Binary Relations. Journal of Mathematical Sciences, Plenum Publ. Cor., New York, Vol. 117, No. 4, 2003, 4271-4319.
2. Diasamidze Ya., Makharadze Sh., Diasamidze Il., Idempotent and regular elements of complete semigroups of binary relations. Journal of Mathematical Sciences, Plenum Publ. Cor., New York, 153, № 4, 2008, 481-499.

ანალიზი
ANALYSIS

Counting Complex Points of Surfaces

T. ALIASHVILI

Technical University of Georgia, Tbilisi, Georgia

aliashvili@yahoo.com

Complex points of smooth surfaces in C^2 play significant role in many problems in complex analysis. Similar applications arise in singularity theory and algebraic geometry. Moreover, complex points are also important for constructing solutions to certain nonlinear Riemann-Hilbert problems [3].

We will present several general results on complex points of real two-dimensional surfaces in two-dimensional complex vector space. We consider a smooth compact surface X given by two real polynomial equations in $R^4 \cong C^2$ and describe an effective method of finding the number of its complex points. To this end we construct a system of real polynomial equations in auxiliary variables such that the number of real solutions of this system is equal the number of complex points of X. This approach appeared quite effective in the case of the graph of a polynomial planar endomorphism [1] and we now generalize it to arbitrary algebraic surfaces.

First, using the J. Bruce formula we obtain an explicit formula for the number of complex points of X in terms of the topological degree of a certain polynomial mapping [4].

Theorem 1. For a generic $X \subset C^2$, the number of complex points of $X = \{f = 0, g = 0\} \subset C^2$, is given by

$$c(X) = \frac{1}{2}\left(1 - \deg_0 \nabla H\right)$$

where the polynomial H is algebraically expressible through f an g as indicated in [2].

Second, using the estimates for the mapping degree in terms of the so-called Petrovsky numbers we obtain an upper estimate for the number of complex points.

Theorem 2. The number of complex points of a generic algebraic surface defined by two equations of degree $m \geq 2$ does not exceed $P_5(4m-1)$, where the latter number is the Petrovky number defined and calculated in [4].

References

1. T.Aliashvili, Counting real roots of polynomial endomorphisms. *J. Math. Sci. 118(2003), #5, pp.5325-5346.*
2. J.W. Bruce, Euler characteristics of real varieties. *Bull. London math. Soc. 22(199), #6, PP.547-552.*
3. G.Giorgadze, G.Khimshiashvili, The Riemann- Hilbert problem in loop spaces. *Doklady Mathematics. Vol.73. #2, 2006, pp.258-260.*
4. G.Khimshiashvili, The local degree of a smooth mapping. *(Russian) Soobshch. Acad. Nauk Gruz. SSR 85 (1977), #2, 309-312.*

On Complex Structures on Riemann Surfaces

GRIGORY GIORGADZE

Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

gia.giorgadze@tsu.ge

We consider the relation between the complex structures on Riemann surfaces and Beltrami equation. We discuss also on Beltrani type elliptic system and generalized *Q*-holomorphic functions.

On the Uniform Convergence of Multiple Trigonometric Fourier Series

LARRY GOGOLADZE

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

lgogoladze1@hotmail.com

It is well known that unlike one-dimensional case, not every multiple trigonometric series is the real or imaginary part of a multiple power series.

The class of those multiple trigonometric series, which are the real or imaginary part of multiple power series, is said to be a trigonometric series of a special type.

Denote by $C^*(T^S)$ $T=[-\pi,\pi]$, $S\geq 2$ the subset of those functions from $C\,(T^S)$ the trigonometric Fourier series of which are the trigonometric series of a special type.

We have the following

Theorem. Let $f\in C^*(T^S)$ and let its Fourier coefficients are positive numbers. Then its multiple trigonometric Fourier series will uniformly converge on (T^S) .

ცხრილით მოცემული მრავალცვლადიანი ფუნქციის არგუმენტების ერთცვლადიან ფუნქციათა ნამრავლის სახის მათემატიკური მოდელის მამოწმებელი კრიტერიუმი

Ი. ᲒᲝᲠᲯᲝᲚᲐᲫᲔ, Ნ. ᲒᲝᲠᲯᲝᲚᲐᲫᲔ

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

natia.gorjoladze@ugt.ge

განიხილება ცხრილით მოცემული $n \geq 2$ ცვლადზე დამოკიდებული ელემენტარული $u = u(x, y, z, t, \cdots, \gamma, l, \omega, \theta)$ ფუნქცია, რომლის ცვლადების ინდექსებია შესაბამისად $c, d, p, q, \cdots, a, b, m, g; u \in R^n$.

შემოგვაქვს მრავალცვლადიანი ფუნქციის რანგის ცნება. თუ ორი ცვლადის ფუნქციის ცხრილის ელემენტებით შედგენილი მატრიცის რანგი ნაკლებია სტრიქონებისა და სვეტების რიცხვებს შორის უმცირესზე, მაშინ მას ვუწოდოთ ორცვლადიანი ფუნქციის რანგი. თუ სამცვლადიან ფუნქციაში ერთ-ერთი ცვლადის დაფიქსირებით მიღებული დანარჩენი ორი ცვლადის ფუნქციების რანგები ერთმანეთის ტოლია, მაშინ მას ვუწოდოთ სამცვლადიანი ფუნქციის რანგი. ანალოგიურად განისაზღვრება ოთხი და მეტი ცვლადის ფუქციის რანგიც.

მტკიცდება შემდეგი თეორემა: თუ $n \geq 2$ ცვლადის u ფუნქციის რანგი არის 1, მაშინ მისი მათემატიკური მოდელი წარმოადგენს ერთცვლადიან ელემენტარულ ფუნქციათა ნამრავლს, ხოლო ანალიზური სახის დამდგენი ფორმულა მოიცემა შემდეგი გამოსახულებით:

$$u = u_{dpq\cdots abmg}(x) \cdot u_{cpq\cdots abmg}(y) \cdot u_{cdq\cdots abmg}(z) \cdot \cdots \times$$

$$\times\, u_{cdpq\cdots amg}(l) \cdot u_{cdpq\cdots abg}(\omega) \cdot u_{cdpq\cdots abm}(\tau) : u^{n-1}_{cdpq\cdots abmg},$$

სადაც ერთცვლადიანი ფუნქციები შესაბამისი ინდექსების მქონე ელემენტებით დადგენილი ელემენტარული ფუნქციებია.

მიღებულ კანონზომიერებას **ნამრავლის კანონი** ვუწოდეთ.

ამ კანონიდან გამომდინარეობს არგუმენტების ერთცვლადიან ფუნქციათა ნამრავლის სახის მათემატიკური მოდელის მამოწმებელი კრიტერიუმი: იმისათვის, რომ მრავალცვლადიანი ფუნქციის მათემატიკური მოდელი წარმოადგენდეს არგუმენტების ერთცვლადიან ფუნქციათა ნამრავლს, საკმარისია ფუნქციის რანგი იყოს ერთი.

ცხრილით მოცემული მრავალცვლადიანი ფუნქციის არგუმენტების ერთცვლადიან ფუნქციათა ჯამის სახის მათემატიკური მოდელის მამოწმებელი კრიტერიუმი

ი. გორჯოლაძე, ნ. გორჯოლაძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

natia.gorjoladze@ugt.ge

განიხილება ცხრილით მოცემული $u = u(x, y, z, t, \cdots, \gamma, l, \omega, \theta)$ ელემენტარული ფუნქცია, რომლის ცვლადების ინდექსებია შესაბამისად $c, d, p, q, \cdots, a, b, m, g;\ u \in R^n$.

თუ ორცვლადიანი ფუნქციის ცხრილის ელემენტებით შედგენილი მატრიცის რანგი ნაკლებია სტრიქონებისა და სვეტების რიცხვებს შორის უმცირესზე, მაშინ მას ვუწოდოთ ორცვლადიანი ფუნქციის რანგი. თუ სამცვლადიან ფუნქციაში ერთ-ერთი ცვლადის დაფიქსირებით მიღებული ორცვლადიანი ფუნქციების რანგები ტოლია, მაშინ მას ვუწოდოთ სამცვლადიანი ფუნქციის რანგი და ა.შ. ერთ-ერთი სტრიქონი (სვეტი) გამოვაკლოთ დანარჩენ სტრიქონებს (სვეტებს) და მაკლები სტრიქონი (სვეტი) შევცვალოთ ერთეულოვანი სტრიქონით (სვეტით). მიღებული მატრიცის რანგს ვუწოდოთ ხაზიანი რანგი.

მტკიცდება შემდეგი თეორემა: თუ $n \geq 2$ ცვლადის u ფუნქციის ხაზიანი რანგი არის 2, მაშინ მისი მათემატიკური მოდელი წარმოადგენს არგუმენტების ერთცვლადიან ფუნქციათა ჯამს, ხოლო ანალიზური სახის დამდგენი ფორმულა მოიცემა შემდეგი გამოსახულებით:

$$u = u_{dpq\cdots abmg}(x) + u_{cpq\cdots abmg}(y) + u_{cdq\cdots abmg}(z) + \cdots +$$
$$+ u_{cdpq\cdots amg}(l) + u_{cdpq\cdots abg}(\omega) + u_{cdpq\cdots asm}(\tau) - (n-1)\cdot u_{cdpq\cdots abmg},$$

სადაც ერთცვლადიანი ფუნქციები შესაბამისი ინდექსების მქონე ელემენტებით დადგენილი ელემენტარული ფუნქციებია.

მიღებულ კანონზომიერებას ჯამის კანონი ვუწოდეთ. ამ კანონიდან გამომდინარეობს არგუმენტების ერთცვლადიან ფუნქციათა ჯამის სახის მატემატიკური მოდელის მამოწმებელი კრიტერიუმი: იმისათვის, რომ მრავალცვლადიანი ფუნქციის მათემატიკურ მოდელს ჰქონდეს არგუმენტების ერთცვლადიან ფუნქციათა ჯამის სახე, საკმარისია ფუნქციის ხაზიანი რანგი იყოს ორი.

On the Modulus of Continuity of $k-$th Order of Conjugate Functions

ANA DANELIA

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia,
email:annadanelia2000@yahoo.com

In this work the estimates of the partial moduli of continuity of $k-$th order of the conjugate functions of several variables are obtained in the space $C(T^n)$. The exactness of these estimates are established by proper examples. Our results determine the complete picture of violation of the invariance of the calasses $H(\omega_k; C(T^n))$ under the operator $\overline{f}_B$. From obtained results as a consequences follows Zhak's theorem [1].

References

1. I.E. Zhak, A theorem of Zygmund about conjugate functions, Dokl. Akad. Nauk SSSR, **97** (1954), 387-389.

ბიორლინგის თეორემის შესახებ გარე ანალიზური მატრიც ფუნქციებისთვის

ლაშა ეფრემიძე

ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი

lasha@rmi.acnet.ge

ბიორლინგის კლასიკური თეორემა გარე ანალიზური ფუნქციების შესახებ ამტკიცებს, რომ თუ f წრეში განსაზღვრული გარე ანალიზური ფუნქციაა ჰარდის H_2 სივრციდან, მაშინ f ფუნქციის ნამრავლები ყველა შესაძლო პოლინომებთან ყველგან მკვრივია ამ სივრცეში.

ეს თეორემა მატრიც ფუნქციებისათვის განზოგადოებულ იქნა ლაქსის და შემდგომ ჰელსონის მიერ. მათი დამტკიცება ეყრდნობა ინვარიანტული ქვესივრცეების ტექნიკას და იყენებს ფუნქციონალური ანალიზის აპარატს.

მოხსენებაში საუბარი იქნება ბიორლინგ-ლაქს-ჰელსონის თეორემის მარტივ დამტკიცებაზე, რომელიც ეყრდნობა კომპლექსური ცვლადის ფუნქციათა თეორიის მეთოდებს

განზოგადოებული ლაპლასიანი და ფურიე-ლაპლასის დეფერენცირებადი მწკრივის შეჯამებადობა წრფივი მეთოდით

ს. თოფურია, ლ. ხოჯოლავა

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

შემოყვანილია განზოგადოებული ლაპლასის ოპერატორის ცნება R^k $(k \geq 3)$ სივრცის ერთეულოვან S^{k-1} სფეროზე (იხ. [1]). დადგენილია საკმარისი პირობები, რამელსაც უნდა აკმაყოფილებდეს S^{k-1} $(k \geq 3)$ სფეროზე განსაზღვრული ფუნქცია, რათა არსებობდეს ამ ფუნქციის განზოგადოებული ლაპლასიანი.

მიღებულია ფურიე-ლაპლასის დიფერენცირებული მწკრივების წრფივი რეგულარული მეთოდებით შეჯამებადობის საკმარისი პირობები. დიფერენცირების ოპერატორად გამოყენებულია ლაპლასის ოპერატორი ერთეულოვან სფეროზე, ე. ი. სფერულ კოორდინატებში ჩაწერილი ლაპლასის ოპერატორის კუთხური ნაწილი.

ლიტერატურა

1. S. Topuria, Boundary Properties and Applications of the Differentiated Poisson Integral for Different Domains, Nova Science Publishers, Inc. 2009.

ინვარიანტულ და კვაზიინვარიანტულ ზომათა თეორიაში უსასრულო კომბინატორიკის მეთოდების გამოყენების შესახებ

ა. კირთაძე

ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი,

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

kirtadze2@yahoo.com

ინვარიანტულ და კვაზიინვარიანტულ ზომათა თეორიის ფუნდამენტური საკითხების შესწავლა (მაგალითად, გარდაქმნათა ჯგუფებით აღჭურვილი საბაზისო სიმრავლეებზე განსაზღვრული ინვარიანტული ზომების ერთადერთობა, მეტრიკული ტრანზიტულობა, არასეპარაბელობა და სხვ.) მჭიდროდ უკავშირდება უსასრულო კომბინატორიკის ისეთ ცნობილ ფაქტებს, როგორიცაა: ა. ტარსკის თეორემა სიმრავლეთა დამოუკიდებელი ოჯახის შესახებ, ვ. სერპინსკის ე.წ. გამოყოფის ლემა, ს. ულამის ტრასფინიტური მატრიცა, სიმრავლეთა თითქმის დიზუნქტიური ოჯახის კომბინატორული თვისებები და სხვ. (მაგალითად, იხილეთ, [1], [2], [3]).

უსასრულო კომბინატორიკის ზემოთ მოყვანილი ფაქტების გამოყენებებით დგინდება შემდეგი შედეგები:

1) კონტინუუმის ჰიპოთეზის მიღების შემთხვევაში ამოხსნად ჯგუფებზე სიგმა-სასრულო არასეპარაბელური ინვარიანტული ზომის არსებობა;
2) სიგმა-სასრულო ინვარიანტული (გარკვეული ყველგან მკვრივი ქვეჯგუფის მიმართ) ზომების ერთადერთობა საბაზისო ტოპოლოგიურ სივრცეთა პირდაპირ ნამრავლებზე;
3) სიგმა-სასრულო კვაზიინვარიანტული ზომების აბსოლუტურად უწყვეტობა კვაზიინვარიანტული ალბათური ზომების ნამრავლების მიმართ.

ნაშრომი შესრულებულია GNSF/ST08/3-391 გრანტის მხარდაჭერით.

ლიტერატურა

1. E. Hawitt, K. Ross, Abstract Harmonic Analysis, vol.1, Springer-Verlag, Berlin, 1963.
2. Kharazishvili, Elements of Combinatorical Theory of Infinite Sets, Tbilisi Univ. Press, Tbilisi, 1981(in Russian).
3. კირთაძე, დინამიკური და კვაზიდინამიკური სისტემების თეორიის ზოგიერთი ასპექტი, გამომცემლობა „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, თბილისი, 2006.

კოშის სინგულარული ინტეგრალებისა და მაქსიმალური ფუნქციების შემოსაზღვრულობის კრიტერიუმები წონიან გრანდ-L^p სივრცეებში და გამოყენებები სასაზღვრო ამოცანებში

ვახტანგ კოკილაშვილი

ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი

Email: kokil@rmi.acnet.ge

მოხსენებაში წარმოდგენილი იქნება უკანასკნელ ხანს ავტორის მიერ მიღებული შედეგები არაწრფივი ანალიზის ინტეგრალური ოპერატორების შემოსაზღვრულობის შესახებ ბანახის არასტანდარტულ წონიან ფუნქციურ სივრცეებში და გამოყენებები ანალიზურ ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანებში.

სახელდობრ,

ა) კომპლექსური სიბრტყის გაწრფევადი წირის შესახებ დადგენილი იქნება იმის აუცილებელი და საკმარისი პირობა, რომ ამ წირზე განსაზღვრული კოშის სინგულარული ინტეგრალითა და ჰარდი-ლიტვუდის ტიპის მაქსიმალური ფუნქციებით გაჩენილი ოპერატორები შემოსაზღვრული იყოს გრანდ-L^p სივრცეებში პირობით $1 < p < \infty$. ამ უკანასკნელ სივრცეებს აღნიშნავენ $L^{p)}$ სიმბოლოთი.

ბ) მოყვანილი იქნება იმ წონითი ფუნქციების სრული დახასიათება, რომლებიც განაპირობებენ კოშის სინგულარული ოპერატორისა და მაქსიმალური ფუნქციების შემოსაზღვრულობას წონიან $L^{p)}$ სივრცეებში.

გ) ანალოგიური ამოცანა ამოხსნილია ჯერადი შეუღლებული ფუნქციებისა და ძლიერი მაქსიმალური ფუნქციებისათვის.

დ) ზემოხსენებული სივრცეების ჩარჩოებში შემოტანილი იქნება ანალიზურ და ჰარმონიულ ფუნქციათა ჰარდისა და სმირნოვის ტიპის კლასები. დადგენილი იქნება მათი თვისებები: კოშის ტიპის ინტეგრალით წარმოდგენადობა, სმირნოვის ტიპის თეორემა და სხვა.

ე) არაწრფივი ანალიზის ოპერატორების ასახვის თვისებებზე დაყრდნობით გამოკვლეულია რიმანის სასაზღვრო ამოცანა იმ კოშის ტიპის ინტეგრალებით წარმოდგენად ფუნქციათა კლასებში, რომელთა სიმკვრივეები მიეკუთვნებიან გრანდ-L^p სივრცეებს.

ვ) ზემოხსენებულ ფუნქციურ სივრცეებში განხილული იქნება ფუნქციათა აპროქსიმაციის ზოგიერთი ასპექტი.

On a Singular Boundary Value Problem for the Integro-Differential Equations

ROMAN KOPLATADZE

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia,
email:r_koplatadze@yahoo.com

Consider the boundary value problem

$$x'(t) = p(t) \int_0^{\sigma(t)} q(s)\, x(\tau(s))\, ds, \tag{1}$$

$$x(t) = \varphi(t) \quad \text{for} \quad t \in [\tau_0, 0), \quad \liminf_{t \to +\infty} |x(t)| < +\infty, \tag{2}$$

where $p \in C(R_+; (0, +\infty))$, $q \in L_{\mathrm{loc}}(R_+; R_+)$, $0 \le \sigma(t) \le t$, $\tau(t) < t$ for $t \in R_+$, $\lim\limits_{t\to+\infty} \sigma(t) = \lim\limits_{t\to+\infty} \tau(t) = +\infty$, $\tau_0 = \inf\{\tau(t) : t \in R_+\}$, $\varphi \in C([\tau_0, 0))$ and $\sup\{|\varphi(t)| : t \in [\tau_0, 0)\} < +\infty$.

The sufficient conditions for problem (1), (2) to have a solutions, a unique solution and a unique oscillation solution are obtained.

განზოგადოებულ სფერულ ფუნქციათა სისტემის მიმართ ფურიეს დიფერენცირებული მწკრივის შეჯამებადობა წრფივი მეთოდებით

ნ. მაჭარაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

lado54@mail.ru

დამტკიცებულია თეორემები განზოგადოებულ სფერულ ფუნქციათა სისტემის მიმართ ფურიეს დიფერენცირებული მწკრივების წრფივი რეგულარული მეთოდებით შეჯამებადობის შესახებ. დიფერენცირების ოპერატორად გამოყენებულია ლაპლასის ოპერატორი ერთეულოვან სფეროზე, ე. ი. სფერულ კოორდინატებში ჩაწერილი ლაპლასის ოპერატორის კუთხური ნაწილი.

ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივის აბელ–პუასონის საშუალოების აპროქსიმატული თვისებები

დალი მახარაძე

შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

dsm@posta.ge

ვთქვათ $T=[-\pi,\pi]$, ხოლო ფუნქციები $f:R\to R$ არიან 2π პერიოდული, სადაც $R=]-\infty,+\infty[$. დავუშვათ, $f\in L[T]$, მაშინ, როგორც წესი, $\sigma[f]$ სიმბოლოთი აღინიშნება, შესაბამისად, f ფუნქციის ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივი:

$$\sigma[f]=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}a_k\cos kx+b_k\sin kx,$$

$f(x,r)$ სიმბოლოთი აღნიშნავენ $\sigma[f]$ მწკრივის აბელ–პუასონის საშუალოებს. კერძოდ,

$$f(x,r)=\frac{1}{\pi}\int_T f(x+t)P(r,t)dt,\quad 0\le r<1,$$

სადაც $P(r,t)$ არის პუასონის ბირთვი. ვისარგებლებთ, აგრეთვე, აღნიშვნით

$$\varphi(x,t)=f(x+t)+f(x-t)-2f(x)$$

ჩანაწერი $\omega\in\Phi$ (იხ. [1]) აღნიშნავს რომ $[0,\pi]$ შუალედზე განსაზღვრულ ω ფუნქციას აქვს შემდეგი თვისებები:

1. უწყვეტია $[0,\pi]$ –ზე, 2. $\omega\uparrow$, $t\uparrow$,
3. $\omega(t)>0,\quad 0<t\le\pi$, 4. $\omega(0)=0$.

შენიშვნა: სიმბოლოები $A(f), A(f,x), A(f,x,\eta),\ldots$ აღნიშნავენ დადებით სასრულ სიდიდეებს დამოკიდებულს მხოლოდ მითითებულ პარამეტრებზე.

<u>თეორემა</u> ვთქვათ, $\omega\in\Phi$. თუ $[a,b]\subset T$, $b-a>0$ და

$$\sup_{a\le x\le b}\int_0^t|d\varphi(x,s)|\le A(f)\omega(t),\quad 0<t\le\eta\le\pi,$$

მაშინ

$$\sup_{a\le x\le b}|f(x,r)-f(x)|\le A(f,\eta)(1-r)\int_{1-r}^{\eta}\frac{\omega(t)}{t^2}dt,\qquad r\ge r_0(\eta).$$

თუ $T=[a,b]$, მაშინ უკანასკნელი შეფასებიდან მიიღება ი.პ. ნატანსონის[2] სათანადო დებულება

ლ ი ტ ე რ ა ტ უ რ ა

[1]. N.K. Bari., S.B. Stechkin - Trudy Moscow. Mat. Obshch., 1956, v.5, p. 483-522
[2]. Натансон И. П. — ДАН СССР, т. 73, №2, 1950, с. 273-276.

მაქსიმალური და კალდერონ-ზიგმუნდის ოპერატორები „გრანდ“ ლებეგის სივრცეებთან დაკავშირებულ მორის სივრცეებში

ალექსანდრე მესხი

ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

Email: meskhi@rmi.acnet.ge

დამტკიცებულია, რომ ერთგვაროვანი ტიპის სივრცეზე განსაზღვრული მაქსიმალური და კალდერონ-ზიგმუნდის სინგულარული ოპერატორები შემოსაზღვრულია „გრანდ“ ლებეგის სივრცეებთან დაკავშირებულ მორის სივრცეებში. ანალოგიური დებულება მიღებულია კარლესონის წირებზე განსაზღვრული მაქსიმალური და კოშის სინგულარული ოპერატორებისათვის. ნაშრომი შესრულებულია ვ.კოკილაშვილთან თანაავტორობით.

ნაშრომი შესრულებულია GNSF/ST07/3-169 გრანტის მხარდაჭერით.

On the Generalization of One Theorem of Besicovitch

GIORGI ONIANI

A. Tsereteli State University, Kutaisi,Georgia

oniani@atsu.edu.ge

A.S.Besicovitch [1] giving an answer to the problem posed by S.Saks [2] proved that strong integral means of a summable function of two variables can not diverge boundedly on a set of positive measure, namely, for any $f \in L(R^2)$ the sets $\{-\infty < \underline{D}_{I(R^2)}(\int f,\cdot) < f\}$ and $\{f < \overline{D}_{I(R^2)}(\int f,\cdot) < \infty\}$ have measure zero, where $I(R^n)$ denotes the strong differentiation basis, i.e. the basis of n-dimensional intervals. The multidimensional analogue of this theorem was proved by A.Ward [3].

M. de Guzman [4, p.389] posed the problem: for which type of bases the analogue of the theorem of Besicovitch is true?

Let's say that a differentiation basis B has the Besicovitch property if for any function $f \in L(R^n)$ the sets $\{-\infty < \underline{D}_B(\int f,\cdot) < f\}$ and $\{f < \overline{D}_B(\int f,\cdot) < \infty\}$ have measure zero.

By $Q(R^n)$ denote the basis of n-dimensional cubes. Cartesian product of bases $B_1,....,B_k$ denote by $B_1 \times ... \times B_k$.

We prove the following

Theorem. *For any natural numbers* k *and* $n_1,...,n_k$ *the basis* $Q(R^{n_1}) \times ... \times Q(R^{n_k})$ *has the Besicovitch property.*

This theorem gives an answer to the problem of M.de Guzman for the class of bases $Q(R^{n_1}) \times ... \times Q(R^{n_K})$ and taking into account that $I(R^n) = Q(R) \times ... \times Q(R)$, generalizes the theorems of Besicovitch and Ward.

References

1. A.S. Besicovitch, Fund. Math.,25(1935),209-216.
2. S.Saks, Fund. Math., 22(1934),257-261.
3. Ward, Fund. Math., 28(1937), 265-279.
4. M. de Guzman, Real Variable Methods in Fourier Analysis, Amsterdam, 1981.

ინტეგრალური წარმოდგენები ანალიზურ ფუნქციათა ზოგიერთ სივრცეში

ᲒᲐ. ᲝᲜᲘᲐᲜᲘ Გ. ᲗᲔᲗᲕᲐᲫᲔ

ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო

ვთქვათ $D=\{z\in\mathbb{C}:|z|<1\}$ და $H(D)$ აღნიშნავს D-ში ყველა ანალიზური ფუნქციების სიმრავლეს. დავუშვათ $\alpha>0$ რაიმე ნამდვილი რიცხვია. $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n(f)z^n$ ფუნქციის α რიგის წილადური ინტეგრალი ეწოდება ფუნქციას

$$f_{[\alpha]}(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+1+\alpha)}a_n(f)z^n,$$

სადაც Γ -ეილერის ფუნქციაა.

ვთქვათ $0<p<q<\infty,\ \ 0<\lambda<\infty.$ $f\in H(D)$ ფუნქციას ეწოდება $B(p,q,\lambda)$ სივრცის ფუნქცია, თუ

$$\|f\|_{B(p,q,\lambda)}=\left\{\int_0^1(1-r)^{\lambda\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)-1}\left[\int_0^{2\pi}\left|f\left(re^{i\theta}\right)\right|^q d\theta\right]^{\frac{\lambda}{q}}dr\right\}^{\frac{1}{\lambda}}<\infty.$$

მტკიცდება შემდეგი თეორემები:

თეორემა 1. თუ $f\in B(p,q,\lambda)$ $(q\le 1)$, მაშინ $f_{[\alpha]}\in H^2(D)$, სადაც $\alpha=1+\left[p^{-1}\right]$, ხოლო $H^2(D)$ ჰარდის სივრცეა.

თეორემა 2. თუ $f\in B(p,q,\lambda)$ $(q\le 1)$ და $\alpha=1+\left[p^{-1}\right]$, მაშინ $\forall z\in D$

$$f(z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{f_{[\alpha]}\left(e^{i\theta}\right)d\theta}{\left(1-ze^{-i\theta}\right)^{2+\left[p^{-1}\right]}}.$$

თეორემა 3. თუ $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n(f)z^n\in B(p,q,\lambda)$ $(q\le 1)$, მაშინ:

1) $F(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(1+n)}{(n+1)\Gamma\left(n+\left[p^{-1}\right]\right)}a_n(f)z^n\in A(D)$ და

2) $F\left(e^{i\theta}\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(1+n)}{(n+1)\Gamma\left(n+\left[p^{-1}\right]\right)}a_n(f)e^{in\theta}\in AC[0,2\pi]$,

სადაც $A(D)=H(D)\bigcap C\left(\overline{D}\right)$, ხოლო $AC[0,2\pi]$ -არის $[0,2\pi]$-ზე აბსოლუტურად უწყვეტი ფუნქციების სიმრავლე.

თეორემა 4. თუ $f\in B(p,q,\lambda)$ $(q\le 1)$, მაშინ სამართლიანია ფორმულები:

1) $f(z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}H_\alpha\left(z,e^{i\theta}\right)\operatorname{Re}f_{[\alpha]}\left(e^{i\theta}\right)d\theta+i\operatorname{Im}f(0)$,

2) $f(z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\operatorname{Re}H_\alpha\left(z,e^{i\theta}\right)f_{[\alpha]}\left(e^{i\theta}\right)d\theta$, სადაც $H_\alpha\left(z,e^{i\theta}\right)=\frac{2}{\left(1-ze^{-i\theta}\right)^{1+\alpha}}-1$.

ჰაზემანის სასაზღვრო ამოცანის შესახებ

ვახტანგ პაატაშვილი

ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

paatashvilitam@gmail.com

ჰაზემანის ამოცანა $\Phi^{+}(\alpha(t)) = a(t)\Phi^{-}(t) + b(t)$ განხილულია კოშის ტიპის ისეთ ინტეგრალთა კლასში, რომელთა სიმკვრივე მიეკუთნება ლებეგის წონიან ცვლადმაჩვენებლიან $L^{p(t)}(\Gamma;\rho)$ სივრცეს. ხარისხოვანი ρ წონისა და უწყვეტი $a(t)$ კოეფიციენტის შემთხვევაში ხერხდება ამოცანის შესწავლა როცა: $p(t)$ ფუნქცია აკმაყოფილებს ლოგარითმულ ჰელდერის პირობას, α არის ორიენტაციის შემნახავი ჰომეომორფიზმი Γ წირისა თავის თავში და α' ეკუთვნის ჰელდერის კლასს, ხოლო Γ ისეთი შეკრული წირია, რომლის ნებისმიერი ორი წერტილის შემაერთებელი უმოკლესი რკალის სიგრძის შეფარდება მათი მომჭიმავი ქორდის სიგრძესთან შემოსაზღვრული ფუნქციაა.

On Riemann-Hilbert problems in loop spaces

GIORGI KHIMSHIASHVILI

A.Razmadze Mathematical Institute & I.Chavchavadze State University

khimsh@yahoo.com

We discuss an important particular case of a general formulation of Riemann-Hilbert problem introduced in [1]. Namely, we consider Riemann-Hilbert problems with values in a loop space of three-dimensional manifold [2], [3] and describe some explicit examples of solutions to such problems.

In particular, it will be shown that Hopf fibration and lens spaces can be interpreted as solutions to Riemann-Hilbert problems of such type. In the case of three-dimensional Euclidean space, we provide some new solutions to the “master equation” for loopy holomorphic discs introduced in [4]. Specifically, it will be shown that a wide class of solutions can be obtained using conformal transformations of three-dimensional Euclidean space. The geometric structure of a typical holomorphic disc in loop space will be described and a general existence theorem for the initial value problem for loopy holomorphic discs will be presented.

References

1. G. Khimshiashvili, Global geometric aspects of linear conjugation problems, J. Math. Sci. 118, no.5, 2003, 5400-5466.
2. G. Khimshiashvili, Holomorphic tubes in Cauchy-Riemann manifolds, Complex Variables 50, No.7-11, 2005, 575-584.
3. G. Khimshiashvili, Loop spaces and Riemann-Hilbert problems, Banach Center Publ. 76, 2007, 411-424.
4. G. Khimshiashvili, E.Wegert, Holomorphic curves and Riemann-Hilbert problems in loop spaces. J. Appl. Func. Anal. 2, 2007, 111-124.

პარამეტრზე დამოკიდებული შეჯამებადობის მეთოდების შესახებ

შაქრო ტეტუნაშვილი

ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი,

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

stetun@rmi.acnet.ge

ლებეგის, ფეიერის, კოლმოგოროვის, ბოხნერის, სტეინის ცნობილი შედეგებიდან (იხ. [1], [2], [3], [4]) გამომდინარეობს, რომ N-ჯერადი (N=1,2,3,...) ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივების ბოხნერ-რისის შეჯამებადობის მეთოდისათვის რიცხვი $\frac{N-1}{2}$ არის კრიტიკული მაჩვენებელი C და L სივრცეებში.

ჩვენს მიერ დამტკიცებულია ზოგადი თეორემა პარამეტრზე დამოკიდებული ოპერატორების მიმდევრობებისათვის, საიდანაც როგორც კერძო შედეგი გამომდინარეობს ზოგიერთი თეორემა ცვლად მაჩვენებელზე დამოკიდებული შეჯამებადობის მეთოდებისათვის – მათ შორის ბოხნერ-რისის შეჯამებადობისათვის ცვლადი მაჩვენებლით. კერძოდ, ვთქვათ, $S_R^{\alpha_R}(x;f)$ ბოხნერ-რისის α_R რიგის საშუალოებია. Φ სივრცე არის $L(-\pi,\pi]^N$ ან $C(-\pi,\pi]^N$ (N=1,2,3,...), მაშინ ყოვე-ლი $f\in\Phi$-სათვის არსებობს α_R ისეთი, რომ $\lim\limits_{R\to\infty}\alpha_R=\frac{N-1}{2}$ და

$$\lim_{R\to\infty}\left\|f(x)-S_R^{\alpha_R}(x;f)\right\|_{\Phi}=0.$$

ლიტერატურა

1. Zygmund, Trigonometric series, volume I, 1959.
2. S. Bochner, Summation of multiple Fourier series by spherical means. *rans. Amer. Math. Soc.* 40(1936), №2, 175-207.
3. E. M. Stein, Localization and summability of multiple Fourier series. *Acta Math.* 100(1958), 93-147.
4. E. M. Stein, On certain exponential sums arising in multiple Fourier series. *Ann. of Math. (2)* 73(1961), 87-109.

On a Certain Transition Kernel in Solovay Model

GOGI PANTSULAIA

Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia,
email:gogi_pantsulaia@hotmail.com

Let X and Y be Polish spaces. A family $(\mu_x)_{x\in X}$ is called a transition kernel from X to Y if for x in X , $(\mu_x)_{x\in X}$ is a family of probability measure defined on the Borel subsets of Y and for each Borel subset E of Y the function $x \to \mu_x(E)$ is a Borel measurable map of X into $I = [0, 1]$.

The transition kernel $(\mu_x)_{x\in X}$ is said to be uniformly orthogonal provided there is a Borel subset B of $X \times Y$ such that for each x in X, $\mu_x(B_x) = 1$ and if $x \neq x'$, then $\mu_{x'}(B_x) = 0$; $(\mu_x)_{x\in X}$ is said to be modified uniformly orthogonal if the set B is not required to be a Borel set.

The kernel $(\mu_x)_{x\in X}$ is said to be completely orthogonal provided there is a Borel subset B of $X \times Y$ such that for each x in X, $\mu_x(B_x) = 1$ and if $x \neq x'$, then $B_x \cap B_{x'} = \emptyset$; The set B is said completely separate $(\mu_x)_{x\in X}$. The kernel $(\mu_x)_{x\in X}$ is modified completely orthogonal if the requirement that B be a Borel set is dropped.

Example. For $x \in I = [0, 1]$, let λ_x be a probability Borel measure on $I \times I$ produced by linear Lebesgue measure l_x concentrated on the set $A_x = \{x\} \times I$. Analogously, for $x \in [0, 1]$, let λ^x be a probability Borel measure on $I \times I$ produced by linear Lebesgue measure l^x concentrated on the set $A^x = I \times \{x\}$.

For $x \in I, E \in \mathcal{B}(I \times I)$, we put $\mu_x(E) = \frac{1}{2}(\lambda_x(E) + \lambda^x(E))$. It is obvious to see that $(\mu_x)_{x\in I}$ is a modified uniformly orthogonal transition kernel from I to $I \times I$.

The main result is formulated as follows.

Theorem. In Solovay Model [3], the following conditions are fulfilled:

(i) if E is a subset of I and B is a set in $E \times (I \times I)$ which completely separates $(\mu_x)_{x\in E}$, then the Lebesgue measure of E is equal to zero;

(ii) the $(\mu_x)_{x\in I}$ is not a modified completely orthogonal transition kernel from I to $I \times I$.

Remark. Construction of our example is rather different from Example 1.5 (see, [2], p. 972). The latter is valid in ZFC + "the uniformity of Lebesgue measure is less than the covering number of Lebesgue measure", and this is known to be relatively consistent with ZF, but in the cardinal-free expression used by R. Mauldin, D. Preiss and H. Weizsacker in [2], the hypothesis is clearly false in Solovay model.

References

1. Gardner R. J., A note on conditional distributions and orthogonal measures, *Ann. Probab.,* **10(3)** *(1982), 877–878.*

2.Mauldin R.D., Preiss D., Weizsacker H.Y. , Orthogonal transition kernels, *Ann. Probab.,* **11(4)** *(1983), 970-988.*

3.Solovay R.M., A model of set theory in which every set of reals is Lebesgue measurable, *Ann. Math.,* **92** *(1970), 1–56.*

A Maximum Inequality for Rearrangements of Summands and its Applications to Orthogonal Series and Scheduling Theory

L.A.CHOBANYAN, S.A.CHOBANYAN* AND G.D.GIORGOBIANI

Techinformi, Tbilisi, Georgia

levon@caucasus.net

N. Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics, Tbilisi,Georgia

chobanyan@stt.msu.edu

N. Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics, Tbilisi,Georgia

bachanabc@yahoo.com

Let $a_1,...,a_n$ be a collection of elements of a normed space X, $\Phi:[0,\infty)\to[0,\infty)$ be an increasing convex continuous function. Then the following two-sided maximum inequality holds:

$$\int_{[0,1]} \Phi(\frac{1}{2}\| s + \sum_1^n a_i r_i \|)\, dt \le \frac{1}{n!}\sum_{\pi} \Phi(\max_{k\le n} \| a_{\pi(1)} + ... + a_{\pi(n)} \|) \le 2 \int_{[0,1]} \Phi(\| s + \sum_1^n a_i r_i \|)\, dt ,$$

where π runs through all permutations $\pi:\{1, ... ,n\} \to \{1, ... ,n\}$, $s=\sum_1^n a_i$, and $r_1, ..., r_n$ are Rademacher functions.

The right-hand-side part of the inequality in the case of reals and $\Phi(t)=t^2$ leads to the well-known Garsia inequality which has been used for any function $f\in L_2$ to prove the existence of an almost everywhere convergent rearrangement of the Fourier series.

The left-hand-side of our inequality shows that the right-hand-side part is actually unimprovable.

The inequalities of this type also find applications in studying the structure of the sum range of a conditionally convergent series in an infinite-dimensional space and in assertions claiming the existence of an almost everywhere convergent rearrangement of a functional series. We also study curious applications to the scheduling theory.

Our inequality is in accordance with the idea that there is a close relationship between series rearrangements and assignments of signs.

Our research is supported by the grant GNSF/ST08/3-384.

მრავალი ცვლადის დიფერენცირებადი და ჰარმონიული ფუნქციები

(მათემატიკური ანალიზის სექცია)

ომარ ძაგნიძე

ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი

1. მოხსენებული იქნება მრავალი ცვლადის ნამდვილი და კომპლექსური ფუნქციების დიფერენცირებადობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები (ლიტ.: O. Dzagnidze, Some new results on the continnity and differentiability of functions of several real variables. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 134(2004), 1–138; O. Dzagnidze, A criterion of joint $\mathbb{C}$-differentiability and a new proof of Hartogs' main theorem. J. Appl. Anal. 13(2007), N 1, 13–17) და აგრეთვე კვატერნიონული ფუნქციის წარმოებადობის პირობები (ლიტ.: O. Dzagnidze, On the derivability and representations of quaternion functions. Complex variables and elliptic equations).

მითითებული იქნება კლასი ფუნქციებისა, რომელთაც აქვთ დიფერენცირებადობაზე უკეთესი და გრადიენტის უწყვეტობაზე სუსტი თვისება.

2. შემოგვაქვს პუასონის სფერულ $p_r(\theta,\varphi;\theta',\varphi')$ გულთან θ-ს, φ-ს და (θ,φ)- ს მიმართ მიკავშირებული $p_r^*, \widetilde{p}_r, \widetilde{p}^{\,*}_r$ გულები და აგრეთვე პუასონის $u_f(r,\theta,\varphi)$ ინტეგრალთან მიკავშირებული u_f^*, $\widetilde{u}_f$ და $\widetilde{u}^{\,*}_f$ ინტეგრალები.

ყოველი $f \in L^2(S)$ ფუნქციისთვის, სადაც S ერთეულოვანი სფეროა R^3-ში, მტკიცდება ტოლობები $u_f^* = u_{f^*}$, $\widetilde{u}_f = u_{\widetilde{f}}$ და $\widetilde{u}^{\,*}_f = u_{\widetilde{f}^*}$ (ლიტ.: O. Dzagnidze, For Fourier Analysis on the Sphere. Bull. Georgian Acad. Sci. 158(1998), N 3, 357–360; O. Dzagnidze, Allied integrals. functions and series for the unit sphere. Georgian Math. J. 5(1998), N 3, 213–323; O. Dzagnidze, A radial derivative with boundary values of the sperical Poisson integral. Georgian Math. J. 6(1999), N 1, 19–32).

ცალმხრივად დიფერენცირებადი ორი ცვლადის ფუნქციის ზოგიერთ თვისებათა შესახებ

ი. წიკლაური

ორი ცვლადის ფუნქციისათვის ცალმხრივად დიფერენცირებადობის ცნება შემოღებულ იქნა პროფ. ო. ძაგნიძის მიერ. აქ განხილულია ასეთი ფუნქციების ზოგიერთი თვისება. დადგენილია კავშირი ორი ცვლადის ფუნქციის სიმეტრიულ დიფერენციალსა და ცალმხრივ დიფერენციალებს შორის, კერძოდ, თუ $f(x,y)$ ფუნქციას $P_0=(x_0,y_0)$ წერტილზე აქვს ცალმხრივი დიფერენციალები $d^+f(P_0)$ და $d^-f(P_0)$, მაშინ P_0 წერტილში არსებობს სიმეტრიული დიფერენციალი $d^{sym}f(P_0)$ და ადგილი აქვს ტოლობას

$$d^{sym}f(P_0)=\frac{1}{2}\left[d^-f(h)+d^+f(h)\right].$$

ცალმხრივად დიფერენცირებადი ორი ცვლადის ფუნქცია გამოკვლეულია თითოეული დამოუკიდებელი ცვლადის მიხედვით. ჩამოყალიბებულია ფუნქციის ცალმხრივად დიფერენცირებადობისთვის საკმარისი საკმარისი პირობები.

მახლობელი არეების კონფორმულად გადამსახავი ფუნქციების მიახლოების ზოგიერთი ამოცანა

ე. ჯაფარიძე, ლ.ზივზივაძე

ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო

ვთქვათ $z=x+iy$ კომპლექსური ცვლადის C სიბრტყეში მოცემულია სასრული ცალადბმული G არე, რომლის Γ საზღვარი, $t=g(\tau)$, $\left(0\le\tau\le 2\pi;\ g(0)=g(2\pi)\right)$ პარამეტრული განტოლებით, წარმოადგენს $C_\alpha{}'$ $(0<\alpha\le 1)$ კლასის ჩაკეტილ წირს.

განვიხილოთ G არის მსგავსი მეორე $\tilde{G}$ არე $\tilde{t}=\tilde{g}(\tau)$ $\left(0\le\tau\le 2\pi;\ \tilde{g}(0)=\tilde{g}(2\pi)\right)$ პარამეტრული განტოლებით. ამ არეებს ვუწოდოთ ε მახლობელი თუ შესრულებულია პირობები

$$\left|g(\tau)-\tilde{g}(\tau)\right|<\varepsilon;\quad \left\|g-\tilde{g}\right\|_{C_\alpha}<\varepsilon.$$

როგორც ცნობილია არსებობენ ფუნქციები $f:G\to D$ და $\tilde{f}:\tilde{G}\to D$ ფუნქციები რომლებიც G და $\tilde{G}$ არეებს კონფორმულად გადასახავენ $D=\{w:|w|<1\}$ წრეში, იმ პირობით, რომ $f(0)=\tilde{f}(0)=0$ და $f'(0)>0,\quad \tilde{f}'(0)>0$.

მახლობელი არეების ε-სიახლოვის მიხედვით შეფასებულია აღნიშნული არეების კანონიკურ არეებზე კონფორმულად გადამსახავი ფუნქციების სასაზღვრო მნიშვნელობების სხვაობა, არეთა საერთო ნაწილზე შეფასებულია კონფორმულად გადამსახავი ფუნქციების სიახლოვის რიგი და აღნიშნული ფუნქციების შექცეული ფუნქციებისა და მათი წარმოებულების სხვაობები.

გეომეტრია, ტოპოლოგია

GEOMETRY AND TOPOLOGY

აფინურ სივრცეში ჰიპერსიბრტყითი ელემენტების განაწილების პროექციული ნორმალები

ეთერ ალშიბაია

ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

თბილისი, საქართველო

eter_alshibaia@yahoo.com

კარტან-ლაპტევის ინვარიანტული მეთოდით, (n+1)-განზომილებიან აფინურ სივრცეში განიხილება ჰიპერსიბრტყითი ელემენტების განაწილება, ე.ი. დიფერენციალური კვეთა ფიბრირებული სივრცისა, რომლის ბაზაა აფინური სივრცე, ხოლო ფიბრები – ჰიპერსიბრტყეთა კონები.

დიფერენციალური განტოლებების

$$\omega_i^{n+1}=L_{i\alpha}\omega^{\alpha} \ (i,j,k=1,n \quad \alpha,\beta,\gamma=1,n+1), \text{ სადაც } L_{i\alpha}\neq L_{ji},$$

გაგრძელებით ვიღებთ ფუნდამენტალურ გეომეტრიულ ობიექტთა მიმდევრობას

$$(L_{i\alpha}) \subset (L_{i\alpha}, L_{i\alpha\beta}) \subset (L_{i\alpha}, L_{i\alpha\beta}, L_{i\alpha\beta\gamma}) \subset \ldots$$

რომლის საშუალებითაც აიგება განაწილების მთელი გეომეტრია.

განაწილების პირველი რიგის მიდამოში განისაზღვრება აფინური ნორმალი (L^i) $(L^i = -L^{ik}L_{kn+1}, L^{ik}L_{kj}=\delta^i_j, dL^i+L^s\omega^i_s - L^i\omega^{n+1}{}_{n+1} + \omega^i{}_{n+1} = L^i{}_{\alpha}\omega^{\alpha})$. მეორე რიგის მიდამოში უკვე გვაქვს აფინური, ისე პროექციული ნორმალები და ნორმალთა კონები.

აგებულუია პროექციული ნორმალები $X^i= M^iX^{n+1}$, $X^i=S^iX^{n+1}$, $X^i= D^i X^{n+1}$, სადაც

$$M^i=-1/2(n+2)L^{ik}a^{sj}M_{kjs},$$
$$S^i=-1/2(n+2)\, a^{im}a^{sj}M_{sjm},$$
$$D^i=-1/2(n+2)\, a^{im}L^{sj}M_{jst},$$

ხოლო $M_{kjs} = L_{kjs}+L_{kj}L_{sn+1}+L_{ks}L_{jn+1}+L_{sj}L_{kn+1},\ a_{ij}=1/2(L_{cj}+L_{jt}),\ a^{ik}a_{kj}=\delta^i_j$.
ამ ნორმალების აგებისას გამოყენებული იქნა პირველი რიგის ფუნდამენტური ობიექტი და მეორე რიგის ფუნდამენტური ობიექტის ქვეობიექტი.

პირველი და მეორე რიგის ფუნდამენტური ობიექტებით განსაზღვრულია შემდეგი პროექციული ნორმალები: $X^i= N^iX^{n+1}$, $X^i= \tilde{N}^iX^{n+1}$, სადაც

$$N^i= -N^{is}a^{km}a^{jt}N_{mts}\lambda_{kj}, \qquad \lambda_{kj}=(n+2)L_{kjn+1}-L_{kj}\lambda+L_{km}S^mS_j,\ \lambda=a^{kj}L_{kjn+1},$$
$$N_{kji}=(n+2)M_{kji}-L_{kj}S_i-L_{ki}S_j+2(n+2)\alpha_{ji}S^mL_{km},$$
$$N_{it}=a^{ks}a^{jm}N_{kji}N_{smt},\ N^{st}N_{it}=\delta^s_t,$$

ხოლო

$$\tilde{N}= -\tilde{N}^{is}L^{km}L^{jk}\tilde{N}_{mts}\tilde{\lambda}_{kj}, \qquad \tilde{\lambda}_{kj}=(n+2)L_{kjn+1}-L_{kj}\tilde{\lambda}+L_{km}D^mD^j,\ \tilde{\lambda}=L^{kj}L_{jn+1},$$
$$\tilde{N}_{kji}=(n+2)M_{kji}-L_{kj}D_i-L_{ki}D_j+2(n+2)L_{km}D_ma_{ji},$$
$$\tilde{N}_{jt}=L_{mk}L^{li}\tilde{N}_{kij}\tilde{N}_{mlt}, \quad \tilde{N}^{si}\tilde{N}_{ik}=\delta^s_i.$$

ბომპიან-პანტაზის თანადობით და მიმხები ჰიპერკვადრიკებით დამყარებული პოლარიტეტის საშუალებით განისაზღვრება ე.წ. მეორე გვარის ნორმალები-(n-1)-

განზომილების სიბტყეები, რომლებიც ეკუთვნიან ჰიპერსიბრტყით ელემენტს და არ გადიან ელემენტის ცენტრში.

განაწილების მესამე რიგის მიდამოში აიგება პროექციულ ნორმალთა კანონიკური კონა: $N^i(\alpha)=J^i+ \alpha\tilde{J}^i$ სადაც $\tilde{J}^i=W^i-J^i$. აქ (J^i) ფუბინის ნორმალის, ხოლო (W^i) ვილჩინსკის დირექტრისის ანალოგებია.

Chern Characteristic Classes, Transfers and Morava K-Theory Rings

MALKHAZ BAKURADZE

A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

maxo@rmi.acnet.ge

We work in Morava K-theory and give $K(s)^*$ rings of classifying spaces of all p-groups with maximal cyclic subgroup in terms of Chern characteristic classes and Honda formal group law. We also calculate $K(s)^*$ at 2 for all finite Frobenius complements $\mathcal{G}$ of exponent dividing $2^n \cdot 9$.

On Singular Extensions of Covariant and Contravariant Functors

V. BALADZE

Shota Rustavely State university,

Tbilisi, Georgia

The concepts of coshapes of topological spaces and continuous maps are given [1]. Applications of the obtained results include constructions of long exact sequences of homology and homotopy inj-groups and cohomology pro-groups of spaces and maps, coshape invariant extensions of covariant and contravariant functors defined on the category of spaces having the homotopy type of finite CW -complexes.

References

1. V.H.Baladze. On coshape invariant extensions of functors, Proceeding of A.Razmadze Mathematical Institute, Vol. 150 (2009),1-50.

Cohomology of Continuous Maps

A. BERIDZE

Shota Rustavely State University, Tbilisi, Georgia

Cohomology groups of continuous maps are defined for each cohomology theory on the category Top^2 of pairs of topological spaces $[1-3]$. It is shown that cohomology group of the inclusion map kis cohomology group of the pair (X, A). The category Mor_{Top} of continuous maps is considered as a $h-$category. The defined cohomology groups of maps induce $\delta-$functor from the category Mor_{Top} to the category Ab of abelian groups. for the constracted cohomology $\delta-$functor the Eilenberg-Steenrod type axioms $[1]$ are formulated.

References

1. S. Eilenberg, N. Steenrod. Foundation of Algebraic Topology, Princeton University Press, 1952.
2. E.Spanier. Ann. Of Math., 49, 1949, 407-427.
3. E. Spanier. Algebraic Topology, McGrow-Hill,1966.

On (Bi)Topological Spaces

B.P. DVALISHVILI

Department of Mathematics of St. Andrew the First Called Georgian University of the Patriarchate of Georgia, Tbilisi, Georgia

email:badri.dvalishvili@yahoo.com

The sufficient conditions are established on the one hand, by the topological methods and, the other hand, by the bitopological ones, under which a topological space is a D-space [2].

Definition 1. A neighborhood assignment on a topological space (X, τ) is a function $\phi : X \to \tau$ such that $x \in \phi(x)$ and, a bitopological space (X, τ_1, τ_2) (resp., topological space (X, τ)) is an (i, j)-D-space (resp., D-space) iff for every i-neighborhood (resp. neighborhood) assignment $\phi_i : X \to \tau_i$ (resp., $\phi : X \to \tau$) there is a j-closed and i-discrete (resp. closed and discrete) subset $D \subseteq X$ such that $\bigcup\limits_{x \in D} \phi_i(x) = X$ (resp., $\bigcup\limits_{x \in D} \phi(x) = X$).

By [1], a topological space (X, τ) is an I-space iff its derived set X^d is closed and discrete.

Definition 2. A bitopological space (X, τ_1, τ_2) is an (i, j)-I-space iff its j-derived set is j-closed and i-discrete.

Theorem 3. Every p-connected (i, j)-I-space is an (i, j)-D-space.

Corollary 4. Every connected I-space is a D-space.

Let $\phi = \{\phi_s\}_{s \in S}$ be the class of all neighborhood assignments on a topological space (X, τ). Then a binary relation $\leq$, defined on ϕ in the manner as follows: $\phi_1, \phi_2 \in \phi$, $\phi_1 \leq \phi_2$ iff $\phi_1(x) \subseteq \phi_2(x)$ for each point $x \in X$, is a partial order on ϕ. Evidently, this partial order is linear iff for each pair $\phi_1, \phi_2 \in \phi$ we have $\phi_1(x) \subseteq \phi_2(x)$ for each point $x \in X$ or $\phi_2(x) \subseteq \phi_1(x)$ for each point $x \in X$.

Theorem 5. If for a topological space (X, τ) the class ϕ of all neighborhood assignments $\phi : X \to \tau$ is linearly ordered and there are topologies τ_1 and τ_2 on X such that $\sup(\tau_1, \tau_2) = \tau$ and (X, τ_1, τ_2) is a p - D-space, then (X, τ) is a D-space.

References

1. A.V. Arhangel'skiĭ, P. J. Collins, On submaximal spaces. *Topology Appl.* **64**(1995), No. 3, 219–241.

2. E.K. van Douwen, W. F. Pfeffer, Some properties of the Sorgenfrey line and related spaces. *Pacific J. Math.* **81**(1979), No. 2, 371–377.

Characteristic Classes of the Lagrangian Distributions on the Symplectic Manifolds

Zaza Tevdoradze
International School of Economics, Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia
zatevd@gmail.com

Let $\pi : E \to M$ be a vector fiber bundle with dimension $n = dim(M) = 2k$ and let us assume that there exists non degenerate section $\omega \in \Gamma \wedge^2 E^*$. Then on E exists (1,1) type tensor field J (almost complex structure), that for two arbitrarily chosen sections $X, Y \in \Gamma E$ we have $\omega(JX, JY) = \omega(X, Y)$ and (0,2) type tensor field $g : (X, Y) \mapsto \omega(X, JY)$ is positively defined.

Let $\pi|_{L_1} : L_1 \to M$ be a Lagrangian subbundle of the bundle $\pi : E \to M$. On E there exists a connection ∇_1 with respect of which g and J are parallel tensor fields. Locally this connection has the view:

$$\nabla_1 e_i = \theta^j_{1i} e_j, \quad (\theta^j_{1i} = -\theta^i_{1j}),$$

where $(e_i)_{i=1}^n$ is an orthonormal basis of fibers of L_1 with respect to g. The curvature matrix of this connection locally is defined by formulae

$$\Omega^i_{1j} = d\theta^i_{1j} + \theta^i_{1k} \wedge \theta^k_{1j}, \quad i, j = \overline{1, n}.$$

Now let us consider another Lagrangian subbundle $\pi|_{L_2} : L_2 \to M$ of the bundle $\pi : E \to M$. By ∇_2 we denote a connection with respect of which g and J are parallel tensor fields. Then $\nabla_1 - \nabla_2$ is a tensorial 1-form. Let us denote this form (matrix) by α and let us consider the variation of curvature form (matrix)

$$\Omega_t = (1-t)\Omega_1 + t\Omega_2 + t(1-t)\alpha \wedge \alpha,$$

where $t \in [0, 1]$. The differential forms

$$\mu_h(E, L_1, L_2) = (-1)^{h+1} \frac{\sqrt{-1}}{(2\pi)^{2h-1}(2h-2)!} \int_0^1 (\delta^{j_1 \cdots J_{2h-1}}_{i_1 \cdots i_{2h-1}} \alpha^{i_1}_{j_1} \wedge \Omega^{i_2}_{tj_2} \wedge \cdots \wedge \Omega^{i_{2h-1}}_{tj_{2h-1}}) dt, \quad h = 1, 2, 3 \ldots \tag{1}$$

are not depends on choose of J, ∇_1 and ∇_2 and correctly defines de Rham cohomology classes $\mu_h(E, L_1, L_2) \in H^{4h-3}(M; \mathbb{R})$, which are called as Maslov-Hörmander classes.

If $\mathcal{L} \subset M^n$ is a Lagrangian submanifold of a symplectic manifold (M^n, ω) with Lagrangian distribution L_1, then cohomology classes $\mu_h(\mathcal{L}) = \mu_h(TM|_{\mathcal{L}}, L_1, T\mathcal{L}) \in H^{4h-3}(\mathcal{L}, \mathbb{R})$ are called as Maslov-Hörmander classes of manifold $\mathcal{L}$.

Theorem 1. Let $\mathcal{L} \subset M^n$ be a Lagrangian submanifold of an almost bi-Lagrangian manifold (M^n, ω, L_1, L_2). Then $\mu_h(TM|_{\mathcal{L}}, L_1|_{\mathcal{L}}, T\mathcal{L}) = \mu_h(TM|_{\mathcal{L}}, L_2|_{\mathcal{L}}, T\mathcal{L})$.

So, for the manifold $\mathcal{L}$ there are correctly defined cohomology classes $\mu_h(\mathcal{L}) \in H^{4h-3}(\mathcal{L}, \mathbb{R})$ which we will call as Maslov-Hörmander characteristic classes induced by almost bi-Lagrangian structure.

Theorem 2. If (M^n, ω, L_1, L_2) is an almost bi-Lagrangian manifold, then $\mu_h(TM, L_1, L_2) = 0$, $h = 1, 2, \ldots$.

Theorem 3. Let $(M^n, \omega, \mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2)$ be a bi-Lagrangian manifold and N^k is any folium of the foliations $\mathcal{F}_1$ or $\mathcal{F}_2$. Then $\mu_h(N^k) = 0$, $h = 1, 2, \ldots$.

Lm(Vn) ვექტორული სივრცის დიფერენციალური ინვარიანტების შესახებ

გოჩა თოდუა

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო

gochatodua@yahoo.com

გეომეტრიულ გამოკვლევებში ერთ–ერთი ცენტრალური ადგილი უკავია თეორიას დიფერენციალური ინვარიანტების შესახებ. ამერიკელმა მათემატიკოსმა ო. ვებლენმა პირველმა დაამტკიცა ე.წ. თეორემები შეცვლისა და დაყვანის შესახებ ნულსიმრუდიანი აფინურბმულობიანი სივრცეებისთვის [1]. ბ. ლაპტევმა განაზოგადა ვებლენის შედეგები საყრდენ ელემენტთა ნებისმიერი სივრცისთვის [2]. პასუხი კითხვაზე შეიძლება თუ არა შეცვლისა და დაყვანის თეორემების ანალოგების დამტკიცება არაგლუვსიმრუდიან სივრცეებისთვის ან ნებისმიერი ვექტორული ფიბრირებული სივრცეებისთვის, ჯერ–ჯერობით არის ღია. წინანდებარე ნაშრომში მითითებულია ვექტორულ ფიბრირებულ სივრცეთა კლასი, რომელთა მიმართ სამართლიანია შეცვლისა და დაყვანის თეორემები. ეს კლასი ხასიათდება იმით, რომ წრფივი ბმულობის სიმრუდის ტენზორი არის ნაწილობრივ კოვარიანტულად მუდმივი (ნულის ტოლია მხოლოდ პირველი გვარის კოვარიანტული წარმოებული). ამ თეორემების დამტკიცებისას ხდება ვებლენის სქემის განზოგადება. აგებულია მოცემული სივრცისათვის ნორმალური კოორდინატები, ნაპოვნია კავშირი ნორმალურ ტენზორსა და აფინური ბმულობის ტენზორს შორის და დამტკიცებულია მთელი რიგი თეორემებისა შეცვლისა და დაყვანის შესახებ.

ლიტერატურა

1. Веблен О. Инварианты дифференциальных квадратных форм. М., 1948.
2. Лаптев Б.Л. Ковариантный дифференциал и теория дифференциальных инвариантов в пространстве тензорных опорных элементов. Учен. записки Казанского гос. ун-та , 118, кн.4, 1958, 75-147.

Continuous Čech Cohomology

LEONARD MDZINARISHVILI* AND LIA CHECHELASHVILI

Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

amyrocher@yahoo.com

Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

ch060971@hotmail.com

Unlike the ordinary Čech cohomology where a group of coefficients is abelian, in this paper a continuous Čech cohomology with coefficients in a topological abelian group is defined.

It is proved that for compact spaces and any topological abelian group the continuous Čech cohomology satisfies all Eilenberg-Steenrod axioms and continuity axiom, except the excision axiom.

However, if a group of coefficients is an absolute retract or $\Omega^n G$, where G is an AR, then for compact spaces the continuous Čech cohomology satisfies the excision axiom.

კოჯაჭვური ოპერაციები, რომლებიც განსაზღვრავენ სტინროდის ნამრავლებს ბარ კონსტრუქციაში

ᲗᲝᲠᲜᲘᲙᲔ ᲥᲐᲓᲔᲘᲨᲕᲘᲚᲘ

ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო
kade@rmi.acnet.ge

ტოპოლოგიური სივრცის კოჯაჭვურ კომპლექსში არსებული გამრავლება $\cup: C^*(X) \otimes C^*(X) \to C^*(X)$ განსაზღვრავს დიფერენციალს ბარ კონსტრუქციაში $BC^*(X)$, რომელიც, თავის მხრივ განსაზღვრავს მარყუჟთა სივრცის კოჰომოლოგიის მოდულებს $H^*(\Omega X)$. შემდგომი იტერაციისათვის, მეორე მარყუჟთა სივრცის კოჰომოლოგიის $H^*(\Omega^2 X)$ გამოთვლისათვის, $C^*(X)$-ის ეს მულტიპლიკატური სტრუქტურა არ არის საკმარისი, საჭიროა გარკვეული ახალი კოჯაჭვური მრავალადგილიანი ოპერაციები. ასეთი ოპერაციები $C^*(X)$–ის შემთხვევაში აგებული იყო ბაუესის მიერ, ხოლო ასოციატური A ალგებრას ჰოხშილდის კოჯაჭვური კოპლექსის $C^*(A, A)$ შემთხვევაში მათ გეტცლერ-ქადეიშვილის ოპერაციებს უწოდებან. ეს ოპერაციები ორივე შემთხვევაში ქმნიან ე.წ. ჰომოტოპიურ გერსტენჰაბერის ალგებრას (hGa) სტრუქტურას.

ასეთი რთული ალგებრული სტრუქტურების აღსაწერად მოსახერხებელია ოპერადების ტექნიკა, კერძოდ ე.წ. სიურექციათა ოპერადა. ამ ოპერადის მეშვეობით მრავალადგილიანი ალგებრული ოპერაციები აღიწერება გადანაცვლებებით დაშვებული გამეორებებით. მაგალითად ოპერაცია $\cup$ აღიწერება გადანაცვლებით $(1,2)$, სტინროდის $\cup_1$ გამრავლება გადანაცვლებით $(1,2,1)$, $\cup_2$ გამრავლება – გადანაცვლებით $(1,2,1,2)$ და ა.შ.

ზემოთ ნახსენები hGa-სტრუქტურის შემადგენელი ოპერაციები აღიწერება მაკლური-სმიტის მიერ აგებული გადანაცვლებებებით $(1,2,1,3,1,\ldots,1,k,1)$. როგორც უკვე ითქვა, ეს ოპერაციები განსაზღვრავენ $\cup$ გამრავლებას ბარ კონსტრუქციაში.

მოხსენებაში ჩვენ აღვწერთ გადანაცვლებებს, რომლებიც განსზღვრავენ $BC^*(X)$ ბარ კონსტრუქციაში სტინროდის $\cup_i$, i = 0, 1, 2, ... გამრავლებებს. კერძოდ, ბარ კონსტრუქციის სტინროდის $\cup_1$ განისაზღვრება გადანაცვლებებით

$$(1, p+1, 1, p+2, 1, \ldots, 1, p+q, 1, p+q, 2, p+q, 3, \ldots, p, p+q).$$

ფოსის ბადეთა შესახებ გაფართოებულ ევკლიდურ 5-სივრცეში

რ. ხაზურძანია

ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო

განიხილება V_3 ზედაპირი გაფართოებულ ევკლიდურ $\overline{E_5} = E_5 \cup E_4^*$ სივრცეში, სადაც E_4^* - ელიფსური S_4 სივრცის სტრუქტურის მქონე არასაკუთრივი ჰიპერსიბრტყეა. ამ ზედაპირს მიუერთდება მოძრავი, ნახევრადორთოგონალური რეპერი $R = \{A, A_i, A_\alpha\}$ $(i = 1,2,3;\ \alpha = 4,5)$, $A \in T_3(A)$ ($T_3(A)$ მხები 3-სიბრტყეა V_3 ზედაპირისადმი A წერტილში), $A_\alpha \in N_2(A)$ ($N_2(A)$ არის $T_3(A)$ მხები სიბრტყის ორთოგონალური დამატება), $(AA_4) \perp (AA_5)$, $\{A_i, A_\alpha\} \subset E_4^*$.

ვთქვათ რაიმე არეზე $\Omega \subset V_3$ (კერძოდ, მთელ ზედაპირზე) მოცემულია წირთა ბადე $(\omega^1, \omega^2, \omega^3)$. ჩავთვალოთ, რომ მოძრავი რეპერის (AA_i) წიბოები წარმოადგენენ ω^i წირებისადმი მხებებს A წერტილში. როცა A წერტილი გადაადგილდება V_3 ზედაპირზე, რომელზეც მოცემულია $(\omega^1, \omega^2, \omega^3)$ ბადე, მაშინ თითოეული A_i წერტილი E_4^* სივრცეში აღწერს, ზოგად შემთხვევაში, 3-ზედაპირს (A_i)-ს და მათზე ბუნებრივად აღმოცენდებიან წირთა $(\omega^1, \omega^2, \omega^3)$ ბადეები.

განვიხილავთ იმ შემთხვევას, როცა წირთა ბადე $(\omega^1, \omega^2, \omega^3)$ V_3 ზედაპირზე წარმოადგენს ფოსის ბადეს (შეუღლებულ-გეოდეზიურ ბადეს უწოდებენ ფოსის ბადეს) და გავარკვევთ (A_i) ზედაპირზე შესაბამისი ბადეები რა შემთხვევაში იქნებიან ასევე ფოსის ბადეები.

ფიბრაციის კვეთის არსებობის პრობლემის შესახებ

სულიკო ხაჟომია

ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

khazho@rmi.acnet.ge

მოხსენება ეხება ფიბრაციის კვეთის არსებობის პრობლემას. განხილული იქნება ბერიკაშვილის წინააღმდეგობის ფუნქტორის ერთი ვარიანტი.

აღნიშნული ფუნქტორი განსაზღვრულია ფიბრაციათა სიმრავლეზე და მნიშვნელობებია ბაზის კოჯაჭვები კოეფიციენტებით ფენის ჰომოტოპიის ჯგუფებში. გაკეთებულია ფიბრაციათა სიმრავლის ფაქტორიზაცია გარკვეული ექვივალენტობით. შედეგად მიღებულია წინააღმდეგობის ფუნქტორის ვარიანტი ნაწილობრივ დალაგებულ სიმრავლეთა კატეგორიაზე.

Topology of Configuration Spaces

GIORGI KHIMSHIASHVILI

I. Chavchavadze State University , Andrea Razmadze Mathematical Institute,

Tbilisi, Georgia

We present a number of results concerned with homology groups of configuration spaces of planar polygonal linkages. First, a general method for computing the homology groups of intersection of quadrics will be described which enables one, in particular, to find the homology of configuration spaces. Next, a general estimate for the Euler characteristic of configuration space will be given which appears asymptotically exact. Finally, several concrete examples of such computation will be presented in the case of planar pentagonal linkages.

В. Сесадзе, В. Кекенадзе
Грузинский технический университет, Тбилиси

Геометрическое моделирование и графические методы решения задач

Геометрическое моделирование любого объекта, также как общее математическое моделирование, подразумевает четыре основных этапа:

1. Построение геометрической модели.
2. Исследование (анализ) модели.
3. Изучение годности модели.
4. Коррекция модели.

При построении геометрической модели, как правило, различают два вида моделей: графическую (теоретическую) и экспериментальную. Графические модели строятся на базе теоретических закономерностей объекта; экспериментальные модели получаются с помощью выявления свойств исследуемого объекта – измерений парамеиров.

Метод геометрического моделирования, сводящий исследование явлений внешнего мира к математическим задачам, занимает ведущее место среди других методов исследования, особенно в связи с появлением ЭВМ. Он позволяет проектировать новые технические средства, работающие в оптимальных, для решения сложных научно-технических задач, прогнозировать новые явления. Геометрические модели проявили себя как важное средство управления. Они применяются в самых различных облястях знангия, стали необходимым аппаратом в области экономического планип=рования и являются важным элемеентом автоматизированных систем управления. Все это зародило появление нового направления под названием компьютерной графики.

მათემატიკური განათლება და მათემატიკის ისტორია

MATHEMATICS EDUCATION AND HISTORY OF MATHEMATICS

მართკუთხა სამკუთხედში გარეჩახაზული წრეწირების რადიუსების ფორმულები

ავალიანი ზებურ ნოდარის ძე

შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

სამკუთხედში გარეჩახაზული წრეწირი ეწოდება წრეწირს, რომელიც ეხება ერთ გვერდს და დანარჩენი ორის გაგრძელებას.

სამკუთხედში ჩახაზული და გარეჩახაზული წრეწირების რადიუსების გამოსათვლელი ფორმულები მათემატიკურ ლიტერატურაში გვაქვს შემდეგი:

$$r = \frac{S}{p}, \qquad r_a = \frac{S}{p-a}, \qquad r_b = \frac{S}{p-b}, \qquad r_c = \frac{S}{p-c}.$$

მართკუთხა სამკუთხედისთვის გვაქვს ჩახაზული წრეწირის რადიუსის გამოსათვლელი უფრო მარტივი ფორმულა:

$$r = \frac{a+b-c}{2}.$$

მაგრამ არ არის მსგავსი ფორმულები გარეჩახაზული წრეწირის რადიუსებისათვის. ჩვენ გამოვიყვანეთ ეს ფორმულები, კერძოდ, დავამტკიცეთ, რომ მართკუთხა სამკუთხედში გარეჩახაზული წრეწირების რადიუსები გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$r_a = \frac{c+a-b}{2}, \qquad r_b = \frac{c+b-a}{2}, \qquad r_c = \frac{a+b+c}{2}.$$

აღსანიშნავია, რომ ეს ფორმულები არ მიიღება ზოგადის გამარტივებით, მიიღება უშუალოდ ძალიან მარტივად და ამიტომ კარგი იქნება მისი შეტანა სასკოლო სახელმძღვანელოში.

ლიტერატურა

1. Д. О. Шклярский, Н. Н. Ченцов, И. М. Яглом. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. часть 2. Москва, 1952.
2. Т. Н. Яковлев, Пособие по математике, наука, 1985.

ნატურალურ რიცხვებზე არითმეტიკული მოქმედებების თეორიული საფუძვლის ზოგიერთი საკითხი

ბაკურ ბაკურაძე

ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ქუთაისი, საქართველო

ნატურალური რიცხვის ცნება მათემატიკის ერთ-ერთი ძირითადი ცნებაა. ნატურალური რიცხვი განმარტებულია როგორც არაცარიელი სასრული სიმრავლის კარდინალური რიცხვი. ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე წარმოდგენილი ბუნებრივი რიგით იწოდება ნატურალურ მწკრივად.

მოცემულ საკითხზე კანტორის აზრი ძირითადად მიმართულია იქეთკენ რომ რიცხვებზე მოქმედებები წარმოდგენილი ყოფილიყო სიმრავლეებზე სათანადო ოპერაციების საშუალებით. მოხსენებაში განხილულია ნატურალურ რიცხვებზე არითმეტიკული მოქმედებები: შეკრება, გამოკლება და გამრავლება. მათ საფუძვლად დაედო: თანაუკვეთ სიმრავლეთა გაერთიანების, სიმრავლის და მისი საკუთრივი ნაწილის სხვაობის და სიმრავლეთა დეკარტული ნამრავლის ოპერაციები. სიმრავლეთა გაერთიანება არის, ნატურალურ რიცხვთა შეკრების თეორიული საფუძველი. სიმრავლის და მისი საკუთრივი ნაწილის სხვაობა არის ნატურალურ რიცხვთა გამოკლების თეორიული საფუძველი. სიმრავლეთა დეკარტული ნამრავლი არის გამრავლების თეორიული საფუძველი. განხილულია ნატურალურ რიცხვზე მოქმედებების თვისებები.

ზოგიერთი სტატისტიკური მონაცემი სამასწავლებლო კურსებისა და ინსტიტუტების შესახებ XIX საუკუნის საქართველოში

ლ. ბერიძე, რ. გოგიბერიძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

მოხსენებაში მოტანილი იქნება ზოგიერთი სტატისტიკური და ისტორიული ფაქტისაქართველოში XIX საუკუნის განათლების სისტემის შესახებ.

საინტერესოა სტატისტიკური მონაცემები გორის სამასწავლებლო სემინარიის მიერ 1879-1901 წლებში გამოშვებულ მასწავლებელთა შესახებ.

სტატისტიკაში მოცემული შედეგიც: ეროვნების მიხედვით გამოშვებულ მასწავლებელთა შორის კავკასიის მხარეში დაბადებული რუსი ეროვნებისაა 44, ქართველი – 117, მათ შორის ქართლელები, კახელები, იმერლები – 111, გურულები – 6, სომხები – 64, თათრები – 108, მთიელები სულ – 28, მათ შორის ოსები – 9, ლეკები – 6, აფხაზები – 6, ყაბარდოელები – 3, ჩერქეზები – 1, ქისტი – 1, სხვა ეროვნებისანი – 22, მათ შორის: გერმანელები – 3, ბერძნები – 16, ყირგიზი – 1, მეგრელები – 2, ირანელი – 1.

წწ.	გამოშვებულთა რიცხვი	მათ შორის განყოფილებიდან	წწ.	გამოშვებულთა რიცხვი	მათ შორის განყოფილებიდან
1879	6	–	1891	14	7
1880	14	–	1892	14	5
1881	19	3	1893	12	5
1882	26	8	1894	13	5
1883	16	7	1895	17	6
1884	19	3	1896	17	6
1885	27	6	1897	14	6
1886	18	3	1898	16	5
1887	19	5	1899	16	8
1888	13	3	1900	19	4
1889	20	6	1901	18	7
1890	12	6	სულ	373	113

სარწმუნოების მიხედვით მართმადიდებელი – 194, სომეხი გრიგორიანელი – 61, სომეხი კათოლიკი – 3, ლუთერანი – 3. მუსულმანი – 123.

1901 წლის 31 მაისს სემინარიაში ირიცხებოდა 98 მოსწავლე [80], [119].

1911 წლისათვის კავკასიის ოლქის სასკოლო ქსელი შემდეგი დირექციებით იყო წარმოდგენილი: ბაქო–დაღესტნის დირექცია, ქუთაისის დირექცია – ბათუმისა და სოხუმის ოლქებით (ეს უკანასკნელი 1912 წლიდან დამოუკიდებელი ინსპექცია). თბილისი-ერევნის ინსპექცია, ყარსის ინსპექცია ორი რაიონით და შავიზღვისპირა ინსპექცია.

გარდა ამისა გადაწყდა გაფართოებულიყო სასკოლო ქსელი და შეუდგნენ კიდეც გადაწყვეტილების განხორციელებას კავკასიის შემდეგ ქალაქებში: ალექსანდროპოლი, ანაპა, ბაქო, ვლადიკავკაზი, გეორგიევსკი, გროზნო, მაიკოპი, ნოვოროსიისკი, სტავროპოლი, თბილისი.

1909 წელს კავკასიის სასწავლო ოლქის მზრუნველის ხელმძღვანელობით შედგა ჩრდილოეთ კავკასიის სტავროპოლის გუბერნიის ყუბანისა და ტერის ოლქებისა და შავიზღვისპირა გუბერნიის სახალხო სასწავლებლების ინსპექტორებისა და დირექტორების თათბირი.

1912 წლის 26 ივნისს – 6 ივლისს ქ. ბორჯომში ჩატარდა დირექტორებისა და ინსპექტორების მეორე თათბირი, რომელზეც დაისახა სკოლებში სწავლების გაუმჯობესების გზები, დღის წესრიგში იდგა აგრეთვე სწავლების კონტროლის საკითხი. მოხსენება გააკეთა საოლქო ინსპექტორმა ა.ი.სლოვინსკიმ. მან აღნიშნა, რომ ყველაზე სუსტი მომზადება უჩვენეს ქუთაისის (ხონის) სამასწავლებლო სემინარიაში შემსვლელმა იმ ახალგაზრდებმა, რომლებმაც დაამთავრეს ქუთაისის გუბერნიის დაწყებითი სასწავლებლები. სემინარიაში შესასვლელად წერით გამოცდებზე გასულა 110 მოსწავლე, ზეპირ გამოცდაზე დაშვებულ იქნა და გააგრძელა გამოცდების ჩაბარება – 48 მოსწავლემ. მომხსენებელმა მსმენელთა ყურადღება მიაპყრო მოსწავლეთა მიერ გამომჟღავნებულ ტიპიურ ხარვეზებს.

ღია ანუ საჩვენებელი გაკვეთილები და მათი ანალიზი XIX საუკუნის საქართველოში

ლ. ბერიძე, რ. გოგიბერიძე, რ. გაგნიძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

კავკასიის სასწავლო ოლქის მზრუნველი ოლქის საშუალო სკოლებში მათემატიკის სწავლებაში მიღწევებთან ერთად შენიშნავს ზოგიერთ ხარვეზს. რის მიზეზიც ახალგაზრდა მასწავლებელთა არასაკმარისი მომზადება იყო. თითქმის პირდაპირ სკოლის მერხიდან ბევრი ახალგაზრდა ჰკიდებდა ხელს ამ მძიმე და მეტად პასუხსაგებ საქმეს, ამიტომ მზრუნველმა გადაწყვიტა სკოლებში მათემატიკის სწავლების გაუმჯობესება. ამ მიზნით 1907 წელს შეიქმნა სპეციალური კომისიები სხვადასხვა სასწავლო დაწესებულებებთან მათემატიკის მასწავლე-ბელთა მონაწილეობით.

1912 წელს მზრუნველის განკარგულებით, ამ კომისიების პარალელურად, კავკასიის ყველა პუნქტში, სადაც რამოდენიმე საშუალო სასწავლო დაწესებულება იყო, ჩამოყალიბდა საერთო კომისია, ამ პუნქტში სხვადასხვა სკოლებში მომუშავე მათემატიკის მასწავლებელთა მონაწილეობით.

გამოცემულია შრომები 1911-1912 სასწავლო წელს მათემატიკის საგნობრივი კომისიის მიერ ჩატარებული მუშაობის შესახებ, რომელსაც თავი მოუყარა, რედაქტირება გაუკეთა და გამოსცა ხელნაწერის უფლებით თბილისის მესამე ვაჟთა გიმნაზიის დირექტორმა ზ. კ. კრამერენკომ [94].

კომისიები ხშირად აწყობდნენ მათემატიკის ღია, საჩვენებელ გაკვეთილებს, მოყვანილი ასეთი გაკვეთილების ანალიზის ოქმები, რომელთაგან დაწვრილებით გვინდა გადმოვიტანოთ ამ ნაშრომში საუკეთესოდ აღიარებული, ასევე ბევრი ნაკლის მქონე რამოდენიმე გაკვეთილის გარჩევის ოქმი. ასევე მოკლე ამონაწერები სხვადასხვა კომისიათა მიერ ჩატარებული სხდომების ოქმებიდან.

ეკონომიკური ხასიათის ამოცანები და მათემატიკის სწავლების შინაარსი XIX საუკუნის საქართველოში

რ. გაგნიძე, ა. მოსიძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი

1879 წელს შექმნილ ქართველთა შორის წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების სკოლების ოთხ განყოფილებაში არითმეტიკასა და პრაქტიკულ გეომეტრიას ეთმობოდა 6 საათი კვირაში ყოველ განყოფილებაზე, ალგებრისათვის III და IV კლასებში გამოყოფილი იყო 2-3 საათი, გეომეტრიისათვის I-III კლასებში – 2-2 საათი, ხოლო IV კლასში – 3 საათი.

არითმეტიკის ზოგად კურსში მასალა კლასებზე ძირითადად ასე ნაწილდებოდა: მოსამზა-დებელ განყოფილებებზე მოსწავლეებს უნდა გაევლოთ ოთხი არითმეტიკული მოქმედება მთელ რიცხვებზე, რუსული საანგარიშოს ხმარება, ამოცანების წერითი და განსაკუთრებით, ზეპირი ამოხსნა, გამრავლების ტაბულა ხშირად სახმარი ზომები (რუსული და ქართული), ოთხი არითმეტიკული მოქმე-დება შედგენილ სახელდებულ რიცხვებზე.

I კლასი: 1) ოთხი არითმეტიკული მოქმედების გამეორება შედგენილ სახელდებულ რი-ცხვებზე და ამოცანებში. 2) ათწილადები, შედარება, მოქ-მედებები მათზე. 3) მარტივი წილადები, წესიერი, არაწესიერი, შერეული, შეკვეცა, შედარება, მოცემული რიცხვის ნაწილის პოვნა, ნაწილით რიცხვის პოვნა, მარტივმნიშვნელიანი წილადების შეკრება. 4) მარტივი და

შედგენილი რიცხვები, გაყოფადობის ნიშნები, რიცხვის დაშლა მარტივ მამრავლებად, უ.ს.ჯ. და უ.ს.გ., წილადების შეკრება-გამოკლება.

II **კლასი:** 1) I კლასში ნასწავლი მასალის გამეორება. 2) ათწილადების გადაქცევა ჩვეულებრივ წილადად და პირიქით (ორი შემთხვევა), სასრული, უსასრულო, პერიოდული ათწილადები, წმინდა და შერეული პერიოდული ათწილადების გადაქცევა ჩვეულებრივ წილადად. 3) საზომთა მეტრიკული სისტემა. 4) არითმეტიკული და გეომეტრიული თანაფარდობა.

III **კლასი:** 1) პროცენტების წესები. 2) თამასუქების ანგარიში (კომერციული). 3) ჯაჭვური წესი. 4) ამხანაგობის წესები (პროპორციული გაყოფა). 5) შერეული წესები (I და II გვარის).

IV **კლასი:** არითმეტიკის მთელი კურსის გამეორება.

როგორც ვხედავთ, დიდი ადგილი აქვს დათმობილი „ამხანაგობის წესებთან", „თამასუქებთან", „სამმაგ წესებთან" დაკავშირებულ საკითხებს, რომელთა სწავლება სკოლებში დღევანდელი ეკონომიკური საკითხების მოზღვავებისა და საჭიროების პირობებშიც არ იქნებოდა ურიგო. წლების განმავლობაში ხომ ამ საკითხებს გაკვრითაც არ ახსენებდნენ საშუალო სკოლებში. საბედნიეროდ, დღეისათვის მდგომარეობა შეიცვალა და სკოლებში უკვე ისწავლება ეკონომიკის საკითხები. საბაზრო ეკონომიკას მოსწავლე, ახალგაზრდა საშუალო სკოლაშივე უნდა ვაზიაროთ, რადგან სკოლაში ამ საკითხების სწავლება უფრო უშუალო, უფრო „სუფთა", უფრო კანონებზე აგებული იქნება, ამავე დროს ბავშვს თავიდანვე ეცოდინება, რა საკითხების ცოდნაა აუცილებელი ცხოვრებისათვის, დაინახავს კავშირს საგანსა და ცხოვრებას შორის.

სასკოლო საგანმანათლებლო პროცესის ზოგიერთი აქტუალური პრობლემის შესახებ

გურამ გოგიშვილი

საქართველოს საპატრიარქოს წმიდა ანდრია

პირველწოდებულის სახ. ქართული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

guram@mzera.com

მოხსენებაში გაანალიზებულია მათემატიკის ამჟამად მოქმედი სასკოლო პროგრამის ძირითადი პრიორიტეტები, ახალი სახელმძღვანელოების შექმნისა და ფუნქციონირების პროცესი.

ხაზგასმულია სასწავლო გეგმების დახვეწაზე მუშაობისას პედაგოგებთან თანამშრომლობის დიდი მნიშვნელობა.

განხილულია მოსწავლეებთან, მშობლებთან, სასწავლო პროგრამებთან და თვით სახელმძღვანელოებთან მასწავლებელთა დამოკიდებულების აქტუალური საკითხები და საგანმანათლბლო პროცესში მოსწავლის როლი, მის მიერ მიღწეული შედეგის მნიშვნელობა.

წარმოჩენილია ის პრობლემები, რაც ახლავს ახალი სასწავლო თემატიკის, სასწავლო პროცესში ახალი დამოკიდებულებების დამკვიდრებას, ცოდნის ოდენობისა და ცოდნის ხარისხის ურთიერთდამოკიდებულებაში პრიორიტეტების განსაზღვრას.

მოხსენებაში წარმოდგენილია ამ პრობლემათა ანალიზი და შემოთავაზებულია მათი გადაჭრის შესაძლო გზები.

მოსწავლეთა დამოუკიდებელი აზროვნების განვითარება ამოცანების მათემატიკური წარმოდგენის სწავლების საშუალებით

დიმიტრი გოშხეთელიანი

ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო

საკითხის დასმისას, აუცილებელია, ვასწავლოთ მოსწავლეებს ამოცანების დამოუკიდებლად ამოხსნა, რომ მათ თავად შეძლონ ამოცანის ამოხსნის ხერხის მოძებნა ამ დროს წარმოიქმნება სხვადასხვა სიძნელე.

იმისათვის, რომ ამოცანა, მისი ამოხსნის ძიება, გამოყენებული იქნეს მოსწავლეთა აზროვნების, მათი დამოუკიდებელი მუშაობის განვითარებისათვის საჭიროა, შემუშავდეს ამოცანის ამოახსნის ძიების ზოგადი ხერხი, რომელიც უნდა ავუხსნათ, აღვუწეროთ მოსწავლეებს.

ამის მისაღწევად შეიძლება გამოყენებული იქნეს სახელმძღვანელოში მოთავსებული ამოცანებიც, რომელიც გამოუმუშავებს მოსწავლეებს (ჩვენი დაკვირვებით) უფრო რთული ამოცანების ამოხსნის უნარს, ე.ი. განუვითარებს მათ დამოუკიდებელ აზროვნებას.

"ფსიქოლოგებისა და პედაგოგ-მეთოდისტების მიერ ჩატარებული გამოკვლევების საფუძველზე აღიარებულია, რომ მოსწავლის მიერ მასალის ათვისება უფრო კარგად მიმდინარეობს არა სახელმძღვანელოზე დაყრდნობით ან მასწავლებლის საუბრის შემდეგ, არამედ მოსწავლის პირადი კვლევა – ძიების პროცესში, რომლის დროს მას შეუძლია თავისუფლად განავითაროს თავისი შემოქმედებითი აქტიურობა".

სწორედ მოსწავლის მიერ პირად კვლევა-ძიებასთან გვაქვს საქმე, როდესაც ის ამოცანას წარმოადგენს მათემატიკურად და შემდეგ ეძებს მის განზოგადებებს.

ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენა განსაკუთრებით იმ სიძნელეების დაძლევაში გვეხმარება, რაც დ. პოიას მიერ შემოთავაზებული ამოცანის ამოხსნის ძიების სქემის პირველ ეტაპს – "ამოცანის დასმა და მისი შინაარსის კარგად ათვისება" – ახასიათებს.
სტატიაში მოყვანილია თუ რა სიძნელეები შეიძლება ახლდეს ამ პირველ ეტაპს და როგორ შეიძლება დაიძლიოს ისინი ამოცანის მათემატიკური წარმოდგენით.

Representation of Numbers by Certain Quadratic Forms in Seven and Nine Variables

TEIMURAZ VEPKHVADZE

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

t-vepkhvadze@hotmail.com

Some entire modular forms of weight 7/2 and 9/2 are constructed. The Fourier coefficients of these modular forms have a simple arithmetical sense. This allows one to get the Liouville type formulas for the number of representations of positive integers by positive diagonal quadratic forms in seven and nine variables with integral coefficients.

მათემატიკა XIV-XIX საუკუნეების საქართველოში

ალექსანდრე ლაშხი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

სულხან-საბა ორბელიანის ლექსიკონის (1668-1725) პირველ გვერდზე მოთავსებულია ქართული ანბანური ნუმერაციის და შესაბამისი არაბულ-ინდური, ე. ი. თანამედროვე ნუმერაციის ცხრილი. იქვე ვხვდებით ევკლიდეს „საწყისებიდან“ ამოღებულ წერტილის, წირის, სიბრტყის და სხეულის განსაზღვრებებს. სხვადასხვა ევროპული წყაროდან მოყვანილია ალგებრის, გეომეტრიისა და არითმეტიკის განსაზღვრებანი და ზოგიერთი საინტერესო ცნობა ასტრონომიიდან. მნიშვნელოვანია საბას ცნობები ქართული საზომების შესახებ.

შემდეგი ცნობები საქართველოში მათემატიკური ცოდნის შესახებ მოგვეპოვება ვახტანგ VI-ის (1676-1736) ნაწერებში. განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია ასტრონომიული ნაშრომი „ვარსკვლავთმრიცხველობა“, რომელიც დაწერილია ვახტანგ VI-ისა და მისი თანამედროვეების მიერ. იგი შეიცავს XV საუკუნის დიდი უზბეკი ასტრონომის ულულ-ბეკის ასტრონომიული ნაშრომის სრულ თარგმანს ირანულიდან, რომელიც თვით ვახტანგ VI-ს ეკუთვნის. მასში მოყვანილია 834 ქალაქის გეოგრაფიული კოორდინატები. ხოლო თვით ვახტანგ VI-ის ნაშრომში – 1276 ქალაქისა. 1033 ქალაქის გეოგრაფიული კოორდინატების შესახებ ცნობები ვახტანგ VI-ს ამოღებული აქვს ბერძნული, დასავლეთ ევროპული და რუსული წყაროებიდან. მათ შორისაა ქ. გორის კოორდინატებიც, რაც იმას ნიშნავს, რომ XVII საუკუნეში ქართველებმა იცოდნენ ადგილის გეოგრაფიული კოორდინატების განსაზღვრა.

დასავლეთ ევროპულ ენაზე უღულ-ბეკის ნაშრომი პირველად გადათარგმნეს 1863 წელს, იგი თარგმნა ფრანგმა სედილომ. ე. ი. ეს წიგნი ქართულ ენაზე უფრო ადრეა თარგმნილი, ვიდრე ევროპულზე. იგი შეიცავს ე. წ. არაბების ტრიგონომეტრიას. ცნობილია, რომ ევროპელებმა ტრიგონომეტრიის საფუძვლები არაბებისაგან გადაიღეს. მაშასადამე, ქართველებმა ტრიგონომეტრიის საფუძვლები პირველად გადაიღეს არა ევროპელებისაგან, არამედ არაბებისაგან.

ვახტანგ VI-ის ხელმძღვანელობით ქართველებს ირანულიდან უთარგმნიათ ას-ტრონომიულ-ასტროლოგიური ნაშრომი „ქმნილებისა ცოდნა“ და დაუბეჭდავთ თბილისის სტამბაში 1721 წელს, რომელიც ასევე შეიცავს არაბული ტრიგონომეტრიის საფუძვლებს.

ქართველების მიერ ევროპელთა ტრიგონომეტრიის გაცნობის პირველი საბუთია მიხეილ ელიაშვილის მიერ რუსულიდან ნათარგმნი ნაშრომი „სივაკის ზომა ანუ

პლანიმეტრია“, რომელიც გამოიცა 1726 წელს ვახტნგ VI-ის რედაქციით. ნაშრომი ძირითადად წარმოადგენს პრაქტიკულ გეომეტრიას, მაგრამ შეიცავს აგრეთვე არითმეტიკის საკითხებს, ტრიგონომეტრიის ძირითად ფორმულებს და მათ გამოყენებას სხვადასხვა ამოცანის ამოხსნისათვის. ნაშრომის პირველი ნაწილი შეიცავს არითმეტიკისა და ტრიგონომეტრიის ელემენტებს, მეორე ნაწილი კი – მათემატიკურ ამოცანებს სამხედრო საქმეში, განსაკუთრებით ბალისტიკაში გამოყენებისათვის. ცნობილია ხელნაწერი, რომელიც XVII საუკუნის დასაწყისში ფრანგულიდან გადაუთარგმნია დიმიტრი ციციშვილს. მასში მოცემულია აგრეთვე ცნობები ქართულ საზომთა სისტემის შესახებ. ხელნაწერი შეიცავს პროგრესიებს, კვადრატული და კუბური ფესვების ამოღების წესებს, სამთა წესს, მარტივ და ათობით წილადებზე მოქმედების წესებს.

არითმეტიკის საკითხებია მოცემული იმ ხელნაწერში, რომელიც 1735 წელს მიხეილ ელიაშვილის მიერაა თარგმნილი კვლავ ვახტანგ VI-ის ხელმძღვანელობით.

1800 წელს გიორგი თარხნიშვილს დაუმთავრებია მათემატიკის სახელმძღვანელოს წერა. ხელნაწერი ორი ნაწილისაგან შედგება: 1. არითმეტიკა, 2. არითმეტიკის ვაჭრობის საქმეში გამოიყენება.

გიორგი თარხნიშვილის ამ ნაშრომის დიდი ნაწილი მიძღვნილია სამთა წესისადმი, ცნობილია, რომ სამთა წესი შეადგენს კომერციული არითმეტიკის ძირითად შინაარსს. მოცემულია ამოცანები ამ წესების ვაჭრობის საქმეში გამოყენებისათვის. ამ ამოცანების ნაწილი თვით თარხნიშვილის მიერაა შედგენილი.

მათემატიკის ქართული ხელნაწერებიდან ყველაზე ვრცელი იოანე ბატონიშვილს (1767-1830) ეკუთვნის. სავარაუდოა, რომ იგი რუსულიდან უნდა იყოს ნათარგმნი. იგი ვრცლად შეიცავს გეომეტრიას და ტრიგონომეტრიას, მოკლედაა მოცემული ანალიზური გეომეტრიის ელემენტები.

1821 წელს დაწერილი ხელნაწერის ავტორია იოსებ ფოცხვერაშვილი. აღნიშნული ნაშრომი ნათარგმნი კი არაა, არამედ – ორიგინალური.

იაკობ გოგებაშვილი – ქართული მათემატიკური სახელმღვანელოების სათავეებთან

ა. ლაშხი, დ. ბურჭულაძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

იაკობ გოგებაშვილი დიდ ინტერესს იჩენდა არითმეტიკის სწავლების მიმართაც. აი რას წერდა იგი ქუთაისის სათავადაზნაურო სკოლის ინსპექტორს: „თქვენგან წარმოდგენილი პროგრამები საზოგადოდ შედგენილნი არიან ცოდნიერად და გვარიანად, მაგრამ შიგა და შიგ ეჭირვებათ დამატება, შეცვლა და განვითარება. არითმეტიკის პროგრამა ძლიერ მოკლედ არის შედგენილი და განვითარება ეჭირვება. პირველი წლისათვის ცოტაა პირველი ათეული. ორი ათეულის ათვისება ადვილად შეუძლიათ შვიდი-რვა წლის ბავშვებს წლის განმავლობაში. აქ საჭიროა რომ მეორე ათეულის სწავლების დროს მასწავლებელმა უმთავრესი ყურადღება მიაქციოს რიცხვის წარმოდგენას ათეულითგან და ცალკეულითგან. მეორე წელიწადს სწავლობენ პირველ ასეულს სრულიად და უმთავრეს ყურადღებას აქცევენ გამოანგარიშების ხერხებს. სწრაფად გაივლიან იმისთანა მარტივ რი-ცხვებს, რომლების შემადგენლობა და თვისება არაფრით არ განირჩევა რაოდენობის გარდა წინა რიცხვებისაგან და შეჩერდებიან იმისთანა რთულ და მრავალმხროვან რიცხვებზედ, როგორიც არიან 48, 49 და სხვანი. დანარჩენ მასალას არითმეტიკისას უნდა მიემატოს გაცნობა უბრალო ნაწილოვანთა და ხსნა

მარტივთა ამოცანათა აღრიცხვის სამკეც კანონიდგან, ამხანაგობის და შერეულის კანონიდგან და სარგებლობის ანგარიშითგან. და ეს შევსებული მასალა განაწილებული იქნას მესამე და მეორე განყოფილების შუა“.

ამრიგად, იაკობ გოგებაშვილი გვევლინება არითმეტიკის პროგრამის შედგენლის როლში.

ი. გოგებაშვილს 1888 წელს შეუმოწმებია გორის მაზრის სოფელ ხელთუბნის სკოლა, სადაც მასწავლებლად მუშაობდა ვაჟა-ფშაველას ძმა, თედო რაზიკაშვილი. „არითმეტიკა ყველა განყოფილებას საშუალოდ შეუსწავლიათ, მარტივ ამოცანებს ადვილად და ჩქარა ხსნიან, მაგრამ რთულ ამოცანებზედ ბევრსაც წვალობენ თვით საუკეთესო მოწაფენი. ამ საგანშიც მასწავლებელს მართებს მომეტებული ცდა და წარმატება“. იაკობის ამ სიტყვებიდან შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ იგი ძალიან დიდ ყურადღებას აქცევდა ამოცანების ამოხსნის სწორად წარმართვას.

1900 წელს „წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოების“ გამგეობის მიერ გამოყოფილ კომისიას იაკობის ხელმძღვანელობით შეუმოწმებია ძველი სენაკის სათავადაზნაურო სკოლა. იაკობს, როგორც კომისიის ხელმძღვანელს, გამგეობისათვის წარუდგენია შემოწმების ანალიზი, რომელშიც I განყოფილებაზე არითმეტიკის სწავლების შესახებ წერს: „ოთხს არითმეტიკულ მოქმედებას ოცის საზღვრებში შეგირდები სწრაფად ანგარიშობდნენ, აგრეთვე სწრაფად ხსნიდნენ არართულ ამოცანებს. სწრაფადვე ანგარიშობდნენ რიცხვების ნაწილებს დასახელებულ საზღვრებში“. საზოგადოდ, არითმეტიკის სწავლება ამ განყოფილებაში ძლიერ კარგად დაუყენებია ბ-ნ ს. ჯანაშიას. III განყოფილების ანალიზში კი ნათქვამია: „ნუმერაციაში კარგად არიან გავარჯიშებული. კარგად იციან აგრეთვე ზომები სიმძიმისა, სიგრძისა და სხვა. მაგრამ ამოცანების ამოხსნასა და დასკვნაში, აგრეთვე ოთხ მოქმედებაში, ხშირად ცდებიან. საზოგადოდ, არითმეტიკის ცოდნა მოსწავლეთა მხრივ სრულიად არ აკმაყოფილებს მოთხოვნილებას“.

იაკობ გოგებაშვილი მასწავლებლისაგან მოითხოვდა შეერჩია ისეთი ამოცანები, რომ მოსწავლეს ყოველდღიურ პრაქტიკულ საქმიანობაში გამოდგომოდა, გარდა ამის, „მასწავლებელმა ანგარიშის სწავლებისას უნდა აამეტყველოს და გააცხოველოს, ცხოვრების სინამდვილეს შეუფარდოს და ამ რიგად ეს საგანი მოსწავლეების საყვარელ საგნად გახადოს, ანგარიშის გაკვეთილებზე შეძენილ ცოდნას მოსწავლე ყოველდღიურ საქმიანობაში უნდა იყენებდეს“ (საიუბილეო კრებული. „ი. გოგებაშვილი“, უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი, 1940 წელი). მისი აზრით, „სკოლამ მის ახალგაზრდობას უნდა ასწავლოს გვარიანად წიგნი, გაუხსნას გონება, შეასწავლოს საგნები პედაგოგიური გზით, მიანიჭოს ცოდნა და მისცეს გონებითი ძალა კეთილდღეობის აღსადგენად და დასაცველად. ერთი სიტყვით, მოამზადოს ცხოვრებისათვის“ (ი. გოგებაშვილი, თხზ. ტ. 1, გვ. 217).

ი. გოგებაშვილს გადაწყვეტილი ჰქონია არითმეტიკის სახელმძღვანელოს გამოქვეყნება, მაგრამ ამ განზრახვაზე ხელი აუღია, რადგან: „როცა არითმეტიკა ბატონი ჯაჯანაშვილისა და ბატონი ნატროშვილისა შედგა, ჩვენ დაწყებული გვქონდა ელემენტარული არითმეტიკა სახალხო სკოლებისათვის, მაგრამ მისი დამთავრება აღარ მოვინდომეთ, რათა ამ პირობისათვის ხელი არ შეგვეშალა“ (ი. გოგებაშვილი, თხზ. ტ. III, გვ. 71). მეთოდისტ ტ. ტყემალაძეს ი. გოგებაშვილის პირად არქივში უნახავს 24 ფურცლიანი რვეული, რომლის 12 ფურცელზე მოთავსებული ყოფილა 164 ამოცანა პირველი და მეორე ათეულის ფარგლებიდან. ეს ხელნაწე-რი გამოქვეყნებულია ი. გოგებაშვილის თხზულებათა მე-9 ტომში. პირველ განყოფილებაში მოთავსებულია 86 ამოცანა, მეორე განყოფილებაში – 76 ამოცანა, შემდეგ არის სათაური: „ამოცანები მესამე ათეულისაგან“, რითაც მთავრდება ხელნაწერი.

საინტერესოა, რომ გოგებაშვილის მიერ შედგენილი ბევრი ამოცანა მოითხოვს რამდენიმე ამონახსნის მიღებას. მაგალითად, „რამდენ ყმწვილს შეიძლება დავურიგოთ 6 კაკალი თანასწორად და რამდენი კაკალი ერგება თითოსა?“ აქ მოსწავლემ უნდა იფიქროს, რომ 6 კაკალი თანაბრად შეიძლება დაურიგდეს 6, 3, 2, და 1 ყმაწვილს და მოქმედება გაყოფით გაიგოს, თითოეულ შემთხვევაში რამდენი კაკალი შეხვდება თითოეულ ყმაწვილს. გოგებაშვილი ყოველთვის მოითხოვდა სწავლების ცხოვრებასთან მტკიცე კავშირს და მიღე-ბული თეორიული ცოდნის პრაქტიკულ გამოყენებას, „ზურგი უნდა შევაქციოთ ყალბ ცოდნას და ფორმულების ზეპირობას და შევუდგეთ შეძენას ნამდვილის, ჭეშმარიტის ცოდნისას“.

მათემატიკური მოდელირებისა და კომპიუტერული დაპროგრამების მეთოდები ქართული ლექსწყობის ძირითადი პარამეტრების გამოთვლაში

ა. ლაშხი*, ე. ჩხარტიშვილი**

*საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო
**შ. რუსთაველის უნივერსიტეტი, ბათუმი, საქართველო

ლექსის სტრუქტურული მოდელი წარმოადგენს ევოლუციურ დინამიკურ სისტემათა ერთ-ერთ კერძო სახეს (თვითორგანიზებად იერარქიულ ინფორმაციულ სისტემას), ამიტომ მისი განვითარების პროცესები შეიძლება დადგინდეს სინერგეტიკის, ფრაქტალებისა და ქაოსის თეორიის მეთოდებით.

ამ მეთოდის ანალიზი, შესაბამისი მატემატიკური და პროგრამული საშუალებები, აგრეთვე, მათი გამოყენების ხერხები ქართული ლექსწყობის ძირითადი პარამეტრების გამოსათვლელად წარმოადგენს კვლევის საგანს.

ქართული ლექსმცოდნეობითი ანალიზის თანამედროვე მეთოდებით ლექსის ცალკეულ სტრიქონთა ავტორისეული ინტერპრეტაციის დადგენა შეუძლებელი. შემოთავაზებული კომპიუტერული ანალიზით (პროგრამა 1) შესაძლებელია დადგინდეს ავტორისეული პარამეტრები და პერსპექტივაში რომელიმე (უავტორო) ლექსი მივაკუთვნოთ რომელიმე პოეტს, ან მიახლოებით განვსაზღვროთ პოეტის რომელ პერიოდს ეკუთვნის უთარიღო ლექსი, შესაძლებელია, ვივარაუდოთ, თუ რომელია უფრო ახლოს ორიგინალთან სტრუქტურისა და ძირიტად პარამეტრთა დამოკიდებულების თვალსაზრისით.

ასო-ბგერების ნებისმიერ ქაოსურ მოძრაობაში ყოველ უასოს გამეორების ალბათობა თანაბარია, მაგრამ სხვადასხვა ენაში გამოიკვეთება უპირატესი ბგერები.

იოანე ზოსიმემ თავის ,,ქებაი და დიდება ქართულია ენისაი‘‘-ში ხოტბა შეასხა ქართულ ენას. მისი რწმენით ქართული ენა განსაკუთრებულია. თუკი ანაგრამული პრინციპის გამოყენებით ყველაზე ხშირი ასო-ბგერებისაგან ავაწყობთ სიტყვებს, მაშინ ნებისმიერ ქართულ ტექსტში (და განსაკუთრებით პოეტურ სტრიქონებში) იკითხება სიტყვა ,,მესია‘‘, რაზეც მიგვანიშნებდა კიდეც იოანე ზოსიმე.

ტექსტის მოცემული კომოპიუტერული პროგრამით (პროგრამა 2) ჩატარებული კვლევებიდან გამომდინარე აღსანიშნავია ისიც, რომ ზემოაღნიშნული ტენდენცია (მისწრაფება ,,მესია‘‘-საკენ) ჩვეულებრივ (პროზაულ) ტექსტებთან შედარებით პოეტურ სტრიქონებში უფრო მძლავრია.

პოეტურ ნაწარმოებებში მარცვალთა მონაცვლეობაზეა დამყარებული გარკვეულია ჰარმონიის წარმოშობა. იგი მეტ-ნაკლებად განსაზღვრავს ლექსის რიტმულ სტრუქტურასაც. აქედან გამომდინარე, მნიშვნელოვანია და პერსპექტიული სიახლეა ლექსმცოდნეობაში აღნიშნული პრობლემის კომპიუტერულ-პროგრამული კვლევა, რაც ზრდის მეცნიერ-მკვლევარის შრომის

ნაყოფიერებას. აღნიშნულ პროგრამას დიდი დახმარების გაწევა შეუძლია მოცულობითი ინფორმაციების დამუშავებისა და მოწოდების საქმეში.

P.S. *ქართული ლექსწყობის მათემატიკური მოდელირების კვლევებს საფუძველი ჩაუყარა აწ განსვენებულმა გურამ თევზაძემ. მოხსენება ეძღვნება მის ხსოვნას.*

მათემატიკური განათლების სათავეებთან საქართველოში

ალექსანდრე ლაშხი, ფიქრია ღურწკაია, მაია ჯაფოშვილი

მიუხედავად მრავალი სხვა ნეგატიური მოვლენისა, საქართველოს რუსეთთან შეერთებამ ამ მხრივ ერთგვარი პოზიტიური როლი შეასრულა. XIX საუკუნის საქართველოში ნელ-ნელა იქმნება განათლების ქსელი და ერთიანი სისტემა, დგება სასწავლო პროგრამები და გეგმები, ყალიბდება სხვადასხვა სახის სასწავლებლები: სასულიერო სემინარიები, რეალური სასწავლებლები, გიმნაზიები, სამასწავლებლო ინსტიტუტები და სხვა. იქმნება წერა-კითხვის გამავრცელებელი საზოგადოება, დღის წესრიგში დგება უნივერსიტეტის გახსნის აუცილებლობა.

ჰუმანიტარული დარგებისაგან განსხვავებით, ზუსტი და საბუნებისმეტყველო საგნების (მათემატიკა, ფიზიკა, ასტრონომია და სხვა) სწავლება საქართველოში, არარუსულ სასწავლებლებშიც კი ძირითადად ცენტრალიზებული, სტანდარტული სახით გადმოიტანებოდა რუსეთიდან. ამ მხრივ ქართულმა პედაგოგიურმა სიტყვამ ერთგვარად დაიგვიანა.

პირველი ნაბიჯები ამ მიმართულებით მოგვიანებით გადაიდგა: ვახტანგ თულაშვილი (1862), მიხეილ ყიფიანი (1884), რაჟდენ ჯაჯალაშვილი (1886), ილია ჟღენტი (1889), ანტონ ნატროშვილი (1889).

XX საუკუნის დასაწყისისათვის (20-იანი წლები) უკვე გვაქვს რამდენიმე ათეული ორიგინალური ქართული სასკოლო სახელმძღვანელო მათემატიკის ყველა დარგში (ანტონ ნატროშვილი, ეგნატე ხრამელაშვილი, მიხეილ ყიფიანი, სიმონ ოცხელი, ალექსანდრე დევიძე, ათანასე ხარაბაძე, დავით პარკაძე და სხვები). იქმნება საუნივერსიტეტო მათემატიკური ლიტერატურა (ანდრია რაზმაძე, ანდრია ბენაშვილი, არჩილ ხარაძე, გიორგი ნიკოლაძე, ლევან გოკიელი), იხვეწება და სრულყოფილი ხდება ქართული მათემატიკური ენა (ტერმინოლოგია).

მეცნიერების ყველა დარგს თავისი განვითარების ისტორია აქვს. მათემატიკის სწავლების და მეთოდიკის განვითარების ისტორიაც ამ მხრივ გამონაკლისს არ წარმოადგენს. საქართველოში მათემატიკის სწავლებისა და მეთოდიკის განვითარებისა და ისტორიის შესწავლის მიზნით შესრულებულია რამოდენიმე საინტერესო ნაშრომი (უშ. ობოლაძე, დ. ცხაკაია, ათ. ხარაბაძე, პ. ღვინაძე, ა. ბენდუქიძე, თ. ებანოიძე, ვ. პარკაძე, აბ. მიქაძე). მიუხედავად ამისა, კიდევ რჩება საკმაო რაოდენობით ფაქტიური მასალა შეუსწავლელი და გამოუკვლელი.

ამ მიმართულებით განსაკუთრებით აღსანიშნავია ფართო საზოგადოებისათვის შედარებით უცნობი ქართველი ავტორის, ილია ოქროპირის-ძე ჟღენტის ნაშრომი – “Примърноя ръшеноя задачъ по математикъ, Тифлисъ, 1889 год”.

ეს არის საკმაოდ მაღალი დონის ნაშრომი, რომელიც შეიცავს უმაღლესი მათემატიკის ელემენტებსაც და განკუთვნილია უმაღლეს სასწავლებლებში შემსვლელთათვისაც. ტიპოგრაფიულად ნაშრომი უმაღლეს დონეზეა გამოცემული. გამოცემის ხარისხი და დახვეწილობა დღესაც კი შესაშურია. ერთი თვალის გადავლებითაც ნათელი ხდება, რომ იმდროინდელ საქართველოში, საკმაოდ მაღალი მოთხოვნებია მათემატიკისადმი. შეიძლება ითქვას, რომ ეს დონე სავსებით შეესაბამება დღევანდელს. უფრო მეტიც, ბევრ შემთხვევაში აღემატება კიდეც თანამედროვე მოთხოვნებს.

ბუნებრივია, რომ ამ ნაშრომის მოკვლევა, მისი საფუძვლიანი შესწავლა და შეფასება ახალი სიტყვაა ქართული მათემატიკის და მეთოდიკის განვითარების ისტორიაშიც. იგი უეჭველად სასარგებლოა ქართული მათემატიკური ისტორიოგრაფიისათვის.

მათემატიკური მეცნიერების ისტორიის სწავლების საკითხისათვის

ნ. მახვილაძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

imakhviladze@yahoo.com

მათემატიკური მეცნიერების ისტორიის შესწავლის საკითხი პირველყოვლისა მნიშვნელოვანია თვით მათემატიკისათვის. ამიტომ, ამ საქმით დაკავებულნი უნდა იყვნენ არა მარტო მეცნიერების ისტორიის დარგის სპეციალისტები, არამედ თვით მათემატიკოსებიც.

ამასთან დაკავშირებით სასიამოვნოა აღინიშნოს, რომ უკანასკნელ ათწლეულებში არსებითად გაფართოვდა და გაღრმავდა კვლევითი მუშაობა მათემატიკის, მექანიკის, ფიზიკისა და ასტრონომიის ისტორიის დარგში. ამ სისტემატური კვლევის შედეგია თუნდაც ის, რომ ბოლო წლებში გამოქვეყნდა მრავალი წიგნი, ბროშურა და ცალკეული სტატია იმ მეცნიერების შესახებ, რომელთაც თავიანთი მოღვაწეობითა და შემოქმედებით მნიშვნლოვანი კვალი დატოვეს ერისა და მეცნიერების ისტორიაში.

მეცნიერების ისტორიის მკვლევართათვის დიდი მნიშვნელობა აქვს იმის ნათელ წარმოდგენას, რომ მეცნიერების ისტორია არის: ა) საყოველთაო ისტორიის აუცილებელი შემადგენელი ნაწილი; ბ) მეცნიერების, განსაკუთრებით მათემატიკური მეცნიერების, თანამედროვე განვითარების ერთ-ერთი მნიშვნე-ლოვანი პირობა; გ) სწავლების სრულყოფის მეთოდი და მეცნიერული მეთოდოლოგიის ბაზა; დ) აზროვნების პროცესების ანალიზის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი წყარო.

საზოგადოების პროგრესული განვითარების ანალიზისათვის განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია იმ საოცარი გზის გაცნობა რომელიც გაიარა ცოდნის გამარჯვებამ უმეცრებაზე კაცობრიობის მთელი ისტორიის მანძილზე. საზოგადოების განვითარების ზოგადი ისტორიის გადმოცემა არ შეიძლება მოვწყვიტოთ მეცნიერების ისტორიისაგან, რადგანაც ეს უკანასკნელი წარმოადგენს ზოგადი ისტორიის ნაწილს, და ამასთანავე, ძალიან მნიშვნელოვან ნაწილს.

მეცნიერების ისტორიის ცოდნა აუცილებელია მეცნიერული კონცეფციის, ფილოსოფიური აზროვნებისა და ზოგადი განათლების პროგრესის შესასწავლად.

მეცნიერების წარსულის ცოდნა საშუალებას იძლევა უფრო კონცენტრირებულო სახით მივიღოთ ცნობები ამა თუ იმ იდეისა თუ ფაქტის წყაროზე, მეცნიერული აზრის ფორმირებაზე.

მეცნიერების ისტორია თავის თავად მნიშვლელოვანია ახალი თაობის აღსაზრდელად;

მეცნიერების ისტორია ძირითადად იყო კაცობრიობის გონების გამარჯვების ისტორია. ალბათ დროა, რომ მეცნიერების ისტორია გახდეს აზროვნების ისტორიაც.

აზრი ყოველთვის გადაწყვეტას ეძებს!

სასურველია მეტი ყურადღება დაეთმოს მათემატიკური მეცნიერების ისტორიის ადგილსა და როლს (სასკოლო და უმაღლესი სასწავლებლების) სასწავლო პროგრამებსა და სახელმძღვანელოებში.

Probability Theory and Business Statistics for Students

A. MOSIDZE

American University for Humanities

To someone who has never taken a course in statistics, the work of a statistician is often misunderstood. Many think the job of a statistician involves nothing more than clerical operations such as summarizing data, computing averages and percentages, and making charts and graphs. Others see the statistician as special kind of mathematician dealing with a subject most people can't understand and all find boring.

However, the typical statistician finds fulfillment in the profession, not boredom. The field is one with great variety and wide application. It is a constantly growing profession, with each new problem studied spawning numerous other questions to be answered.

With such a variety of perceptions about the work of the statistician, my challenge is to correct the misconceptions you may have, while creating some of the same excitement for you that the statistician finds. First, however we must provide a fairly brief definition of what statistics is as a field of study. That is complicated by the fact that there is much variation in definitions as there are people who attempt the task.

What Is Statistics

Statistics deals with the development and use of methods and techniques to understand and explain chance phenomena. Typically, data are collected from a population. The data are then examined for patterns and characteristics which would help explain the population being studied.

Any process which has outcomes that are unpredictable or uncertain can be better understood by using the principles of statistics and probability. Consider the following typical examples:

1. The weather at a particular location varies from day to day and eludes exact prediction. Meteorologists are interested in the study of weather patterns to try and identify the variables that are most closely linked to the varying weather patterns. If such patterns can be found, more accurate weather forecasts can be made. Data concerning high and low temperatures, wind speed, barometric pressure, cloud cover and type, humidity, etc. are likely characteristics to be studied.

2. Quality control engineers that in any production process there is item to item variability. For example, the quality of a particular metal part may depend on the temperature of the metal when it is produced, the metal thickness, malleability, the speed of the cutting tool and its temperature, and so forth. Data concerning these characteristics might be collected in order to produce a more uniform and higher quality product.

3. A sociologist is studying the causes of divorce and its impact on the family. A sample of divorced families is randomly selected along with a sample of families having stable marriages. Data are collected relative to family sizes, ages of children, income of husband, working or non-working status of the wife, years of marriage prior to divorce, socioeconomic status of the family adjustment problems of the children, the children's success in school and society, and so on. It is hoped that this data will reveal factors that might be related to divorce and its associated problems.

4. At large time-sharing computer facility the number of users and the length of their computing jobs vary from hour to hour. The system operator wants to know how many terminals to provide the users, how much disk storage users need and what kind of rate structure to provide its users to encourage efficient use of facilities. Data is collected on the pattern of usage, length of jobs, CPU times used for each job, used and unused disk storage space. The data are analyzed so that decisions can be made that will help to run the facility more economically and efficiently.

5. A politician, running for elective office, wants to know the likelihood of election as well as what issues are of concern to the electorate. A sample of registered voters is selected from the district. Data about their voting preference, likelihood of voting, age, sex, political persuasion, political issues of concern to the prospective voter, and other related items are collected. Analyzing the data will help the politician better understand the political views of the registered voters in her district.

In these examples, first note the diversity of the settings of the problems – from weather to politics to business to computers operations. In fact, most fields of study, at some phase, collect and interpret data – thus utilizing the concepts of statistics. Secondly, each of the examples discussed above, dealt with uncertainty – unpredictable weather, variations of product quality, unknown political attitudes, and so on. Thirdly, to help solve the problem, data were collected and analyzed to detect any patterns, trends and relationships the data might show. The formal methods that are developed to collect, analyze and interpret data are the subject matter of statistics course. This course will introduce the terminology and vocabulary of statistics and lay the foundation for developing data-analytical skills.

On Application of Visual Conceptual Model Based on Mappings Motion

V. NIKOLAISHVILI, H. MELADZE AND N. TOPURIA

Georgian Technical University,

St. Andrew the First Called Georgian University of The Patriarchy of Georgia,

Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

In order to acquire an information in time and to simplify its structural understanding, it is important its schematic graphical modeling which is a component of realization of computer technologies. Depending on different objectives and situation, this approach requires further perfection. For example, understanding of an information given by the functional relations is simplified through making the graphs in the coordinate system. An explanation of relationships (correspondences, reflections, ordering, etc) between arbitrary sets, requires the graphs to be modified in different forms, that underlies a deeper understanding and development of the skills for representing a structure in the most optimal way. A novelty of the proposed approach, consists in finding the principles of selection of the initial stage to make the modified informational diagram with further generalizations.

Here, the patterns of modeling of transition from simple cases to the complex ones relates to known or unknown matters with the prospects of their possible generalization. A simplified generalization of various adjacent themes through analogies is to be implemented in the course of increasing the semantic load in various directions. An attempt of applying the relation databases may be considered as one of such directions. E.g., the system of essences to be considered will create the cortege, while the essences describing system will create a system of corteges. A certain sequence of grouping the elements by classes is usually more flexible and easily understandable.

Using Euclidean structure in combination with space operations at define various mappings (in particular self-adjoint operators) we obtain analogical modelling of relationships (consequences) of analytical geometry.

From point of view of computerized implementation, a knowledge about the problem will be moved by us into the Object-Role Model (ORM). The ORM is a well-developed tool for a conceptual scheme design, with describing problem area in-question as the objects, which play a certain role. Application of the natural language and the intuitive diagrams (which are added by examples) as well as description of the problem based upon the elementary facts, simplifies considerably the process of projecting.

Finding out of this principle is caused by teachingintensification that is a motivation of effectively achieving of final aims. The main idea of this principle is that object of study contains elements. In these set of elements as on area of definition are constructed mappings by some observation in other sets with mathematical structures. Sometimes such correspondences (particulary, mappings) are given by specially found statistical data. It is accepted, that mappings are denoted by arrows or by directed curves. In the beginning and the end of these arrows sets of definition and value corresponding mappings are attributed. Mappings have different properties and each of them has components: image, pre-image of some concrete value, full pre-image, factor sets of all full pre-images, sets of "leaders" and so on. It is natural that all possible images and other components are connected by some relations.

Describing of these relations by using of traditional overloading problems. In our approach representation of relations occurs by some regularity. It helps to explain teaching material in a simple transparent way.

The NORMA software for Visual Studio.Net 2008 gives the chance to map knowledge in ORM model, whence there are generated the SQL code for our database after we have completed the modeling process.

References

1. V. Nikolaishvili, G. Surguladze, N.Topuria , I. Vacharadze, Training of automation of designing the organizational distributed systems on the basis of UML/NET technologies, III Inter. Kudriavcev conference materials, Moscow, 2008.
2. V. Nikolaishvili,G Surguladze, N Topuria, M. Kachibadze , Categorial approach of working out of data abstract models for object-oriented relational databases XII international scientific Kravchuk conference materials, Kyiv, 2008.

კომპიუტერული გრაფიკა და მისი ადგილი საუნივერსიტეტო განათლებაში

ც. სარაჯიშვილი

შ. რუსთაველის უნივერსიტეტი, ბათუმი, საქართველო

ჩვენს მიერ შესწავლილი იქნა უმაღლესი სკოლის პედაგოგიკისა და პედაგოგიური ფსიქოლოგიის საკითხები იმ კუთხით, რომ გარკვეული წარმოდგენა შეგვექმნა გრაფიკული დისციპლინების სწავლების მეთოდიკის თეორიული საფიძვლების შესახებ. ასეთი მიდგომის შედეგად, გრაფიკული დისციპლინების სწავლების მეთოდიკა ეყრდნობა ორ ძირითად ბაზისს: თეორიულ და ექსპერიმენტულ გამოკვლევებს, ორგანიზაციულ ფორმებსა და მეთოდებს, ერთის მხრივ, და სწავლების ფსიქოლოგიურ საფუძვლებს, მეორეს მხრივ.

ამგვარ ბაზაზე დაფუძნებული გრაფიკული დისციპლინების სწავლების მეთოდიკა მოიცავს თავად ამ მეთოდიკის განვითარების ისტორიას, გრაფიკული დისციპლინების შემეცნებით ღირებულებას და მის ადგილს სხვა სასწავლო დისციპლინათა შორის, სასწავლო-მეთოდური ხასიათის ლიტერატურის დამუშავების პრინციპებს, კადრების მომზადების ღონისძიებებს.

ჩვენს წინაშე დასმული მიზნიდან გამომდინარე, შესწავლილია უმაღლესი სკოლის პედაგოგიკისა და პედაგოგიური ფსიქოლოგიის საკითხები იმ კუთხით, რომ შევქმნათ გრაფიკული დისციპლინების სწავლების მეთოდიკის საფუძვლები. ასეთი მიდგომის შედეგად, გრაფიკული დისციპლინების სწავლების მეთოდიკა ეყრდნობა ორ ძირითად ბაზისს: ტეორიულ და ექსპერიმენტულ გამოკვლევებს,

საორგანიზაციო ფორმებსა და მეთოდებს, ერთის მხრივ, და სწავლების ფსიქოლოგიურ საფუძვლებს, მეორეს მხრივ.

განხილულია კომპიუტერული გრაფიკის სისტემები და სასწავლო პროგრამების თავისებურებანი ბათუმის უნივერსიტეტში, გაანალიზებულია საგნის პრობლემატიკა, საინჟინრო გრაფიკის მეთოდოლოგიური ასპექტები.

განხილულია რამოდენიმე გეომეტრიული ამოცანა აგებებზე, რომელთათვისაც შეიძლება შედგებილი იყოს ინციდენტობის ცხრილები და რომელთათვისაც შესაძლებელია შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფა გრაფიკული აგებებისათვის. შესწავლილი სამ და ექვს წერტილებში თანაკვეთების ტეორემები და ჩატარებულია მათთან დაკავშირებული აგებები.

აგებები ჩატარებულია სხვადასხვა ფერის წრფეების საშუალებით – მოცულობა მწვანე წრფეები, შემდგომი ნაბიჯები შავი და ყვითელი ხაზები, ხოლო საბოლოო შედეგი – წითელი ფერით. ეს ერთგავრი მეთოდური ხერხია ნახაზის უკეთ აღქმისა და გაანალიზებისათვის, აგრეთვე, ის ვიზუალი=ური დამახსოვრების უკეთეს საშუალებას იძლევა.

კომპიუტერიზაცია და ინფორმატიკის საგნები მათემატიკურ სპეციალობებზე ბათუმის უნივერსიტეტში

ც. სარაჯიშვილი

შ. რუსთაველის უნივერსიტეტი, ბათუმი, საქართველო

1991 წელს, პედაგოგიური ინსტიტუტის უნივერსიტეტად გადაკეთების შემდეგ, პედაგოგიური ინსტიტუტის პროგრამები შესაბამისობაში მოვიდა საუნივერსიტეტო პროგრამებთა. რამდენადაც უნივერსიტეტში მხოლოდ მათემატიკის კათედრა არსებობდა, ინფორმატიკის სწავლებაც წარიმართა „მათემატიკის" სპეციალობის პროგრამის შესაბამისად, ისწავლებოდა გამოთვლითი მანქანები, მინი და მიკრო-კომპიუტერები, ინფორმატიკა, დაპროგრამება, ინფორმატიკის პრაქტიკუმი. აღნიშნული კურსის დანიშნულება იყოსტუდენტებისათვის პროზრამირების ძირითადი ცნებების, სტრუქტურების, ალგორითმიზაციის საფუძვლების არსებული ელექტრონულ-გამომთვლელი მანქანების სტრუქტურისა და მათი პრაქტიკული უზრუნველყოფის, პროგრამირების რომელიმე კონკრეტული ენის გაცნობა. გათვალისწინებული იყო მანქანაზე დიალოგიურ რეჟიმში შესასრულებელი შემდეგი ლაბორატორიული სამუშაოები: ეკრანის ტექსტური რედაქტორების ათვისება, უმარტივესიამოცანების ამოხსნა დიალოგურ რეჟიმში, ეგმ-ის გამოყენება გამოყენებითი მათემატიკის ზოგიერთი ამოცანის ამოხსნისათვის. მათ შორის წრფივი და არაწრფივი განტოლების ამოხსნის რიცხვითი მეთოდები (შუაზე გაყოფის, მარტივი იტერაციის, ნიუტონი), რწფივ განტოლებათა თეორიის საკითხები, წრფივი და კვადრატული ინტერპოლების ფორმულები, ლაგრანჟის საინტერპოლაციო მრავლაწევრი, უმცირეს კვადრატთა მეთოდი, რიცხვითი ინტეგრება.

მომავალი მათემატიკოსებისათვისგანკუთვნილი პროგრამა ინფორმატიკაში ბათუმის უნივერსიტეტში განსხვავდება სხვა სპეციალობების სტუდენტებისათვის განკუთვნილი პროგრამებისაგან.

შესწავლილია კომპიუტერიზაციის პრობლემები ისტორიულ ასპექტში აჭარის რეგიონის სკოლების მაგალითზე. აღწერილია ქრონოლოგიური თანმიმდევრობით ყველა ეტაპი და სირთულე, რომელიც ხასიათდებოდა ხანგრძლივი პერიოდის განმავლობაში გასული საუკუნის 50-იანი წლებიდან მოყოლებული XX საუკუნის ბოლომდე.

მათემატიკის სწავლების შესახებ

თენგიზ ტეტუნაშვილი

ი. ვეკუას სახ. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი,
ი. ჭავჭავაძის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

ten21go@hotmail.com

ჩვენს მიერ განხილულია მათემატიკის სწავლების თანამედროვე კონცეფცია. ნაჩვენებია, რომ მათემატიკის სწავლების ნებისმიერი თანამედროვე კონცეფცია აუცილებლად უნდა გულისხმობდეს სწავლების პროცესში სიმრავლეთა თეორიის, მათემატიკური ლოგიკისა და ზოგადად დისკრეტული მათემატიკის სათანადოდ შერჩეული ელემენტების მეტი დოზითა და ინტენსივობით გაშუქებას, ვიდრე ეს ხდება ხშირ შემთხვევაში. განხილულია მათემატიკის სწავლების პროცეში არსებული ზოგიერთი ნაკლოვანება და მითითებულია მათი აღმოფხვრის გზები. ჩამოყალიბებულია კრიტერიუმები, რომლებსაც უნდა აკმაყოფილებდეს როგორც ზუსტ და საბუნებისმეტყველო, ასევე ჰუმანიტარულ მეცნიერებათა ფაკულტეტების სტუდენტებისათვის გათვალისწინებული უმაღლესი მათემატიკის თანამედროვე კურსი. მათემატიკის სხვადასხვა დარგებიდან შერჩეული მაგალითების განხილვის საფუძველზე ნაჩვენებია, მათემატიკის სწავლების პროცესში, ისეთი პრინციპებისა და მიდგომების განხორციელების მნიშვნელობა როგორებიცაა: განხილულ საკითხებთან დაკავშირებული საკვანძო მომენტების გაშუქება; შემოღებული ცნებების ლოგიკური ანალიზი და მოდელირება; თვალსაჩინოების აქცენტების წინა პლანზე წამოწევა; ანალოგიების მეთოდის გამოყენებით სხვადასხვა ტიპის მათემატიკურ ობიექტებს (სტრუქტურებს) შორის შინაგანი კავშირების ხაზგასმა და დემონსტრირება; სასწავლო მასალის მიწოდების ოპტიმალური გზების შერჩევა-შემუშავება.

ლიტერატურა

1. P.J. Cohen, Set Theory and the Continuum Hypothesis, W.A. Benjamin, INC. New York, Amsterdam, 1966.
2. Н. Бурбаки, Теория Множеств, Изд. «Мир», Москва, 1965.
3. E. Mendelson, Introduction to Mathematical Logic, D Van Nostrand Company, INC. Princeton, New Jersey, Toronto, New York, London, 1963.
4. ა.ხარაზიშვილი, მათემატიკური ესკიზები, ნაწილი I, ილია ჭავჭავაძის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი, 2007.
5. ა.ხარაზიშვილი, სიმრავლეთა თეორიის საწყისები, ნაწილი I, ილია ჭავჭავაძის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა, თბილისი, 2008.
6. A. Kharazishvili and T. Tetunashvili, Combinatorial properties of sets and Euler-Venn diagrams, Proceedings ofA. Razmadze Mathematical Institute, Volume 146 (2008), 115-119.
7. Kharazishvili and T. Tetunashvili, On some combinatorial problems concerning geometrical realizations of finite and infinite families of sets, Georgian Mathematical Journal, Volume 15 (2008), Number 4, 665-675.
8. Л. Феликс, Элементарная Математика в Современном Изложении, Изд. «Просвещение», Москва, 1967.
9. И. М. Яглом, Геометрические Преобразования, ТТ. 1-2, Изд. Технико-Теоретической Литературы, Москва, 1955-1956.
10. М.М. Постников, Аналитическая Геометрия, Изд. «Наука», Москва, 1973.
11. B.R. Gelbaum, J.M.H. Olmsted, Counterexamples in Analysis, Holden-Day, San Francisco, 1964.
12. С.В. Яблонский, Введение в Дискретную Математику, Изд. «Наука», Москва, 1979.

ქართული მათემატიკური განათლების სათავეებთან

Ფ. ᲦᲣᲠᲬᲙᲐᲘᲐ

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

არითმეტიკის I ქართული ბეჭდური სახელმძღვანელო გამოიცა 1862 წელს. ეს იყო ფოგელის არითმეტიკა, რომელიც ქართულ ენაზე გადმოაკეთეს მიხეილ ყიფიანმა და ვახტანგ თულაშვილმა.

მოგვიანებით არითმეტიკის კიდევ რამდენიმე სახელმძღვანელო გამოიცა. კერძოდ, მ. ყიფიანისა 1886 წელს, ა. ნატროშვილისა 1899 წელს და სხვა.

რაც შეეხება ალგებრას, ვასილ ყიფიანმა პირველმა შექმნა ალგებრის ფუნდამენტური კურსი ქართულ ენაზე. მის მიერ შედგენილი სახელმძღვანელო „დაწყებითი ალგებრა“ პირველად 1893 წელს ავტორისავე ხარჯით გამოიცა თბილისში. მეორედ კი გამოიცა ქუთაისში 1918 წელს. სახელმძღვანელოს შედგენა ალგებრაში მრავალ სიძნელესთან იყო დაკავშირებული. იმ ხანებში მათემატიკურ ცნებათა გამომხატველი ტერმინოლოგია თითქმის სრულიად დაუდგენელი იყო. მისი დამუშვება არსებითად პირველად ვასილ ყიფიანს ხვდა წილად. ეს სახელმძღვანელო არაფრით არ ჩამოუვარდება რევოლუციამდე გავრცელებულ ალგებრის საუკეთესო რუსულ სახელმძღვანელოებს.

1862 წელს ვ. თულაშვილიმა მ. ყიფიანთან ერთად შეადგინა და გამოსცა არითმეტიკის სახელმძღვანელო ქართულ ენაზე, ფოგელის არითმეტიკის სახელმძღვანელოს მიხედვით.

მოხსენებაში სისტემატიზირებული და ისტორიულ ასპექტშია გაანალიზებულია ქართველ პედაგოგთა ღვაწლი პირველი მათემატიკური სახელმძღვანელოების შექმნაში.

არაწრფივი სტრატეგიული მენეჯმენტის ამოცანები

ა. ᲩᲮᲐᲠᲢᲘᲨᲕᲘᲚᲘ

S. rusTavelis universiteti, baTumi, saqarTvelo

სტრატეგია არის ომისა და მშვიდობის დროს სამხედრო, პოლიტიკური, ეკონომიკური და ფსიქოლოგიური ძალების განვითარებისა და გამოყენების ხელოვნება, მეცნიერება, რომელიც გამოიყენება გამარჯვების სასურველი შედეგების მიღების და დამარცხების ალბათობია შემცირებისათვის.

ზემოაღნიშნულიდან ბიზნესის სტრატეგია შეიძლება წარმოვიდგინოთ როგორც გარე გარემოს ცვლილებებზე ორგანიზაციის მიერ წინასწარ დაგეგმილი რეაქცია, მის მიერ ამორჩეული მოქმედების მიმართულება (წრფე, ხაზი), სასურველი შედეგების მისაღწევად. შესაბამისად სტატეგიული დაგეგმვის ამოცანები მეტწილად მათემატიკური მოდელირების ამოცანებზე დადის.

მრავალი საუკუნის წინ უძველეს ჩინეთში ფილოსოფოსთა, პოლიტიკოსთა და სამხედრო საქმის მოაზროვნეთა მიერ გამომუშავებული და სისტემაში იყო მოყვანილი ამა თუ იმ ვითარებაში მოქმედების *36 სტრატაგემა* (ინტრიგის პრინციპი), რომლებიც წარმოადგენენ კონკრეტულ ვითარებაში ტყუილის, ეშმაკობის სხვადასხვა ხერხის, ხრიკისა და ფანდის გამოყენების პრაქტიკულ რეკომენდაციებს.

ჩინური სტრატაგემების მთავარი პრინციპი იმასი მდგომარეობს , რომ მინამალური საშუალებებით (დანახარჯებით) მიაღწიო დასახულ მიზანს.

სტრტაგემათა მრავალი პრინციპი დაედო საფუძვლად არაწრფივ მოქმედებებს და აქტიურად იყო გამოყენებული წარსულსი ჩინელი მხედართმთავრების მიერ.

არაწრფივ მოქმედებათა სტრატეგიის განვითარებაში განსაკუთრებით მნიშვნელოვანი წვლილი შეიტანა ძველი ჩინეთის განთქმულმა სტრატეგმა და მხედართმთავარმა სუ ძიმ (სუ ძი "ომის ხელოვნება", თბილისი, 2007).

ტერმინი სტრატეგიული მართვა ბიზნესში გასული საუკუნის 60-70 წლებიდან შემოვიდა. თანამედროვე მეწარმეს გააჩნია ბიზნეს-სტრატეგიის მთელი არსენალი. მათ შორის

1. ორგანიზაციის განვითარების სტრატეგია,

2. მარკეტინგის სტრატეგია,

3. კონკურენციის სტრატეგია,

4. მართვის (ხელმძღვანელობის სტრატეგია, პერსონალის მართვა) სტრატეგია და სხვა.

ამა თუ სტრატეგიის გამოყენება იმის გათვალიწინებით ხდება, თუ რა მდგომარეობაა, ან რა ცვლილებებს შეიძლება ველოდოთ ქვეყანაში (პოლიტიკური, ეკონომიკური, ფინანსური) და რა გავლენას მოახდენს იგი ბაზრის სტაბილურობასა და კონკურენციის გარემოზე.

ასეთ ვითარებაში ბიზნეს-სტრატეგიის წრფივი მეთოდებით (წრფივად) გამოყენება ყოველთვის როდი მოიტანს წარმატებას. ვითარება განსაკუთრებით კი მაშინ რთულდება, როცა კონკურენტი თვით იყენებს არაწრფივ სტრატეგიას.

არაწრფივი სტრატეგიის არსი იმაში მდგომარეობს, რომ ისე მიაღწიო მიზანს, რომ უშუალოდ არ შეეხო კონკურენტს (მოწინააღმდეგეს, მტერს), ანუ ღია კონფრონტაციის გარეშე, შემოვლით არაწრფივი მანევრით განახორციელო დასახული მიზანი. ზოგჯერ არაწრფივ სტრტეგიას განმარტავენ როგორც ეფექტური გამარჯვება მცირე ძალებით; ან კიდევ გამარჯვება ბრძოლის გარეშე.

მოხსენებაში მოყვანილი და გაანალიზებული იქნება სტრატეგიული მენეჯმენტისა და დაგეგმვის ზოგიერთი არაწრფივი მათემატიკური მოდელი.

მუსიკალური ტექსტის კვლევა სანოტო წყვილების საშუალებით

ე. ჩხარტიშვილი

შ. რუსთაველის უნივერსიტეტი,

ბათუმი, საქართველო

მუსიკალური ნაწარმოების სტრუქტურული მოდელი წარმოადგენს დინამიკურ სისტემათა კერძო სახეს, ამიტომ მისი განვითარების პროცესები შეიძლება დადგინდეს სინერგეტიკის, ფრაქტალებისა და ქაოსის თეორიის მეთოდებით. ამ მეთოდების ანალიზი, შესაბამისი მათემატიკური და პროგრამული საშუალებები, აგრეთვე, მათი გამოყენების ხერხები მუსიკალური ნაწარმოების ძირითადი პარამეტრების გამოსათვლელად წარმოადგენს კვლევის საგანს.

კომპიუტერული პროგრამა იკვლევს წინასწარ ფაილში შენახულ მუსიკალურ ტექსტში სანოტოწყვილების (დო-დო), დო-რე, დო-მი, ..., სი-ლა, სი-სი) სიხშირეს. ასეთი წყვილი სულ არის 49. გასათვალისწინებელია ერთი გარემოება, რომ მუსიკალური ტექსტი გადაყვანილი იქნეს ერთ გამაში და ფაილში შეყვანილი

იქნეს ნოტები და მისი შესაბამისი რიცხვითი ანალოგებით: დო – 1, რე – 2, მი – 3, დფა – 4, სოლ – 5, ლა – 6, სი – 7. შემდეგ პროგრამა თვლის აღნიშნული წყვილების სიხშირეებს.

ჯუზეპე ვერდის, მოცარტისა და ბოროდინის შემოთავაზებულ ნაწარმოებეში უფრო გამოიკვეთა უპირატესი სანოტო წყვილები, ვიდრე ზაქარია ფალიაშვილის შემოქმედებაში, ხოლო ქართულ ხალხურ შემოქმედებაში ეს ტენდენცია ნაკლებია. შესაძლებელია, სწორედ ეს იყოს ერთ-ერთი განმსაზღვრელი პარამეტრი კომპოზიტორის სტილის, დახვეწილი გემოვნებისა და ტალანტისა.

მიმდევრობათა გარდაქმნები და მათი სწავლება ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის პირველ კურსზე

ლ. ციბაძე, გ. ბერძულიშვილი

ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო

როგორც ვიცით ყოველი კრებადი მიმდევრობა შემოსაზღვრულია. მაგრამ შებრუნებული წინადადება საზოგადოდ ჭეშმარიტი არ არის. ასე მაგალითად მიმდევრობა, რომლის ზოგადი წევრი $x_n = (-1)^n$ შემოსაზღვრულია, ვინაიდან $|x_n| = 1$, მაგრამ ის კრებადი არ არის. ამ მაგალითიდან სჩანს, რომ საკმაოდ მარტივი შემოსაზღვრული მიმდევრობებიც კი არ არიან კრებადი. ამიტომ ბუნებრივია ისმის კითხვა, ხომ არ შეიძლება განვაზოგადოთ კრებადობის ცნება ისეთნაირად, რომ შემოსაზღვრული მიმდევრობათა რაც შეიძლება ფართე კლასს მიენიჭოს გარკვეული ზღვარი. სწორედ ამ საკითხის ნაწილობრივ გადაწყვეტას ემსახურება ჩვენი მოხსენება.

ნაშრომში მოყვანილი არის ტეპლიცის ერთი თეორემა, რომელიც ეხება მიმდევრობათა ისეთ გარდაქმნებს, რომლებიც ინარჩუნებენ კრებადობას. ამ თეორემიდან, როგორც კერძო შემთხვევა მიიღება კრებადობის ჩეზაროს (საშუალო არითმეტიკულების) მეთოდი და ამ მეთოდით ნაჩვენებია, რომ კრებადია არა მარტო ჩვეულებრივი აზრით კრებადი მიმდევრობები, არამედ ჩვეულებრივი აზრით განშლადი მიმდევრობებიც კი. იმისათვის, რომ მათემათემატიკის სპეციალობის სტუდენტებს ნათელი წარმოდგენა შეექმნათ განშლად და კრებად მიმდევრობებზე, უმჯობესია მოხდეს ამ მეთოდის სწავლება.

ტეპლიცის ზემოთ მოყვანილი თეორემიდან გამომდინარეობს აგრეთვე, როგორც კერძო შემთხვევა, შტოლცის ცნობილი თეორემა. ნაშრომში განხილულია უმაღლეს კურსში შემოთავაზებული სტანდარტული სქემა, რომლის მიხედვითაც ხორციელდება მიმდევრობის ზღვართა გამოთვლა. პარალელურად ჩვენს მიერ გარჩეულია იმავე ამოცანებისათვის ამოხსნის არასტანდარტული ხერხი. კერძოდ, შტოლცის თეორემის გამოყენებით ვაჩვენეთ, რომ მიმდევრობის ზღვართა გამოთვლა გაცილებით ადვილია და უფრო ნაკლებ დროს მოითხოვს, ამიტომ დღის წესრიგში დგება მიმდევრობის ზღვართა გამოთვლის არასტანდარტული ხერხების გამოყენების აუცილებლობა.

მომავალ პროგრამისტებზე ორიენტირებული დისკრეტული მათემატიკის კურსის სპეციფიკის შესახებ

მარინა ხარაზიშვილი

ი. ჭავჭავაძის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

kharaz777@gmail.com

როგორც ცნობილია, დისკრეტული მათემატიკა არის თანამედროვე მათემატიკის ის დარგი, რომელიც სხვადასხვა ტიპის დისკრეტულ სტრუქტურებს შეისწავლის. ეს სტრუქტურები ბუნებრივად წარმოიშვება როგორც საკუთრივ მათემატიკაში, ასევე მის ფარგლებს გარეთ. აღსანიშნავია, რომ სულ უფრო და უფრო იზრდება დისკრეტული მათემატიკის გამოყენების შესაძლებლობა მეცნიერებისა და ტექნიკის მრავალ დარგში, აგრეთვე ეკონომიკურ და სოციალურ სფეროებში. ჩვეულებისამებრ, დისკრეტული მათემატიკის საკითხები შეისწავლება უმაღლესი სკოლის ცალკეულ მათემატიკურ საგნებში, რომელთა შორის შეგვიძლია დავასახელოთ მათემატიკურიი ლოგიკა, გრაფთა თეორია, კომბინატორიკის ელემენტები, თამაშთა თეორია და ა.შ. დაპროგრამების კურსებში კი განიხილება დისკრეტული სტრუქტურების შესაბამისი ალგორითმები და მათი რეალიზაციები დაპროგრამების ენებზე. პრაქტიკამ გვიჩვენა, რომ ალგორითმების დამუშავების საკითხები სტუდენტებში გარკვეულ სიძნელეებს იწვევს. აქედან გამომდინარე, გადავწყვიტეთ ამ დისციპლინის სპეციალური კურსის შექმნა, რომელიც სწორედ მომავალ პროგრამისტებზე არის ორიენტირებული. მეცადინეობების ჩატარების ფორმები სტანდარტული დარჩა: ლექციები, სემინარები და ინტენსიური კომპიუტერული პრაქტიკუმები. ბუნებრივია, ამ კურსის გავლისას დიდი ყურადღება დაეთმო სტუდენტთა დამოუკიდებელ მუშაობას. კურსის მიზანია სტუდენტებს გააცნოს დისკრეტული მათემატიკის ფუნდამენტური ცნებები და კონცეფციები, რომლებიც ფართოდ გამოიყენება თანამედროვე კომპიუტერულ მეცნიერებებში. კურსი შეიცავს მასალას ლოგიკური ფუნქციების, რეკურენტული განსაზღვრებების, გრაფებისა და ინფორმაციის კოდირების შესახებ. წარმოდგენილი თემების მიზანია სტუდენტებს შეასწავლოს შემდეგი საკითხები: ლოგიკური ფუნქციების გამოყენება დაპროგრამების ენებში და ინფორმაციულ სისტემებში; რეკურსიული ალგორითმების რეალიზაცია დაპროგრამების ენაზე; თვითმსგავსი ფიგურების (ფრაქტალების) გაცნობა და მათი კავშირის დადგენა რეკურსიულ განსაზღვრებთან; რეკურსიული ტიპის ფიგურების აგების მეთოდები; კონკრეტული პრაქტიკული ამოცანების განხილვა, რომლებიც გრაფთა თეორიის საშუალებით იხსნება, და სხვ. ამიტომ, სასწავლო მასალის ასათვისებლად, აუცილებელია დაპროგრამების ცოდნის გარკვეული დონე. კერძოდ, იგულისხმება, რომ სტუდენტებს გავლილი აქვთ დაპროგრამების ენის რომელიმე კურსი და აქვთ კომპიუტერული პროგრამების შედგენის გარკვეული უნარი.

ინფორმაცია საქართველოდან საზღვარგარეთ მოღვაწე მათემატიკოსებზე

ონისე სურმანიძე

შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

მეოცე საუკუნის დასაწყისში, ნიჭიერი ახალგაზრდობა, ცოდნის შესაძენად და მეცნიერების დასაუფლებლად საზღვარგარეთ (განსაკუთრებით ლენინგრადსა და მოსკოვში) მიემგზავრებოდნენ. იქ ისინი წარმატებით ეუფლებოდნენ უმაღლესი სკოლის პროგრამას, მეცნიერებას და საქართველოში ბრუნდებოდნენ, რითაც ხელს უწყობდნენ ადგილზე მათემატიკის განვითარებას. ასე შეიქმნა ქართული მათემატიკური სკოლა ნიკო მუსხელიშვილის მეთაურობით და წარმატებით განვითარდა ისეთი დარგები, როგორიცაა: მათემატიკური ანალიზი, ტოპოლოგია და ალგებრა.

თუ მე-20 საუკუნის დასაწყისში საქართველოდან ნიჭიერი ახალგაზრდობა უცხოეთში ცოდნას იღებდა და უკან ბრუნდებოდა სამშობლოში, 21-ე საუკუნის დასაწყისისათვის კი საქართველოში გამოწრთობილი, როგორც პედაგოგიური ისე მეცნიერული თვალსაზრისით, ნიჭიერი ახალგაზრდობა, უკვე საქვეყნოდ ცნობილი მეცნიერები, მიემგზავრებიან უცხოეთში და მთელ თავიანთ ცოდნასა და გამოცდილებას ახმარენ იქაურ სტუდენტ ახალგაზრდობას.

წინამდებარე ჩვენი ნაშრომის მიზანია, მკითხველს გავაცნოთ ასეთი მათემატიკოსები. ბევრ მათგანზე ინფორმაციის მოპოვება სრულყოფილად ვერ ხერხდება, ზოგიც კი, ჩვენგან დამოუკიდებლად, ადვილად შესაძლებელია ვერ მოხდა ჩვენს ჩამონათვალში, რისთვისაც თვითოეულ მათგანს ვთხოვთ პატიებას.

დაწყებითი სკოლის პირველ კლასში მათემატიკის გაკვეთილზე დიდაქტიკური თამაშების გამოყენების მეთოდიკა

შოთა მახარაძე, თეონა კაკაბაძე

შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

სწავლების პროცესში ეფექტური სწავლება პირდაპირ კავშირშია მოსწავლეთა აქტიურობასთან სწავლების ეფექტური მეთოდების ძიებისათვის კი განსაკუთრებული მუშაობაა საჭირო. სწორედ ამიტომ დაწყებითი სკოლის პირველ კლასში მათემატიკის გაკვეთილებზე მეთოდიკურ თამაშების გამოყენება განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს.

„თამაში ის უზარმაზარი ნათელი ფანჯარაა, რომლიდანაც ბავშვის სულიერ სამყაროში გარემომცველი სამყაროს შესახებ შემეცნების სასიცოცხლო ნაკადი შემოედინება. თამაში ის ნაპერწკალია, რომელიც ცნობისმოყვარეობისა და აღქმის ცეცხლს ანთებს'' (ვ. სუხომლინსკი), ხოლო ელკონინი თავის ნაშრომში „თამაშების ფსიქოლოგია'' წერს, რომ „თამაშში წარმოიშობა მოტივაციის ახალი ფსიქოლოგიური ფორმა''. საზოგადოდ კი თამაში სასწავლო პროცესს საინტერესოს და შინაარსიანს ხდის. მიღებული ცოდნა ადვილად აღსაქმელი ხდება, ვითარდება წერისა და კითხვის უნარები, ყურადღება ექცევა აზროვნების განვითარებას.

ნაშრომის მიზანია დაწყებითი სკოლის პირველ კლასში მათემატიკის გაკვეთილზე დიდაქტიკური თამაშების გამოყენების მეთოდიკის ეფექტურობის განსაზღვრა.

ნაშრომის ამოცანაა შევისწავლოთ მათემატიკის გაკვეთილზე პირველ კლასში: დიდაქტიკური თამაშის სახეები, მათი ჩატარების ფსიქო-პედაგოგიური თავისებურებები; მასწავლებლისა და ბავშვის ურთიერთობა დიდაქტიკური თამაშების დროს; დიდაქტიკური თამაშების გამოყენების თავისებურებანი ახალი მასალის ახსნის, მიღებული ცოდნის გამყარების და განზოგადების დროს. განხილულია პირველი კლასის მათემატიკის გაკვეთილის სანიმუშო გეგმა-კონსპექტი დიდაქტიკური თამაშების გამოყენებით.

კვლევის ობიექტია მათემატიკის სწავლების პროცესი პირველ კლასში.

კვლევის საგანია დაწყებითი სკოლის პირველ კლასში მათემატიკის გაკვეთილზე მასწავლებლის მიერ დიდაქტიკური თამაშების გამოყენების მეთოდების, ხერხების და საშუალებების ერთობლიობა, ვინაიდან სკოლამდელი და დაბალი კლასის ბავშვების ცხოვრებაში თამაშს განსაკუთრებული როლი აქვს. „თამაში არის ბავშვობის სასიცოცხლო ლაბორატორია, რომელიც ახალგაზრდა სიცოცხლეს იმ ატმოსფეროს და არომატს აძლევს, რომლის გარეშეც ბავშვობის ხანა კაცობრიობისათვის უაზრობა იქნებოდა'' (შაცკი). სპეციალურად დამუშავებული თამაშები - საზრიანი ცხოვრების ჯანსაღი ბირთვია. იგი ცხოვრების განსაკუთრებული ფორმაა, რომელიც გამოიმუშავა ან შექმნა საზოგადოებამ, რათა ბავშვთა განვითარება ვმართოთ. იგი გონებრივი და სულიერი აღზრდის უმთავრესი საზრდოა, რომელიც ბავშვებს არასასიამოვნო და აკრძალულ ემოციებს უხსნის. დიდაქტიკური თამაშების უპირატესობა მის სტრუქტურაშია, რომელიც სხვა თამაშებთან შედარებით მდგრადია. მისი სტრუქტურული კომპონენტებია: თამაშის ჩანაფიქრი, თამაშის მოქმედება და წესები. თამაშის ყველა სტრუქტურული ელემენტი ურთიერთდაკავშირებულია და თუ ერთ-ერთი მათგანი გამოირიცხა, თამაშის დიდაქტიკური როლი იშლება.

რიცხვითი მეთოდები და მეცნიერული გამოთვლები

NUMERICAL ANALYSIS AND SCIENTIFIC COMPUTING

Spectral Approximation for Multilayer Prismatic Shell in the Theory of Elastic Mixtures

GIA AVALISHVILI*, MARIAM AVALISHVILI, AND DAVID GORDEZIANI

School of Mathematics, University of Georgia, Tbilisi, Georgia

g_a_avalishvili@yahoo.com, mavalish@yahoo.com

Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

dgord37@hotmail.com

Mathematical modeling and numerical simulation of stress-strain state of continuum with complicated internal structure is one of the rapidly developing directions in the mechanics of continuum and scientific computing. The theoretical principles for studying the mechanics of mixtures were formulated by C. Truesdell and R. Toupin. Further, various mathematical models of elastic mixtures were suggested by A.E. Green, P.M. Naghdi, T.R. Steel and others. The investigation of mixtures is important not only from theoretical, but also from practical point of view, as most astrophysical, geological and biological structures are mixtures with two or more constituents. The mixtures are widely used in industry, aerospace and other areas of technology.

Construction and implementation of algorithms of numerical solutions of three-dimensional boundary and initial-boundary value problems in the theory of elasticity and especially in the theory of elastic mixtures is rather complicated problem. Therefore, it is important to develop methods of approximation of the original problems defined on three-dimensional domains by problems posed over two-dimensional or one-dimensional space domains. Spectral methods are widely used for construction algorithms of reduction of dimension of space domain for various problems of mathematical physics. One of the methods of this type was proposed by I. Vekua for linearly elastic prismatic shells. The investigations of I. Vekua's reduction method first were carried out by D. Gordeziani. Namely, for static boundary value problems the well-posedness of the reduced two-dimensional problems for elastic shells in Sobolev spaces was investigated and the rate of approximation of the exact solution of the three-dimensional problem by the vector-functions restored from the solutions of the reduced problems in the spaces of classical smooth enough functions was estimated. Later on, various two-dimensional and one-dimensional models of elastic plates, shells and beams were constructed and investigated applying I. Vekua's reduction method and its generalizations.

In this paper, we consider a linear dynamical model of a multicomponent nonhomogeneous elastic mixture, which is a generalization of the well-known linear models. Applying variational approach, we study the initial-boundary value problem for multilayer prismatic shell in suitable Sobolev spaces. For various boundary conditions along the upper and the lower faces of prismatic shell, we construct algorithms of spectral approximation of three-dimensional dynamical problems by sequences of two-dimensional problems and study the well-posedness of the obtained initial-boundary value problems. Moreover, we investigate the relation between constructed two-dimensional and original three-dimensional problems. We establish pointwise convergence, as order of the approximation tends to the infinity, with respect to the time variable of the sequence of vector-functions of three space variables restored from the solutions of the reduced two-dimensional problems to the solution of the original problem in corresponding spaces and under additional conditions we obtain estimates of the rate of convergence, which depend on the order of approximation and maximum thickness of the layers of multilayer prismatic shell. Consequently, applying introduced spectral approximation algorithm for fixed order of the two-dimensional problem it is possible to tend the thickness of the layers to zero and obtain better approximations of the original three-dimensional initial-boundary value problem, than in the case of I. Vekua dimensional reduction method.

On One Averaged Integro-Differential Parabolic Equation

MAIA APTSIAURI

Ilia Chavchavadze State University,
Tbilisi, Georgia

maiaptsiauri@yahoo.com

In the work by D.Gordeziani, T.Dzhangveladze and T.Korshia (1983) the process of penetration of a magnetic field into a substance is modeled by the system of nonlinear integro-differential equations scalar and onedimensional analogue of which has the following form:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[a\left(\int_0^t \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 d\tau\right)\frac{\partial U}{\partial x}\right], \tag{1}$$

where the function $a = a(S)$ is defined for $S \in [0, \infty)$.

In 1990 Laptev proposed some generalization of the equation of type (1) and received the equation

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a\left(\int_0^t \int_0^1 \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 dx d\tau\right)\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \tag{2}$$

which named the average model.

Our purpose is to study the asymptotic behavior of solutions and finite difference schemes for the equation (2). In particular, our objective is to give large-time asymptotic of the solutions of the initial-boundary value problem with homogeneous as well as nonhomogeneous Dirichlet boundary conditions for the equation (2). We consider case $a(S) = (1 + S)^p$, $0 < p \leq 2$. Qualitative and structural properties of the solutions of initial-boundary value problems, construction and investigation of discrete analogues for equations (1) and (2) as well as the same questions for appropriate systems were investigated by T.Jangveladze and Z.Kiguradze.

Theoretical researches made earlier, show difference between asymptotic behavior of the solutions for homogeneous and nonhomogeneous boundary conditions. In particular stabilization of solution for homogeneous boundary conditions has the exponential while stabilization of solution for nonhomogeneous boundary conditions – polynomial character. Recently, numerical experiments show that stabilization in both case has the same character. This circumstance dictated to continue theoretical researches and get exponential stabilization for nonhomogeneous boundary conditions too.

The Solution of Nonlocal Problems with Integrated Boundary Conditions for Some Problems of Mathematical Physics

DAVID GORDEZIANI, TINATIN DAVITASHVILI*,

HAMLET MELADZE AND NUGZAR SKHIRTLADZE

[1]Department of Mathematics, Faculty of Exact and Natural Sciences,

Iv.Javakhishvili Tbilisi state University, Tbilisi, Georgia

dgord37@hotmail.com

[2]Department of Computer Sciences, Faculty of Exact and Natural Sciences,

Iv.Javakhishvili Tbilisi state University, Tbilisi, Georgia

t_davitashvili@hotmail.com

[3]Department of Computer Sciences, St. Andrew the First Called Georgian University,

Tbilisi, Georgia

h_meladze@hotmail.com

[4]Caucasus University, Tbilisi, Georgia

nskhirtladze@cu.edu.ge

The following nonlocal problem is considered:

$$Lu \equiv -\sum_{i=0}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_i(x_0,x)\frac{\partial u}{\partial x_i}\right) + a(x_0,x)u = f(x_0,x), \tag{1}$$

$$\bar{x} \equiv (x_0,x), \quad x=(x_1,\dots,x_n)\in D, \quad \bar{x}\in\Omega=(a,b)\times D,$$

$$\left(\underline{\xi}-a\right)^{-1}\int_a^{\underline{\xi}} u(\mu,x)d\mu = \varphi_1(x), \quad x=(x_1,\dots,x_n)\in D, \tag{2}$$

$$\left(b-\bar{\xi}\right)^{-1}\int_{\bar{\xi}}^{b} u(\mu,x)d\mu = \varphi_2(x), \quad x=(x_1,\dots,x_n)\in D, \tag{3}$$

$$l\, u(x_0,x)=\varphi(x_0,x), \quad x_0\in[a,b]\times\Gamma, \tag{4}$$

where $a<\underline{\xi}<\bar{\xi}<b$, $f(x_0,x)$, $\varphi_1(x)$, $\varphi_1(x)$, $\varphi(x_0,x)$ – are given, sufficiently smooth functions in its range of definition, D – n-dimensional area with border Γ ($\overline{D}=D\bigcup\Gamma$), limited by Lyapunov's pieces-smooth surface, $a_i(x_0,x)\ge\alpha_i=const>0$ $\left(i=\overline{0,n}\right)$, $a(x_0,x)\ge 0$, $a,b=const>0$; l – one of variants of the classical boundary operator.

In the certain conditions, imposed on $a_i(x_0,x)$, $a(x_0,x)$ $\left(i=\overline{0,n}\right)$, on average boundary values $\varphi_1(x)$, $\varphi_1(x)$, on value $\varphi(x_0,x)$ – classical boundary condition, it is investigated a task in view correctness (solution existence, uniqueness and other properties), is studied also the discretization of stated nonlocal problem. Research is based on some generalizations of Green formulas and the certain equalities, received on the basis of this generalization.

The research technique is easy for transferring on a case of non-stationary equations.

საქართველოს აკვატორიის შავი ზღვის სანაპირო ზოლში მავნე ნივთიერებათა გავრცელების რიცხვითი მოდელირება

Თ. ᲓᲐᲕᲘᲗᲐᲨᲕᲘᲚᲘ[1*], Დ. ᲓᲔᲛᲔᲢᲠᲐᲨᲕᲘᲚᲘ[2], Თ. ᲘᲛᲜᲐᲫᲔ[2], Ნ. ᲑᲔᲒᲐᲚᲘᲨᲕᲘᲚᲘ[2]

[1]ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი.ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

tedavitashvili@gmail.com

[2]საქართველოს ჰიდრომეტეოროლოგიის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

nb@gw.acnet.ge

მოცემულ ნაშრომში განხილულია შავ ზღვაში ავარიულად დაღვრილი ნავთობის გავრცელების მათემატიკური ორგანზომილებიანი მოდელი. შესრულებულია რიცხვითი გათვლები. ზღვაში ავარიული ჩაღვრების მოდელირებისათვის გამოყენებულია სამი სცენარი: პირველი – წერტილოვანი დაღვრა, რომელიც მოთავსებულია 2,5კმ მანძილზე ბათუმის პორტის მახლობლად; მეორე წრფივი დაღვრა – 10კმ-იან ქობულეთი-მახინჯაურის სარკინიგზო მონაკვეთის პარალელურად, სადაც სატვირთო შემადგენლობა მოძრაობს ფაქტიურად სანაპირო ზოლის გასწვრივ; მესამე სცენარით შესწავლილია ზღვაში ავარიული ჩაღვრები მდ. სუფსის მახლობლად, სადაც ავარიულად დაღვრილი ნავთობი აღწევს მდინარის ნაპირს. მოცემულია რიცხვითი გათვლების შედეგები.

საქართველოს ტერიტორიაზე კლიმატის ცვლილების ზოგიერთ ანომალიათა გამოკვლევა მათემატიკური მოდელირებით

Თ. ᲓᲐᲕᲘᲗᲐᲨᲕᲘᲚᲘ*, Მ.ᲨᲐᲠᲘᲫᲐᲫᲔ

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი.ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი. საქართველო

tedavitashvili@gmail.com

ამ ნაშრომში შეისწავლება რეგიონალური კლიმატის ცვლილების ზოგიერთი თავისებურებები სტატისტიკური მეთოდებისა და მათემატიკური მოდელირებით. კერძოდ მათემატიკური მოდელირებით შეისწავლება კლიმატის აცივების ეფექტი დასავლეთ საქართველოში. რიცხვითი ექსპერიმენტებით შესწავლილია შავი ძრვისა და ლიხის ქედის გავლენა ატმოსფეროს ცირკულაციზე დასავლეთ საქართველოს ტერიტორიაზე. ასევე შეისწავლება კლიმატის დათბობა აღმოსავლეთ საქართველოში გაუდაობნების პროცესის შეფასების მიზნით. გაუდაობნების პროცესის ხელშემწყობი პროცესების შეფასების მიზნით შესწავლილია მიწის ზედაპირის ტემპერატურისა და ნალექების ურთიერთ კავშირი. მოცემულია გაუდაობნების პროცესის შემამსუბუქებელი ღონისძიებების ნუსხა. მოცემულია გაუდაბნოების თერმოდინამიკური მათემატიკური მოდელი და მიწის ზედაპირული ფენის აღდგენის ღონისძიებები.

SEE-GRID ელექტრონული ინფრასტრუქტურის გამოყენება რეგიონალური ჰიდრომეტეოროლოგიური ამოცანების მოდელირებისა და პროგნოზირების მიზნით

თ.დავითაშვილი[1], რ.ქვათაძე[3], ნ.კუტალაძე[2], გ.მიკუჩაძე[2] , გ.კობიაშვილი[3]

[1]ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ი.ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

tedavitashvili@gmail.com

[2]საქართველოს ჰიდრომეტეოროლოგიის დეპარტამენტი, თბილისი, საქართველო

nb@gw.acnet.ge

[3]საქართველოს სამეცნიერო-საგანმანათლებლო კომპიუტერული ქსელების ასოციაცია, თბილისი, საქართველო

ramaz@grena.ge

თანამედროვე ამინდის საპროგნოზო ოპერატიული რიცხვითი მოდელები საპროგნოზო მახასიათებლების გაუმჯობესების მიზნით მოითხოვენ უკეთესი რიცხვითი სქემების შემუშავებას, ფიზიკური პროცესების უფრო რეალისტურ პარამეტრიზაციას, სატელიტური და მეტეოროლოგიური სადგურებიდან მიღებული ინფორმაციის სივრცულ-დროითი მწკრივებად მოწესრიგებას, დამუშავებასა და ინიციალიზაციას, ეფექტურ საინტეგრაციო მეთოდებს, მიღებული შედეგების ვიზუალიზაციასა და გაანალიზებული ინფორმაციის მომხმარებელთან მიტანას. ამგვარად თანამედროვე ატმოსფეროს სამოდელო და საპროგნოზო მოდელები მანიპულირებენ უზარმაზარ მონაცემთა ბაზებთან და აწარმოებენ კომპლექსურ გათვლებს სუპერკომპიუტერების დახმარებით, რომელიც მოითხოვს ოპტიმალურ ტექნოლოგიებს პარალელური სათვლელ პროცესორების დახმარებით. ამჟამად განვითარებულ ქვეყნებში ამინდის საპროგნოზოდ გამოიყენება მასიური პარალელური სტრუქტურები (როგორიცაა სუპერკომპიუტერი CRAY) რამოდენიმე მილიონიანი პარალელურად მომუშავე პროცესორებით.

ჩვენს მიერ ამინდის საპროგნოზო ოპერატიული რიცხვითი მოდელი (WRF-ARW) შევიმუშავეთ კავკასიის ტერიტორიისათვის. კერძოდ მოდელში გავითვალისწინეთ კავკასიის რელიეფი, ნიადაგების ტიპები, მათი მოსილობა, ნიადაგების ღრმა ფენების ტემპერატურა, მცენარეული საფარის სეზონური ცვლილება, ალბედო და სხვა. ასევე მოხდა WRF-ARW მოდელის SEE-GRID მასიური პარალელური სტრუქტურების მქონე სუპერკომპიუტერში პორტირება Linux-x86-ის პლატფორმით. WRF-ARW მოდელში გამოიყენებულ იქნა ერთმანეთში ჩადგმული მოძრავი ბადეები ჰორიზონტალური ბადის ბიჯებით 50კმ, 15კმ, 5კმ, რომლებიც შესაბამისად ფარავდნენ კავკასიისა და საქართველოს ტერიტორიებს. შესრულდა რიცხვითი გათვლები. თვლის შედეგებმა აჩვენეს, რომ 5კმ-იანი ბადით შესაძლებელი იყო მთა-ხეობათა ცირკულაციის ზოგიერთ თავისებურებათა დაჭერა.

Numerical Methods for Solving Some Optimization Problems of Resilience Theory

D. DEVADZE

Sh. Rustaveli University, Batumi

The paper deals with the problem of optimal control for simple linear differential equations of the second order with the Bitsadze-Samarski [1,4]boundary condition. Necessary conditions of optimality are received in the form of principle of maximum. Conjugated equations are constructed in the differential and integral form [2].

Using necessary and sufficient condition of optimality, the solution of a linear problem of optimal control is led to the solution of equivalent system of the differential equations. For receiving the numerical solution of the problem, difference scheme on convergence in a class of functions, which have absolutely continuous first products, is constructed and investigated [2,3].

For numerical realization, on the basis of necessary and sufficient conditions of optimality, the algorithm for solution of linear problem of optimal control is suggested. There are given the numerical experiments on modelling problems. Results of the account are resulted in the form of tables and schedules.

Literature

1. Бицадзе А.В., Самарский А.А. О некоторых простейших обобщениях эллиптических задач. Докл. АН СССР. 1969, Т.185, №2.

2. Меладзе Г.В., Цуцунава Т.С., Девадзе Д.Ш. Задача оптимального управления для квазилинейных дифференциальных уравнений первого порядка на плоскости с нелокальными краевыми условиями. ТГУ, Тбилиси, 1987. Деп. в Груз. НИИНТИ, 25.12.87, №372, Г87.

3. Девадзе Д.Ш. Об одной задаче оптимального управления для трехточечных нелинейных задач и исследование сходимости метода численного решения. Труды ТГУ, 1987, Т. 23.

4. Гордезиани Д. Г. О методах решения одного класса нелокальных краевых задач. Изд. ТГУ, ИПМ им. И. Н. Векуа, Тбилиси, 1981.

შეშფოთების თეორიის ალტერნატიული მეთოდის რიცხვითი რეალიზაციის შესახებ ზოგიერთი წრფივი ოპერატორული განტოლებისთვის

ᲗᲐᲛᲐᲖ ᲕᲐᲨᲐᲥᲛᲐᲫᲔ, ᲐᲠᲩᲘᲚ ᲞᲐᲞᲣᲙᲐᲨᲕᲘᲚᲘ ᲓᲐ ᲒᲔᲚᲐ ᲛᲐᲜᲔᲚᲘᲫᲔ

თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

tamazvashakmadze@yahoo.com

apapukashvili@rambler.ru

თბილისის 199-ე საჯარო სკოლა-პანსიონი “კომაროვი”, თბილისი, საქართველო

gelamanelidze@gmail.com

შეშფოთების თეორიის (პუანკარე-ლიაპუნოვის მცირე პარამეტრის მეთოდის) ალტერნატიული მეთოდი განვითარებულია პროფ. თ. ვაშაყმაძის მიერ [1] და ეფუძნება ასიმპტოტური მწკრივის ნაცვლად საძიებელი ვექტორის ორთოგონალური მწკრივებით წარმოდგენებს მცირე პარამეტრის მიმართ. მიიღება სპეციალური სტრუქტურის სამწერტილოვან ოპერატორულ განტოლებათა სისტემა, რომლის ამოსახსნელად ვიყენებთ გარკვეულ რეგულარულ მეთოდს [1],[2].

ვთქვათ მოცემულია არაერთგვაროვანი ოპერატორული განტოლება

$$Lu + \varepsilon Mu = f, \tag{1}$$

სადაც L, M წრფივი ოპერატორებია რაიმე ნორმირებულ სივრცეში, ამასთან არსებობენ L^{-1} და $(L+\varepsilon M)^{-1}$ შებრუნებული ოპერატორები, მცირე პარამეტრი $\varepsilon \epsilon [-1; +1]$

$u(x)$ ამონახსნი წარმოვადგინოთ ფურიე-ლეჟანდრის შემდეგი მწკრივით

$$u(x) = \gamma \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k v_k(x) + (1-\gamma) \sum_{k=o}^{\infty} P_k(\varepsilon) w_k(x) \tag{2}$$

სადაც $\{P_k(\varepsilon)\}$ ლეჟანდრის პოლინომთა სისტემაა, $w_k(x)$ და $v_k(x)$ უცნობი კოეფიციენტები, $\gamma-$რიცხვითი პარამეტრი. როცა $\gamma = 1$, მაშინ გვაქვს კარგად ცნობილი ასიმპტოტური მეთოდი (პუანკარე-ლიაპუნოვის მცირე პარამეტრის მეთოდი), ხოლო როცა $\gamma = 0$, მაშინ შეშფოთების თეორიის ალტერნატიული მეთოდი. წარმოდგენილ ნაშრომში აგებულია მცირე პარამეტრის შემცველი (1) ოპერატორული განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის ალგორითმები, რომლებიც აპრობირებულია ა) რთული სტრუქტურის ალგებრულ განტოლებათა სისტემის, ბ) ორწერტილოვანი სასაზღვრო ამოცანის, გ) ზოგიერთი ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებისა და დ) უძრავი განსაკუთრებულობის შემცველი სინგულარული ინტეგრალური განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის პოვნის ამოცანებზე.

ლიტერატურა

1. T.Vashakmadze. The Theory of Anisotropic Elastic Plates. Kluwer Academic Publishers. Dordrekht. Boston, London, 1999. 256 p.
2. A.PapukaShvili, G.Manelidze. Algorithms of approximate solving of some linear operator equations containing small parameters. International Journal of Applied Mathematics and Informatics. Issue 4. V. 2, 2008. p.114-122.

Generalized Splines for Linear Problems with a Sequence of Problem Elements Sets

D. UGULAVA, D. ZARNADZE
Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics

A polynomial spline is defined as a piecewise polynomial function, having some smoothness in given knotes. Such functions represent solutions of some extremal problems. In the case of Hilbert space splines are defined and studied in the monograph by P. Laurent. For Banach spaces similar problems are studied by R. Holmes, D.Ugulava and others. We will use the definition of splines, which is given in the monograph by J.Traub, G.Wasilkowski and H.Wozniakowski [1]. In the terms of Minkowski functional μ_F of the problem element set F this condition admits the following form:

Theorem 1. *For nonadaptive information I of cardinality m, restriction operator T and $y \in I(F_1)$ an interpolating spline exists iff the m-codimensional subspace KerI is proximal in F_1 with respect to the Minkowski functional μ_F of the problem elements set F.*

Based on this result this notion is generalized for the case, when on the space F_1 is given not one set of problem elements, but a decreasing sequence of problem elements sets. Generalized interpolating spline realized minimum not only of metric, but also of corresponding Minkowski functional. In other words a generalized interpolating spline exists iff the subspace $KerI$ is strongly proximal in the metric space (E,d). This notion was introduced by us [2]. For the well-known normlike metrics the notion of strongly proximality coincides with the ordinary proximality, but for the metric constructed by D.Zarnadze [3] the best approximation element with respect to the metric may be not have the analogously property with respect to the Minkowski functional.

Naturally arises the problem of the existence of generalized interpolating splines for arbitrary nonadaptive information of the cardinality $m > 1$ and $y \in I(E)$. For $m = 1$ this problem is equivalent to the strong proximality for each closed hypersubspaces in arbitrary Frechet space. In the case of Banach space the answer on this question is given by James well-known theorem according to which a Banach space is reflexive iff its every closed hypersubspace is proximal, i.e. if there exists interpolating spline for every nonadaptive information of cardinality 1 and arbitrary $y \in I(E)$. In the case of a Banach spaces from the existence of interpolating splines for arbitrary nonadaptive information of cardinality 1 follows the existence of interpolating splines for arbitrary nonadaptive information of cardinality m and arbitrary $y \in I(E)$. The problem of (strong) proximality of all closed hypersubspaces with respect to the norm like metrics in the Frechet spaces was considered by many matematicians. D.Zarnadze [4] have founded the exact class of Frechet spaces, in which every closed hypersubspace is (strong) proximal with respect to the well-known norm like metrics. Such is the class of strictly regular Frechet spaces, which coincides with the class of reflexive quojections. The following is true

Theorem 2. *Let E be a Frechet space, which topology is generated by an increasing sequence of seminorms $\{\|\cdot\|_n\}$ and normlike metric d. Then the following assumptions are equivalent:*

a) every closed hypersubspace is (strongly) proximal with respect to the normlike metrics;

b) there exists a generalized spline for a nonadaptive information of cardinality 1 and arbitrary $y \in I(E)$;

c) the Frechet space E is reflexive quojection.

Some classes of reflexive Frechet spaces are given, in which nonproximinal closed hypersubspaces exist. This is equivalent to the existence of such nonadaptive information of cardinality 1, for which does not exist a generalized spline. A similar result is valid for the metric constructed by D.Zarnadze.

Unlike of Banach spaces, in Frechet spaces the proximality of all closed subspaces does not follows from the proximality of all hypersubspaces. Therefore from the existence of interpolating splines for arbitrary nonadaptive information of cardinality 1 does not follows the existence of interpolating splines for arbitrary nonadaptive information of cardinality $m > 1$ and arbitrary $y \in I(E)$.

References

1. J.Traub, G.Wasilkowski and H.Wozniakowski. Information Based Complexity. Academy Press.
2. D.Ugulava and D.Zarnadze. Proc. Inst. of Comp. Math. Georgian AN, 27:1 (1987), 59-71.
3. D.Zarnadze. Izv.Akad.Nauk Russia, Ser.Mat. 59(1995), 57-72.
4. D.Zarnadze. Izv.Akad.Nauk Russia, Ser.Mat. 50(1986), 711-726.

On Integro-Differential Model Describing Process of Penetration of Electromagnetic Field Into a Substance

ZURAB KIGURADZE

Ilia Chavchavadze State University,
Tbilisi, Georgia

Ivane Javakhishvili Tbilisi State University,
Tbilisi, Georgia

zkigur@yahoo.com

The integro-differential models describe various processes in science and technology. It is doubtless that study of initial-boundary value problems for these models, construction and investigation of discrete analogues and corresponding numerical algorithms are very important.

One type of integro-differential systems arise for mathematical modeling of the process of penetrating of electromagnetic field in a substance. In a quasistationary case the corresponding system of nonlinear partial differential equations by D.Gordeziani, T.Dzhangveladze and T.Korshia was reduced to the following integro-differential form (Existence and uniqueness of the solution of a class of nonlinear parabolic problems. Differential'nye Uravnenyia, 1983, V.19, N 7, p.1197-1207):

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\operatorname{rot}\left[a\left(\int_0^t |\operatorname{rot} H|^2 \, d\tau\right)\operatorname{rot} H\right], \tag{1}$$

where H is vector of magnetic field and function $a = a(S)$ is defined for $S \in [0, \infty)$.

Modeling of same process G. Laptev proposed some generalization of equations of type (1) (Quasilinear evolution partial differential equations with operator coefficients. Doct. diss. Moscow, 1990, 267p.). Assuming the temperature to be constant through considered body following so-called averaged system of integro-differential equations are obtained:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a\left(\int_0^t \int_0^1 |\operatorname{rot} H|^2 dx d\tau\right)\Delta H. \tag{2}$$

If $H = (0, U, V)$ and $U = U(x,t)$, $V = V(x,t)$ from (1) and (2) the following systems are received:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[a(S)\frac{\partial U}{\partial x}\right], \qquad \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[a(S)\frac{\partial V}{\partial x}\right], \tag{3}$$

where

$$S(x,t) = \int_0^t \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\right] d\tau, \tag{4}$$

or

$$S(t) = \int_0^t \int_0^1 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\right] d\tau dx. \tag{5}$$

Many scientific works are devoted to investigate (3),(4) and (3),(5) type models. In our work the asymptotic behavior as $t \to \infty$ of solutions of initial-boundary value problems for systems of type (3),(4) and (3),(5) are investigated. The corresponding difference schemes are also studied. Numerical solutions of these problems are given as well. We compare numerical results to theoretical ones.

On Connection Between Solution of Some Nonlocal Boundary Value Problem and Minimizing Element of Special Type Functional

GIORGI LOBJANIDZE

Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics
Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia
Ilia Chavchavadze State University,
Tbilisi, Georgia

mari33317@yahoo.com

Consider following nonlocal boundary value problem. Let us find $u(x) \in C^{(2)}\,]-a,\,0[\,\cap C[-a,\,0]$ for which

$$Au(x) \equiv -(k(x)u'(x))' + (Bu)(x) = f(x), \quad x \in]-a,\,0[, \tag{1}$$

$$u(-a) = 0, \quad \int\limits_{-\xi}^{0} k(x)u'(x)dx = 0, \tag{2}$$

where $\xi \in]0,\,a[$ is a fixed point, $f(x) \in C\,[-a,\,0]$, $k(x) \in C^{(1)}[-a,\,0]$, $k(x) \geq k_0 > 0$, B is a linear operator which acts from $C[-a,\,0]$ into $C[-a,\,0]$. We assume that problem (1)-(2) has unique solution.

Denote by $H_A[-a,0]$ space of functions from $W_2^1[-a,0]$, each function of which satisfies conditions (2).

Assume, that $f_\alpha = (f(x),\alpha) \in L_2]-a,0[\times R$ and consider following functional

$$F_\alpha(v) = [v,v]_A - 2[f_\alpha, v], \tag{3}$$

where $[\,,\,]$, $[\,,\,]_A$ are scalar products defined in $H[-a,0] = L_2]-a,0[\times R$ and $H_A[-a,0]$ correspondingly:

$$[w,\,v] = \int\limits_{-\xi}^{\xi}\int\limits_{-a}^{x} \widetilde{w}(s)\widetilde{v}(s)dsdx,$$

$$[w,\,v]_A = \int\limits_{-\xi}^{\xi}\int\limits_{-a}^{x} \overline{k}(s)\widetilde{w}'(s)\widetilde{v}'(s)dsdx + [Bw,v],$$

where

$$\widetilde{v}(x) = \begin{cases} v(x), & \text{if} \quad x \in [-a,\,0], \\ -v(-x) + 2v(0), & \text{if} \quad x \in]0,\,\xi]. \end{cases}$$

$$\bar{v}(x) = \begin{cases} v(x), & \text{if} \quad x \in [-a,\,0], \\ v(-x), & \text{if} \quad x \in]0,\,\xi], \end{cases}$$

and operator B satisfies positiveness conditions:

$$[Bv,\ v] \geq 0, \quad [Bw,v] = [w,Bv], \quad \forall\ w,v \in C[-a,\,0].$$

Functional (3) has unique minimizing function $u_\alpha(x) \in H_A[-a,0]$ for all $\alpha \in R$.

Theorem. Minimizing function $u_\alpha(x) \in H_A[-a,0]$ is a solution $u(x)$ of problem (1)-(2) if and only if when following equality takes place $(Bu_\alpha)(0) = \alpha$.

The Variable Directions Finite Difference Scheme for One Diffusion System of Nonlinear Partial Differential Equations

MAIA NIKOLISHVILI

Ilia Chavchavadze State University,
Tbilisi, Georgia

maianikolishvili@yahoo.com

Describing the vein-formation in meristematic tissues of young leaves Mitchison G. J. proposed following system of nonlinear partial differential equations (A model for vein formation in higher plants. Proc. R. Soc. Lond. B., 1980, V. 207, N1166, p. 79-109):

$$\begin{gathered}\frac{\partial U}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(V\frac{\partial U}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(W\frac{\partial U}{\partial y}\right),\\ \frac{\partial V}{\partial t}=-V+f\left(V\frac{\partial U}{\partial x}\right),\quad \frac{\partial W}{\partial t}=-W+g\left(W\frac{\partial U}{\partial y}\right),\end{gathered}\tag{1}$$

where f and g are given sufficiently smooth functions and following conditions are satisfied: $0<\gamma_0\le g(\xi)\le G_0$, $0<\gamma_0\le g(\eta)\le G_0$, $\gamma_0=Const$, $G_0=Const$. Here U is the signal concentration and V, W are diffusion coefficients for flux parallel to Ox and Oy axes, respectively.

In above mentioned work some qualitative and structural properties of the solutions of the initial-boundary value problems for the system (1) are established. One-dimensional analogue of the system (1) with two unknown functions U and V are studied by Bell J., Cosner C. and Bertiger W. (Solutions for a flux-dependent diffusion model. SIAM J. Math. Anal., 1982, V. 13, N5, p. 758-769).

The averaged model of sum approximation as well as some discrete analogous for system (1) are studied by Jangveladze T. (see, for example, averaged model of sum approximation for a system of nonlinear partial differential equations. Proc. of I. Vekua Institute of Appl. Math., 1987, V. 19, p. 60-73).

In the present work we study the convergence of the scheme of the type of variable directions for the system (1) in domain $(0,1)\times(0,1)\times(0,T)$ with the following boundary and initial data:

$$\begin{gathered}U(0,y,t)=0,\quad U(x,0,t)=0,\quad V\frac{\partial U(x,y,t)}{\partial x}\bigg|_{x=1}=\gamma(t),\quad W\frac{\partial U(x,y,t)}{\partial y}\bigg|_{y=1}=\eta(t),\\ U(x,y,0)=U_0(x,y),\quad V(x,y,0)=V_0(x,y),\quad W(x,y,0)=W_0(x,y),\end{gathered}\tag{2}$$

where γ, η, U_0, V_0, W_0 are given sufficiently smooth functions.

Using usual notations we correspond to problem (1), (2) the following difference scheme of the type of variable directions:

$$\begin{gathered}u_{1t}=(\hat{v}\hat{u}_{1\bar{x}})_x+(wu_{2\bar{y}})_y,\quad u_{2t}=(\hat{v}\hat{u}_{1\bar{x}})_x+(\hat{w}\hat{u}_{2\bar{y}})_y,\\ v_t=-\hat{v}+f(vu_{1\bar{x}}),\quad w_t=-\hat{w}+g(wu_{2\bar{y}}),\end{gathered}\tag{3}$$

with suitable initial and boundary conditions.

The convergence theorem for scheme (3) is obtained and corresponding numerical experiments are done that agree with theoretical result.

მცირე პარამეტრის შემცველი ერთი სინგულარული ინტეგრალური განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის შესახებ

არჩილ პაპუკაშვილი და გელა მანელიძე

თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამოყენებითი მათემატიკის

ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

apapukashvili@rambler.ru

თბილისის 199-ე საჯარო სკოლა-პანსიონი “კომაროვი”, თბილისი, საქართველო

gelamanelidze@gmail.com

ბზარებით შესუსტებული უბნობრივ ერთგვაროვანი ორთოტროპიული სიბრტყისთვის დრეკადობის თეორიის ანტიბრტყელი ამოცანები მიიყვანება უძრავი განსაკუთრებულობის შემცველ სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებაზე მხები ძაბვების ნახტომების მიმართ [1]

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^1 \left[\dfrac{1}{t-x}+\dfrac{\varepsilon}{t+x}\right]u(t)dt = f(x), \quad x\in[0,1] \\ \displaystyle\int_0^1 u(t)dt = 0, \end{cases}$$

სადაც $u(t)\in H^*([0,1]), \varepsilon\in[-1,1], f(x)\in H_\mu[0,1], \quad 0<\mu\le 1.$

ზემოაღნიშნული ინტეგრალური განტოლების გამოკვლევას, მისი ამოხსნის ზუსტი და მიახლოებითი მეთოდების შესწავლას ახასიათებს სპეციალური სირთულეები, რადგანაც ამონახსნს აქვს რთული ასიმპტოტიკა, რომელიც მხოლოდ გარკვეულ შემთხვევებში შეიძლება გავითვალისწინოთ წონითი ფუნქციების შემოღებით. ჩვენს შემთხვევაში $u(t)=u_0(t)/t^\alpha\sqrt{1-t}$, სადაც $u_0(t)\in H_0([0,1]), \quad u_0(0)=0,$ α დამოკიდებულია მასალების დრეკად მუდმივებზე, $0<\alpha<1$.

ნაშრომში აგებულია ზემოაღნიშნული ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის სათვლელი ალგორითმები როგორც ასიმპტოტური მეთოდით, ასევე მისი ალტერნატიული მეთოდით [2]. ალგორითმები აპრობირებულია კერძო შემთხვევაში, როდესაც შუალედის ორივე ბოლოზე გვაქვს კვადრატული ფესვის ტიპის განსაკუთრებულობა. წარმოდგენილი ნაშრომი შესრულებულია საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ხელშეწყობით (Grant # GNSF / ST08/3-395).

ლიტერატურა

1. A.Papukashvili Antiplane problems of theory of elasticity for piecewise-homogeneous orthotropic plane slackened with cracks. Bulletin of the Georgian Academy of Sciences. 169. N2, 2004. p.267-270.
2. A.Papukashvili, G.Manelidze. Algorithms of approximate solving of some linear operator equations containing small parameters. International Journal of Applied Mathematics and Informatics. Issue 4. V. 2, 2008. p.114-122.

ზოგიერთი კლასის სინგულარული ინტეგრალური განტოლების რიცხვითი ამოხსნის შესახებ უსასრულო შუალედზე

ჯემალ სანიკიძე

გამოთვლითი მეთოდების განყოფილება, ნ. მუსხელიშვილის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

jemal@gw.acnet.ge

შეისწავლება ჩებიშევის პოლინომის ნულების გამოყენების საკითხი უსასრულო შუალედზე განსაზღვრული ერთი კლასის სინგულარული ინტეგრალური განტოლების მიახლოებით ამოხსნისათვის.

ნაშრომი შესრულებულია GNSF/STO8/3-390 გრანტის მხარდაჭერით.

On One Model of Reduction of the Dirichlet Generalized Problem to Ordinary Problem for Harmonic Functionline

MAMULI ZAKRADZE*, ZAZA TABAGARI,

ZAZA SANIKIDZE AND NANA KOBLISHVILI

N. Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics, Tbilisi, Georgia

mamuliz@yahoo.com

This paper concerns such actual practical problems as the boundary problems with the boundary singularities. Dirichlet generalized boundary problem for Laplace equation is considered in the case of finite and infinite domains. The case of a boundary function with limited number of first kind break points is meant under Dirichlet generalized boundary problem. In this paper the one method for reduction of the Dirichlet generalized boundary problem for a harmonic function to an ordinary problem is given. The method is constructed on the basis of fictitious sources and is applied to the finite and infinite domains. From our point of view the method is characterized with simplicity, high accuracy and is oriented on wide range of users (especially for the researchers in engineering problems). The results of numerical experiments are given.

An Application of a Priori Estimation Method for a Dynamic Beam Problem

JEMAL PERADZE, BACHANA DZAGANIA AND GIORGI PAPUKASHVILI

Tbilisi State University,Tbilisi, Georgia

j_peradze@yahoo.com

Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

b_dzagania@yahoo.com

I.Chavchavadze State University, master of mathematics, Tbilisi, Georgia

papukashvili@yahoo.com

Let us consider integro-differential equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\delta\frac{\partial u}{\partial t}+\gamma\frac{\partial^5 u}{\partial x^4\partial t}+\alpha\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}-\left(\beta+\rho\int_0^L\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2dx\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\sigma\int_0^L\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t}dx\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0, \quad (1)$$

$$0<x<L, \qquad 0<t\le T,$$

with the initial boundary conditions

$$u(x,0)=u_0(x), \qquad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0)=u_1(x),$$

$$u(0,t)=u(L,t)=0\,, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0,t)=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(L,t)=0\,, \qquad (2)$$

$$0\le x\le L, \qquad 0\le t\le T.$$

Here $\alpha,\beta,\gamma,\delta,\rho,\sigma,T,L$ and $u_0(x)$, $u_1(x)$ are some given positive constants and functions. Equation (1) , which was introduced by Ball [1], describes the behavior of a strongly damped extensible beam. The questions of construction and investigation of numerical methods for equation (1) are dealt with in [2]-[4]. For approximate solution of problem (1), (2) with respect to the spatial variable we used the Galerkin method, the accuracy of which is estimated.

References

1. J.M.Ball, Stability theory for an extensible beam, J.Diff.Eq., 14(1973), 399-418.
2. S.M.Choo and S.K.Chung, L^2-error estimate for the strongly damped extensible beam equations, Appl. Math. Lett., 11 (1998), 101-107.
3. S.M.Choo and S.K.Chung, Finite difference approximate solutions for the strongly damped extensible beam equations, Appl. Math. Comp., 112(2000), 11-32.
4. S.M.Choo, S.K.Chung and R.Kannan, Finite element Galerkin solutions for the strongly damped extensible beam equations, Korean J.Comput. Appl. Math., v.7, 2001, 1-20.

About One Mathematical Model of the Information Warfare

TEMUR CHILACHAVA AND NUGZAR KERESELIDZE *

Sokhumi State University, faculty of mathematics and computer science,

Tbilisi, Georgia,

temo_chilachava@yahoo.com

St. Andrew First-Called Georgian University at Georgian Patriarchate,

Tbilisi, Georgia,

tvn@caucasus.net

Here is proposed a mathematical model of a new direction of theory of information warfare. Under “information warfare” we mean using of mass media (printed or electronic press, internet) by two countries or the union of two countries or two strong economic structures (consortiums) to conduct purposeful disinformation or propaganda. The union of international organizations (UN, OSCE, EU, NATO, WTO and others) appears as the third side in this process, the effort of which is to neutralize the tension between the two rival countries, sides and cease the information warfare.

The aims of information warfare can be:

- Infliction of losses to the image of the antagonist country - creating the image of an enemy. Discredit of the management of the antagonist country.
- Demoralization of the personnel of the armed forces and the civilians of the antagonist country.
- Creation of public opinion, inside and outside of the country, for justification and argumentation of possible military operations.
- Opposition to the geopolitical ambitions of the antagonist country etc.

In the previous work there is constructed the general linear continuous mathematical model of information warfare between the two rival countries, considering there is a third –peacekeeping side. The model regards opposition of unions having both, equal (“yak-bear”) as well as sharply different (“lamb –wolf”) strength.

The amount of the information, at the given moment, spread by each side to achieve the set goal, chosen strategy is taken as a searching function. In the private case of the model both sides conduct information warfare at the same pace and react to the appeal of international organizations (third side). The third side, in its turn reacts equally to the intensity of information attacks.

The study of the exact analytical solutions of Cauchy problem for the system of linear differential equation first order with constant coefficients revealed the correlation between constants and initial conditions of the model, during which:

1. The rival sides intensify information attacks in spite of the third side appeal.
2. One of the rival sides, under the influence of the third side, puts an end to the information warfare after a time (coming of the corresponding solution to zero), while the other intensifies it.
3. Both rival sides after reaching maximum activity, under the influence of the third side, lessen information attacks and after the finite time (at the end of the finite section) put an end to the information warfare (coming of the solutions to zero).

Let’s remark that in the first case we should expect transformation of the information warfare in the hot phase, while in the second this transformation is less possible, in the third - impossible.

Except of the theoretical interest the proposed model has practical meaning as well. It enables us to establish real intentions of the sides and the nature of the information warfare by means of observation and analysis at the initial stage of information attack.

Semidiscrete and Discrete Additive Models for Nonlinear Electromagnetic Diffusion System Taking into Account Heat Conductivity

TEMUR JANGVELADZE

Ilia Chavchavadze State University,
Tbilisi, Georgia

Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics
Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

tjangv@yahoo.com

In mathematical modeling of various problems of applied sciences systems of nonlinear partial differential and integro-differential equations arise very often. Such systems occur for instance describing the process of penetrating of electromagnetic field into a substance. The study of initial-boundary value problems for these systems, construction and investigation of numerical algorithms are very actual. Taking into account heat conductivity and Joule-Lents rule the Maxwell's system, that describe the above mentioned electromagnetic field diffusion process, has the following form of nonlinear parabolic equations:

$$\begin{gathered}\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nu_m \left(\operatorname{rot} H\right)^2 + \operatorname{div}\left(\kappa \operatorname{grad} \theta\right), \\ \frac{\partial H}{\partial t} = -\operatorname{rot}(\nu_m \operatorname{rot} \theta),\end{gathered} \tag{1}$$

where θ is a temperature, H – vector of magnetic field, ν_m and κ are physical parameters. As a rule coefficients ν_m and κ depend on unknown function θ.

It is important investigation of initial-boundary value problems for system (1) by the splitting method. In particular, it is very actual to consider and study additive semidiscrete and discrete methods. These methods are based on following two models, that are constructed on the bases of splitting initial problems into physical precesses:

$$\frac{\partial \widetilde{H}}{\partial t} = -\operatorname{rot}(\nu_m(\widetilde{\theta}) \operatorname{rot} \widetilde{H}), \quad \frac{\partial \widetilde{\theta}}{\partial t} = \nu_m(\widetilde{\theta}) \left(\operatorname{rot} \widetilde{H}\right)^2 \tag{2}$$

and

$$\frac{\partial \widetilde{\widetilde{\theta}}}{\partial t} = \operatorname{div}\left(\kappa(\widetilde{\widetilde{\theta}}) \operatorname{grad} \widetilde{\widetilde{\theta}}\right). \tag{3}$$

System (2) can be reduced to integro-differential form, investigations of which dedicated many scientific works. This reduction at first was made in work by D.Gordeziani, T.Dzhangveladze and T.Korshia (Existence and uniqueness of the solution of a class of nonlinear parabolic problems. Differential'nye Uravnenyia, 1983, V.19, N 7, p.1197-1207).

We study one-dimensional case of model (1) and it splitted analogous (2),(3). The semidiscrete additive model as well as finite difference algorithm of parallel counting are constructed and investigated. Analogous questions for (1) type model were considered earlier in the work by I.Abuladze, D.Gordeziani, T.Dzhangveladze and T.Korshia (Discrete models for a nonlinear magnetic-field scattering problem with thermal conductivity. Differential'nye Uravnenyia, 1986, V.22, N7, p.1119-1129).

Finally the results of computing of model problems are given.

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებები, მართვის თეორია, ოპტიმიზაცია და დინამიკური სისტემები

ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS, CONTROL THEORY, OPTIMIZATION AND DYNAMICAL SYSTEMS

მართვებში არათანაზომადი დაგვიანებების შემცველი არაწრფივი დინამიკური სისტემების ოპტიმიზაცია შერეული საწყისი პირობის გათვალისწინებით

ლ. ალხაზიშვილი, მ. იორდანიშვილი

ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

lelalhaz@yahoo.com

ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

imedea@yahoo.com

განხილულია არაწრფივი ოპტიმალური ამოცანა არაფიქსირებული საწყისი მომენტით და ცვლადი დაგვიანებებით:

$$\dot{x}(t) = f(t, y(\tau_1(t)),..., y(\tau_s(t)), z(\sigma_1(t)),..., z(\sigma_m(t)), u(\theta_1(t)),..., u(\theta_\nu(t))),$$
$$t \in [t_0, t_1] \subset [a,b], u(\cdot) \in \Omega,$$
$$x(t) = (y(t), z(t))^T = (\varphi(t), g(t))^T, t < t_0, x(t_0) = (y_0, g(t_0))^T,$$
$$\varphi(\cdot) \in \Delta_1,\ g(\cdot) \in \Delta_2,\ y_0 \in O,$$
$$q^i(t_0, t_1, y_0, g(t_0), x(t_1)) = 0,\ i = \overline{1,l}$$
$$q^0(t_0, t_1, y_0, g(t_0), x(t_1)) \to \min,$$

სადაც Ω არის ზომად $u(t)$ ფუნქციათა სიმრავლე მნიშვნელობებით შემოსაზღვრულ $U \subset R^r$ სიმრავლიდან; Δ_1 და Δ_2 არის უბან-უბან უწყვეტ $\varphi(t)$ და $g(t)$ ფუნქციათა სიმრავლეები მნიშვნელობებით შემოსაზღვრულ-ამოზნექილი $\Phi \subset R^k$ და $G \subset R^e$ სიმრავლეებიდან, ამასთან $k + e = n$; $O \subset R^n$ არის ღია სიმრავლე.

[1]-ში მოყვანილი მეთოდით და ამონახსნის ვარიაციის ფორმულების გამოყენებით დამტკიცებულია ოპტიმალურობის აუცილებელი პირობები: მართვისა და საწყისი ფუნქციებისათვის გაწრფივებული ინტეგრალური მაქსიმუმის პრინციპის ფორმით; საწყისი და საბოლოო მომენტებისათვის როგორც უტოლობების, ასევე ტოლობების სახით.

ნაშრომი შესრულებულია საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის თანადგომით, გრანტი № GNSF/ST06/3-046.

ლიტერატურა

[1] G.Kharatishvii, T.Tadumadze, Variation formulas of solutions and optimal control problems for differential equations with retarded argument. J. Math. Sci. New York , v.104, No. 1(2007), 1-175 .

ნეიროქსელური მიდგომა საზოგადოებრივი სისტემების მართვის ამოცანებში

მაია ბერაძე, ლალი ქელბაქიანი

ა. წერეთლის სახელობის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო

mbs810@rambler.ru

ქუთაისის სამართლისა და ეკონომიკის უნივერსიტეტი, ქუთაისი,საქართველო

aandg2001@inbox.ru

თანამედროვე სამეცნიერო მიღწევების საფუძველზე,საზოგადოებრივი სისტემების ფუნქციონირების ოპტიმიზაციის პრობლემების მოდელირების ცდები დაკავშირბულია ისეთი მიდგომის სინთეზთან, როგორიცაა ფიზიკა სინერგეტიკა, ბიოლოგია, ინფორმატიკა და კომპიუტერული მეცნიერებები. სახელმწიფო სისტემის ქცევების დინამიკური კანონზომიერებების ანალიზმა და დიდი რაოდენობის ელემენტებისაგან შედგენილი რთული სისტემების აღწერის ხერხებმა, მოდელების აგების ისეთი ახალი პრინციპების სტიმულირება გამოიწვია, როგორიცაა ნეიროქსელური მიდგომა. უკრაინელი მკვლევარების ჯგუფმა 90-იან წლებში იგი უკვე გამოიყენა გეპოლიტიკის ამოცანებში. მოდელირება რეალიზებულ იქნა კომპიუტერული პროგრამების საშუალებით და გაკეთდა გარკვეული გეოპოლიტიკური პროგნოზები. ნეიროქსელური სისტემების გამოჩენის შემდეგ, რომლებიც უკეთ ერგებიან სოციალურ სისტემების დინამიკასა და სტრუქტურული ცვლილებების კვლევას, დიდი საზოგადოებრივი სისტემების ფუნქციონირების გაუმჯობესების და გარკვეული აზრით ოპტიმლური სოციალური თუ ეკონომიკური პროცესების მიღწევის საკითხები, ტრანსფორმირდება მართვის ამოცანებში. მართვის ამოცანების დასმის დროს, ვეყრდნობით რა საზოგადოებრივი სისტემების ნეიროქსელურ ბუნების იდეას, სისტემის ევოლუციას დროში აღვწერთ ნეიროქელური სისტემებისათვის დამახასიათებელი ისეთი არაწრფივი აქტივაციური ფუნქციებით, როგორიცაა სიგმოიდური და ტანგენჰიპერბოლური ფუნქციები. მოდელირებისათვის გამოყენებულ იქნება ანალოგიური ნეიროქსელები, კერძოდ დისკრეტული ნეიროქსელების უწყვეტი ანალოგები.

ნაშრომში დასმულია ოპტიმალური მართვის ამოცანა მონოპოლიური მართვისას, როგორც სიგმოიდური,ისე ტანგენჰიპერბოლური არაწრფივობით ევოლუციონირება- დი სისტემებისათვის და ნაპოვნია ოპტიმალური მართვათა სინთეზი და სისტემათა ოპტიმალური ტრაექტორიები, ფიქირებული მმართველი ელემენტის შემთხვევაში.

ᲛᲔᲡᲐᲛᲔ ᲠᲘᲒᲘᲡ ᲓᲐᲒᲕᲘᲐᲜᲔᲑᲣᲚ ᲐᲠᲒᲣᲛᲔᲜᲢᲘᲐᲜᲘ ᲬᲠᲤᲘᲕ ᲓᲘᲤᲔᲠᲔᲜᲪᲘᲐᲚᲣᲠ ᲒᲐᲜᲢᲝᲚᲔᲑᲐᲗᲐ ᲡᲘᲡᲢᲔᲛᲘᲡ ᲐᲛᲝᲜᲐᲮᲡᲜᲗᲐ ᲠᲮᲔᲕᲐᲓᲝᲑᲘᲡ ᲨᲔᲡᲐᲮᲔᲑ

ᲒᲘᲕᲘ ᲒᲘᲝᲠᲒᲐᲫᲔ

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

g_givi@hotmail.com

განხილულია წრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა

$$\dot{x}_i(t) = p_1(t)x_2(\tau_1(t)),$$
$$\dot{x}_2(t) = p_2(t)x_3(\tau_2(t)),$$
$$\dot{x}_3(t) = -p_3(t)x_1(\tau_3(t)),$$

სადაც

$$p_i \in L_{loc}(R_+;R_+), \tau_i \in C(R_+;R_+), \ \lim_{t\to+\infty} \tau_i(t) = +\infty \ \ (\text{i=1,2,3}), \ \tau_1'(t) \ge 0 .$$

$$\int_0^{+\infty} p_i(t)dt = +\infty \qquad (\text{i=1,2}).$$

ნაშრომში მიღებულია წესიერი ამონახსნების რხევადობის ოპტიმალური საკმარისი პირობები.

Analytic Theory of Differential Equations

GRIGORY GIORGADZE

Tbilisi State University, Department of Mathematics, Tbilisi,Georgia

gia.giorgadze@tsu.ge

In the present talk, attention is focused on the nonlinear equation of mathematical physics. In the nineteenth century, Bocher and Klein have established the following heuristic principle: the main equation of mathematical physics are obtained from a differential equation with five regular singular points and the following properties: a) difference of exponents for each pair solutions of singular points is $\frac{1}{2}$; b) equation obtained by confluence of any two singular points has four regular singular points with arbitrary exponents differences; c) equation obtained by confluence of three or more singular points is not regular and has the unique defined form (see for example [1], [2]).

Many nonlinear differential equations encountered in field theory are solved using inverse scattering method (mostly for 1+1-dimensional theories) or Penrose twistor transform methods (Yang-Mills and Einstein equations in 4 dimensions.) Characteristic features of both these methods is investigation of nonlinear equations as integrability conditions for auxiliary linear systems. Algebraic characteristics of the nonlinear equation can be characteristic classes of vector bundles induced by the linear system, their monodromy groups, etc.

A partial differential equation is integrable with the inverse scattering method only if the nonlinear equation obtained by the exact reduction of the initial equation has P-property (this means that the nonlinear ordinary equation has only fixed singular point, i.e. is a Painleve equation).

Fuchsian equation of second order on the complex plane having three or four singular points are well studied. For example, such equations having three singular points is known as the Riemann equation. Coefficients of this equation are uniquely determined by characteristic roots and the singular points. Second order equations with more than three singular points do not have this property. Fuchsian differential equation with four regular singular points is Heun equation.We shall discuss the following theorem

Theorem 1 *1) A normalized isomonodromic confluence of singular points of a family of Fuchsian systems of liner differential equations on the Riemann sphere leads to a system with regular singular points. 2) Every regular system of differential equations ia obtained from normalized asomonodromic confluence of singular points of Fuchsian systems.*

References

[1] G.Giorgadze. Regular systems on Riemann surfaces. Journal of Math. Sci. 118 (5), 5347-5399, 2003

[2] A.Bolibruch. On isomonodromic confluences of Fuchsian singularities. Pros. Steklov Math. Inst. Vol.221, pp.117-132, 1998

კვაზიწრფივი ნეიტრალური დინამიკური სისტემების ოპტიმიზაცია შერეული საწყისი პირობის გათვალისწინებით

ნ. გორგოძე, ი. რამიშვილი

ა. წერეთლის სახელობის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი,საქართველო

nika_gorgodze@yahoo.com

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი,საქართველო

განხილულია კვაზიწრფივი ნეიტრალური ოპტიმალური ამოცანა არაფიქსირებული საწყისი მომენტით, ცვლადი დაგვიანებებით, ზოგადი სასაზღვრო პირობებით და ზოგადი ფუნქციონალით:

$$\dot{x}(t)=\sum_{j=1}^{d}K_j(t)\dot{x}(\eta_j(t))+f(t,y(\tau_1(t)),...,y(\tau_s(t)),z(\sigma_1(t)),...,z(\sigma_m(t)),$$

$$u(\theta_1(t)),...,u(\theta_\nu(t))),t\in[t_0,t_1]\subset[a,b],u(\cdot)\in\Omega,$$

$$x(t)=(y(t),z(t))^T=(\varphi(t),g(t))^T,\dot{x}(t)=h(t),t<t_0,x(t_0)=(y_0,g(t_0)),$$

$$\varphi(\cdot)\in\Delta_1,g(\cdot)\in\Delta_2,h(\cdot)\in\Delta_3,y_0\in O,$$

$$\begin{cases}q^i(t_0,t_1,y_0,g(t_0),x(t_1))\le 0, i=\overline{1,l_1},\\ q^i(t_0,t_1,y_0,g(t_0),x(t_1))=0, i=\overline{l_1+1,l},\end{cases}$$

$$q^0(t_0,t_1,y_0,g(t_0),x(t_1))\to\min,$$

სადაც Ω და Δ_3 არის შესაბამისად ზომად $u(t)$ და $h(t)$ ფუნქციათა სიმრავლეები მნიშვნელობებით შემოსაზღვრული $U\subset R^r$ და შემოსაზღვრულ-ამოზნექილი $H\subset R^n$ სიმრავლეებიდან; Δ_1 და Δ_2 არის უბან-უბან უწყვეტ $\varphi(t)$ და $g(t)$ ფუნქციათა სიმრავლეები მნიშვნელობებით შემოსაზღვრულ-ამოზნექილი $\Phi\subset R^k$ და $G\subset R^e$ სიმრავლეებიდან, ამასთან $k+e=n$; $O\subset R^n$ არის ღია სიმრავლე. აღვნიშნავთ, რომ $\dot{x}(t)$ სიმბოლოს ქვეშ, როცა $t<t_0$, იგულისხმება სიჩქარის წარმოებულის წინაისტორია და იგი არ არის დაკავშირებული სისტემის მდგომარეობის წინაისტორიის წარმოებულთან.

[1]-ში გადმოცემული სქემით და ამონახსნის ვარიაციის ფორმულების გამოყენებით მიღებულია ოპტიმალურობის აუცილებელი პირობები: მართვისა და საწყისი ფუნქციებისათვის ინტეგრალური მაქსიმუმის პრინციპის ფორმით; საწყისი და საბოლოო მომენტებისათვის როგორც უტოლობების, ასევე ტოლობების სახით.

ნაშრომი შესრულებულია საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის თანადგომით, გრანტი № GNSF/ST06/3-046.

ლიტერატურა

[1] G.Kharatishvii, T.Tadumadze, Variation formulas of solutions and optimal control problems for differential equations with retarded argument. J. Math. Sci. New York , v.104, No. 1(2007), 1-175 .

Existence of Optimal Initial Data for a Quasi-Linear Neutral Differential Equation

T. TADUMADZE*, A. NACHAOUI AND A. ARSENASHVILI

Iv.Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi,Georgia

tamaztad@yahoo.com

J.Leray Laboratory of Mathematics,University of Nantes,Nantes, France,
Abdeljalil.Nachaoui@univ-nantes.fr

Iv.Javakhishvili Tbilis State University , Tbilisi, Georgia

akaki27@yahoo.com

Let $0 < \tau_1 < \tau_2, t_1 < t_2 < t_3$ be given numbers with $t_3 - t_2 > \tau_2$; suppose that $\Phi \subset R^n, X_0 \subset R^n$ are compact sets, $V \subset R^n$ is compact and convex set ; Δ_1 is a set of measurable initial functions $\varphi(t) \in \Phi, t \in [a - \tau_2, t_2]$, for system state prehistory; Δ_2 is a set of measurable initial functions $v(t) \in V, t \in [a - \tau_2, t_2]$, for system velocity prehistory.

By W we denote the set of such elements $w = (\tau, t_0, \varphi, v, x_0) \in [\tau_1, \tau_2] \times [t_1, t_2] \times \Delta_1 \times \Delta_2 \times X_0$ for which there exists the solution $x(t) = x(t; w) \in R^n$ of the differential equation

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), x(t - \tau)) + A(t)\dot{x}(t - \tau), t \in [t_0, t_3]$$

$$x(t) = \varphi(t), \dot{x}(t) = v(t), t \in [t_0 - \tau_2, t_0), x(t_0) = x_0.$$

defined on the interval $[t_0, t_3]$. In what follows we will assume that $W \neq \emptyset$.

An element $w_0 \in W$ is said to be optimal initial data if $J(w_0) \leq J(w), \forall w \in W$, where

$$J(w) = \int_{t_0}^{t_3} [f^0(t, x(t), x(t - \tau)) + a^0(t)\dot{x}(t - \tau)]dt.$$

Theorem. Let the following conditions hold: 1) there exists a compact $K \subset R^n$ such that $x(t; w) \in K, t \in [t_0, t_1], \forall w \in W$; 2) for any $(t, x) \in [t_1, t_3] \times K$ the set $\{F(t, x, y) : y \in \Phi\}$ is convex. Than there exists an optimal initial data w_0.

On the basis of this Theorem the question of the continuity of the functional minimum with respect to perturbations of the right-hand side of equation and integrand is investigated

Acknowledgement. The work was supported by the Georgian National Science Foundation, Grant No.GNSF/ST08/3-399.

On Oscillatory Properties of Solutions of Almost Linear and Essentially Nonlinear Differential Equations

ROMAN KOPLATADZE

Department of Mathematics of

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University

Tbilisi, Georgia

r_koplatadze@yahoo.com

Consider an operator differential equation of the form

$$u^{(n)}(t) + F(u)(t) = 0, \tag{1}$$

where $n \geq 2$, $F : C(R_+; R) \to L_{loc}(R_+; R)$ is continuous mappings, when satisfying the condition

$$F(u)(t)\, u(t) \geq 0 \quad \text{for} \quad t \geq t_0 \quad \text{and} \quad u(t) \neq 0$$

or

$$F(u)(t)\, u(t) \leq 0 \quad \text{for} \quad t \geq t_0 \quad \text{and} \quad u(t) \neq 0.$$

It is obvious that particular case of equation (1) are ordinary differential equations, differential equation with deviating arguments and integro-differential equations.

Definition 1. We say that the equation (1) has Property **A** if any of its solutions is oscillatory when n is even and either is oscillatory or satisfies

$$\left|u^{(i)}(t)\right| \downarrow 0, \quad \text{as} \quad t \uparrow +\infty \quad (i = 0, \dots, n-1) \tag{2}$$

when n is odd.

Definition 2. We say that the equation (1) has Property **B** if any of its solutions is oscillatory or satisfies (2) or

$$\left|u^{(i)}(t)\right| \uparrow +\infty, \quad \text{as} \quad t \uparrow +\infty \quad (i = 0, \dots, n-1) \tag{3}$$

when n is even, and either is oscillatory or satisfies (3) when n is odd.

Sufficient conditions are established for the equation to have Property **A** and **B**. The obtained results are also new for the Emden-Fowler type ordinary differential equation. For some classes of functions the obtained sufficient conditions are necessary as well.

არაწრფივი მარჯვენა მხარიანი დისკრეტული დინამიკური სისტემის ინვარიანტული სიმრავლე

ᲛᲘᲠᲐᲜᲓᲐ ᲛᲜᲐᲪᲐᲙᲐᲜᲘᲐᲜᲘ

ა.წერეთლის სახელობის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ქუთაისი, საქართველო

mira_mna@mail.ru

სოციალური, ბიოლოგიური თუ ავტომატური მართვის სისტემები მიეკუთვნებიან იმ მართვად დინამიკურ სისტემათა ფართო კლასს, რომელთა ევოლუცია არ აღიწერება ცალსახად. ასეთი სისტემებისათვის ინვარიანტული სიმრავლის დადგენა მათი ამომწურავი მახასიათებელია, რადგან დინამიკური შეფასების საშუალებას იძლევა. სწორედ ასეთი პრობლემების კვლევას ეხება წარმოდგენილი ნაშრომი. კერძოდ, მასში განხილულია არაწრფივი დისკრეტული მართვადი დინამიკური სისტემა. ეს სისტემა ფუნქციონირებს მრავალმნიშვნელიან შემთხვევაში, რომელიც განპირობებულია მართვის ელემენტების არსებობით. ამ პარამეტრის შესახებ ცნობილი მხოლოდ ისაა, რომ იგი მიეკუთვნება აპრიორულად მოცემულ სიმრავლეს. ასეთი კლასის არაწრფივი სისტემისათვის დასმულია სპეციალური სახის ინვარიანტული სიმრავლის არსებობის ამოცანა, დამტკიცებულია შესაბამისი თეორემები და კონკრეტულ მაგალითზე ნაჩვენებია აგების გზა.

მიღებული შედეგები შეიძლება გამოყენებულ იქნეს არაწრფივი დისკრეტული მართვადი სისტემების ევოლუციის თეორიაში.

არაწრფივი დაგვიანებულ არგუმენტიანი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემების ამონახსნების შემოსაზღვრულობის და მდგრადობის შესახებ

Ზ. ᲡᲝᲮᲐᲫᲔ

ა. წერეთლის სახელობის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
ქუთაისი, საქართველო

z.soxadze@atsu.edu.ge

წარმოდგენილ მოხსენებაში განხილულია კოშის ამოცანა

$$\dot{x}_i(t) + g_{0i}(t)x_i(\tau_i(t)) = f_i(t, x_1(\tau_{i1}(t),\dots, x_n(\tau_{in}(t))), \tag{1}$$

$$x_i(t) = c_i(t), t < a, x_i(a) = c_{0i}, i = \overline{1,n} \tag{2}$$

სადაც $f_i : R_+ \times R^n \to R, i = \overline{1,n}$ ფუნქციები აკმაყოფილებენ კარათეოდორის ლოკალურ პირობებს; $g_{0i} \in L_{loc}(R_+), g_{0i}(t) \geq 0, t \in R_+, i = \overline{1,n}$; $\tau_i(t) : R_+ \to R_+$, $\tau_{ik} : R_+ \to R, i, k = \overline{1,n}$ ჯამებადი ფუნქციებია ყოველ სასრულ მონაკვეთზე, ისეთი რომ $\tau_i(t) \leq t, \tau_{ik}(t) \leq t, t \in R_+, i = \overline{1,n}$; $a \in R_+, c_i \in C(]-\infty, a[), c_{0i} \in R, i = \overline{1,n}.$

დადგენილია (1)-(2) ამოცანის ამონახსნების შემოსაზღვრულობის, თანაბრად მდგრადობის და თანაბრად ასიმპტოტურად მდგრადობის პირობები.

კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებები, მათემატიკური ფიზიკა, გამოყენებები მეცნიერებასა და ტექნოლოგიებში

PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS, MATHEMATICS IN SCIENCE AND TECHNOLOGY

Asymptotic Properties of Solutions to Interface Crack Problems for Composite Structures

T. BUCHUKURI, O. CHKADUA*, R. DUDUCHAVA AND D. NATROSHVILI

Andria Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

t_buchukuri@yahoo.com

Andria Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

chkadua@rmi.acnet.ge

Andria Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

dudu@rmi.acnet.ge

Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

natrosh@hotmail.com

We investigate asymptotic properties of solutions of three–dimensional interface crack problems for metallic-piezoelectric composite bodies near the crack edges and near the curves, where different boundary conditions collide. In particular, we characterize the stress singularity exponents and show that they can be explicitly calculated with the help of the principal homogeneous symbol matrices of the corresponding pseudodifferential operators.

Some Boundary Value Problems in Mindlin's Model of Piezoelectricity

TENGIZ BUCHUKURI AND OTAR CHKADUA
Andrea Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia
t_buchukuri@yahoo.com; chkdua@rmi.acnet.ge

We consider mixed boundary value problems for piezoelectric medium containing crack. The study is based on Mindlin's model of piezoelectricity which takes into account the influence of the polarization gradient. Using the potential methods and the theory of pseudodifferential equations on manifolds with boundary we prove the existence and uniqueness of solutions and establish their regularity properties.

The Unilateral Contact Problem for the Elastic Hemitropic Media

A. GACHECHILADZE, R. GACHECHILADZE, AND D. NATROSHVILI
A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia
email: avtogach@yahoo.com
A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia
email: r.gachechiladze@yahoo.com
Georgian Technical University, Department of Mathematics, Tbilisi, Georgia
email: natrosh@hotmail.com

The problem of the one-sided contact of two elastic hemitropic media with different elastic properties under the condition of natural impenetrability of one medium into the other, is investigated. Using boundary variational inequalities, the question on the existence and uniqueness of a weak solution is studied. The coercive case (when an elastic medium is fixed along a part of the boundary), as well as the non-coercive case (the boundaries of elastic media are not fixed) is considered. In the latter case, the necessary conditions for the existence of a solution are written out explicitly.

თერმოჰემიტროპული დრეკადი სხეულის სტაციონალური რხევის განტოლებათა სისტემის ამონახსნის ზოგადი წარმოდგენის ფორმულები და მათი გამოყენება

ლევან გიორგაშვილი, შოთა ზაზაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

zaza-ude@rambler.ru

ნაშრომში მიღებულია თერმოჰემიტროპული დრეკადი სხეულის სტაციონარული რხევის ერთგვაროვან დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ამონახსნის ზოგადი წარმოდგენის ფორმულა გამოსახული შვიდი მეტაჰარმონიული ფუნქციის საშუალებით. მიღებული წარმოდგენა საშუალებას იძლევა ამოვხსნათ სასაზღვრო და სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანები როგორც კონცენტრული ასევე ექსცენტრული სფეროებით შემოსაზღვრული არეებისათვის.

Equivalent Regularization of Maxwell's System

R. DUDUCHAVA, O. CHKADUA*, AND D. KAPANADZE

Andria Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

chkdua@rmi.acnet.ge; dudu@rmi.acnet.ge; daka@rmi.acnet.ge

Maxwell's system, governing the scattering of time-harmonic electromagnetic waves by closed or open surfaces, is non-elliptic and the Dirichlet and Neumann boundary conditions on the boundary are non-normal (i.e., it looks like an ill-posed problem). We prove that the boundary value problem

$$\begin{cases} \operatorname{curl}\mu^{-1}\operatorname{curl}\mathbf{E} - s\,\varepsilon\operatorname{grad}\operatorname{Div}(\varepsilon\mathbf{E}) - \omega^2\varepsilon\mathbf{E} = 0 \quad \text{in} \quad \Omega \subset \mathbb{R}^3, \\ \gamma_{\mathcal{S}}\left(\boldsymbol{\nu}\times\mu^{-1}\operatorname{curl}\mathbf{E} - s\operatorname{Div}(\varepsilon\mathbf{E})\varepsilon\boldsymbol{\nu}\right) = \mathbf{g} \quad \text{on} \quad \mathcal{S} := \partial\Omega, \\ \mathbf{g}\in\mathbb{H}^{-1/2}(\mathcal{S}), \quad \mathbf{E}\in\mathbb{H}^1(\Omega), \quad \mathbf{H} = -i(\omega\mu)^{-1}\operatorname{curl}\mathbf{E}, \end{cases} \tag{1}$$

which is a normal BVP for an elliptic equation, is equivalent to the original Neumann BVP for the Maxwell system provided the parameter $s > 0$ is chosen properly. Here $\gamma_{\mathcal{S}}$ denotes the trace on $\mathcal{S}$, $\boldsymbol{\nu}$ is the outer unit normal vector to $\mathcal{S}$, μ and ε are the permeability and the permittivity matrix coefficients from the original Maxwell system, $\omega \in \mathbb{C}$ is a frequency. $\mathbf{E}$ and $\mathbf{H}$ are the unknown electric and magnetic fields. It is remarkable that the parameter s can be taken arbitrarily for a complex valued frequency $\omega \in \mathbb{C}$, $\operatorname{Im}\omega \neq 0$, while for $\operatorname{Im}\omega = 0$ there exists only a unique choice of $s > 0$ which ensures the matching of the radiation conditions at infinity for the original and the auxiliary BVPs and, therefore, the equivalence of BVP (1) with the original one.

The unique solvability of the BVP (1) is proved in the pseudooscillation case (a complex valued frequency ω) for positive definite, symmetric permeability and permittivity matrices. Similar solvability results are obtained for a real valued frequency ω when the permeability and permittivity matrix coefficients are real valued, symmetric, positive definite and proportional $\varepsilon = \kappa\mu$. The Neumann BVP (1) is reduced to equivalent elliptic pseudodifferential equations on the boundary, which are coercive. The solvability criteria of the boundary pseudodifferential equations in $\mathbb{H}^s_p(\mathcal{S})$-space setting are obtained.

Solvability of the Dirichlet BVP for the Maxwell system is derived as a consequence, based on explicit relations between Dirichlet and Neumann BVPs.

On the Uniqueness of a Solution to Anisotropic Maxwell's Equations

T. BUCHUKURI, R. DUDUCHAVA, D. KAPANADZE*, AND D. NATROSHVILI

Andria Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

t_buchukuri@yahoo.com

Andria Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

dudu@rmi.acnet.ge

Andria Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

daka@rmi.acnet.ge

Department of Mathematics, Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

natrosh@hotmail.com

We consider Maxwell's equations in an anisotropic media, when the dielectric permittivity ε and the magnetic permeability μ are 3×3 matrices. We formulate relevant boundary value problems, investigate a fundamental solution and find a Silver-Müller type radiation condition at infinity which ensures the uniqueness of solutions when permittivity and permeability matrices are real valued, symmetric, positive definite and proportional $\varepsilon = \kappa\mu$, $\kappa > 0$.

The Electrodynamic Problem for a Four-port Waveguide Junction

G. KEKELIA, N. SHAVLAKADZE AND G. KIPIANI

D. Guramishvili Georgian-Ukrainian International University "Iberia", Tbilisi, Georgia

giakekelia@yahoo.com

A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

nusha@Mni.acnet.ge

Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

gelakip@yahoo.com

The problem of propagation of electromagnetic waves in four-port waveguide junctions is considered when a disturbance comes from different sides. The problem is formulated by the boundary value problem of mathematical physics; the solution of a wave equation is represented in the rectangular domains (both finite and semi-infinite) with discrete or continuous spectrum. The components of the vectors of electrical and magnetic fields are represented in the form of series or

integrals with unknown coefficients [1-3]. The problem consists in determination of the above-mentioned coefficients in a whole physical domain.

Using the theory of analytical and generalized functions for the condition of continuity of a field on the joint boundary imagenary surfaces of different domains we receive a dual system of infinite linear algebraic equations. The received system is investigated for regularity in the space of square summable sequences $\left(l^2\right)$.

The quasi-regularity of the system and the possible use of a reduction method are established.

References

1. F.G. Bogdanov, G.V. Jandieri, G.Sh. Kevanishvili, G.V. Kekelia, K. Yasumoto. Simulation and analysis of multiport waveguide junction with artificial discontinuites formed of inductive strips and diaphragms, PIERS. Progress in Electromagnetic Research Symposium Proceeding, vol. 1, 2004, Piza, Italia, pp. 27-31.
2. F. Bogdanov, G. Sh. Kevanishvili, G. V. Jandieri, D. I. Kim, K. Yasumoto. Analysis and design of Multiport Waveguide Junctions with Artificial Inclusion Made of Cylindrical Rods. Research on Information Science and Electrical Engineering of Kyushu Univarsity vol. 11, № 1, March 2006, pp. 7-16.
3. F. G. Bogdanov, G. Sh. Kevanishvili, G. V. Jandieri, G. V. Kekelia, K. Yasumoto, Optimization Strategy for Waveguide Junction with Canonical Types of Artificial Discontinuities, International Journal of Microwave and Optical Technology, vol. 1, №2, pp. 259-266, August 2006.

К построению теории оболочек с использованием нескольких базовых поверхностей

АВТАНДИЛ ТВАЛЧРЕЛИДЗЕ

Департамент прикладной механики, Государственный Университет Ак. Церетели, Кутаиси, Грузия

atvaltchrelidze@yahoo.com

Согласно единственной кинематической гипотезе разработанной теории, поля перемещений и деформаций в оболочке однозначно определяются через перемещения точек базовых поверхностей. Метрический тензор пространства оболочки до и после деформации выражается через свое значение на одной из базовых поверхностей и тензоры переноса, связывающие компонеты тезорных величин на разных базовых поверхностях. Через компоненты этих тензоров выражаются коэффициенты второй основной квадратичной формы базовых поверхностей.

В теории обобщенными перемещениями оболочки являются перемещения точек базовых поверхностей, в случае двух базовых поверхностей $\overset{(-)}{S}$ и $\overset{(+)}{S}$ - $\overset{(-)}{\vec{u}}(x^1,x^2)$ и $\overset{(+)}{\vec{u}}(x^1,x^2)$, где x^1,x^2 - гауссовы координаты точек базовых поверхностей. Приравнивая нулю выражения при вариациях этих перемещений в вариационном уравнении принципа возможных перемещений, получаем граничные условия и уравнения равновесия для обобщенных сил:

$$\vec{\nabla}\cdot\overset{(-)}{T}+\vec{\vartheta}+\overset{(-)}{\vec{\aleph}}=0$$

$$\vec{\nabla}\cdot\overset{(+)}{T}-\vec{\vartheta}+\overset{(+)}{\vec{\aleph}}=0$$

здесь $\overset{(-)}{T},\overset{(+)}{T}$ - тензоры внутренних обобщенных сил, соответствующих напряжениям, действующим в поперечных сечения оболочки; $\vec{\vartheta}$ - вектор внутренней обобщенной силы, соответствующей напряжениям, действующим в продольных сечениях; $\overset{(-)}{\vec{\aleph}},\overset{(+)}{\vec{\aleph}}$ - векторы внешних обобщенных сил, соответствующие внешним поверхностным силам, действующим на лицевые поверхности, и внешним объемным силам. Добавлением инерционных членов в уравнения равновесия, соответственно, $-\overset{(-)}{J}\,\overset{(-)}{\ddot{\vec{u}}}-\overset{(\mp)}{J}\,\overset{(+)}{\ddot{\vec{u}}}$ и $-\overset{(\pm)}{J}\,\overset{(-)}{\ddot{\vec{u}}}-\overset{(+)}{J}\,\overset{(+)}{\ddot{\vec{u}}}$ получим динамические уравнения теории. Здесь, $\overset{(-)}{J},\overset{(\mp)}{J}=\overset{(\pm)}{J},\overset{(+)}{J}$ - коэффициенты инерции, зависящие от геометрии оболочки и распределения плотности по толщине.

К достоинствам теории, помимо учета сдвиговых деформаций и обжатия, можно отнести простую запись в уравнениях членов, описывающих внешние воздействия (динамические, тепловые и т.д.) на лицевых поверхностях, ясное механическое содержание и полное соответствие между числом обобщенных кинематических и динамических переменных.

ზღვრული ამპლიტუდის პრინციპი პერიოდულოეფიციენტებიანი ჰიპერბოლური განტოლებისათვის

თეიმურაზ სურგულაძე

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო

surguladze@posta.ge, temsurg@mail.ru

განვიხილოთ კოშის შემდეგი ამოცანა

$$\begin{cases} u_{tt}-u_{xx}+q(x)u=f(x)e^{-i\omega t}, \\ u\big|_{t=0}=0, u_t\big|_{t=0}=0, \end{cases} \qquad (1)$$

სადაც q არის პერიოდული ფუნქცია, პერიოდით 1, რომელიც უწყვეტია ან აქვს პირველი გვარის წყვეტის წერტილთა სასრული რაოდენობა პერიოდზე, $f(x)\in C_0^{\infty}(R^1)$, $\operatorname{supp} f\subset[0,1]$, $\omega\in R^1$, $\omega\geq 0$ - ნამდვილი რიცხვია.

სამართლიანია შემდეგი თეორემა:

თეორემა: თუ ჰილის H_0 ოპერატორი დადებითია, $q\neq const$ და ω^2 ქრ დევს H_0 ოპერატორის სპექტრის საზღვარზე, მაშინ (1) განტოლების ამონახსენს აქვს სახე

$$u(x,t)=-ie^{-i\omega t}\zeta(x,\omega)+\frac{1}{\sqrt{t}}\left[u_1(x,t)+u_2(x,t)\right]+v(x,t),$$

სადაც $\zeta(x,\omega)$ ფუნქცია განისაზღვრება ზღვრული ამპლიტუდის პრინციპით, u_1 და u_2 ფუნქციები მოიცემიან ცხადი სახით, ხოლო $v(x,t)$ ფუნქციისათვის, როცა $|x|<b$ ($b>0$ - ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვია) და $t>0$ სამართლიანია შეფასება

$$|v(x,t)| \le \frac{C}{t}\|f\|_{L^2} .$$

გადატანის თეორიის ერთი ამოცანის შესახებ

დ. შულაია* და ნ. შარაშიძე

თბილისის სახ. უნივერსიტეტის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი

dazshul@yahoo.com

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ნაშრომში შეისწავლება ატმოსფეროში სინათლის გაბნევა კინეტიკური თეორიის საფუძველზე. დასმულია პროცესის აღმწერი ბოლცმანის ტიპის ინ-ტეგრო-დიფერენციალური განტოლება თავისი სასაზღვრო პირობებით. ამო-ცანა ამოხსნილია შესაბამისი მახასიათებელი განტოლების სპექტრალური ანალიზის საფუძველზე.

გადატანის წრფივი მრავალჯგუფური თეორიის მახასიათებელი განტოლების სპექტრალური გამოსახვა და მისი ზოგიერთი გამოყენება

დ. შულაია

ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,

ი. ვეკუას სახ. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, საქართველო

dazshul@yahoo.com

შეისწავლება გადატანის მრავალჯგუფური თეორიის ბაზისური მახასია-თებელი განტოლებისთვის მიღებული, გარკვეული აზრით მისი ექვივალენ-ტური, სპექტრალური ელემენტების შემცველი, ახალი ინტეგრალური განტო-ლების გამოყენების საკითხი. გამოყვანილია ფორმულები, რომლთა საშუა-ლებით ხდება მახასიათებელი განტოლების საკუთრივი ფუნქციების, საკუთ-რივ რიცხვთა სპექტრის და სპექტრალური სიმკვრივის განსაზღვრა აღნიშნუ-ლი ინტეგრალური განტოლებისა და გადატანის მრავალჯგუფური თეორიის სხვა მახასიათებელი განტოლების ცნობილი საკუთრივი ფუნქციების, საკუთ-რივ რიცხვთა სპექტრის და სპექტრალური სიმკვრივის დახმარებით.

Some Nonlocal Problems for Second Order Strictly Hyperbolic Systems on a Plane

SERGO KHARIBEGASHVILI AND BIDZINA MIDODASHVILI

Department of Mathematics, Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

kharibegashvili@yahoo.com

Department of Mathematics and Computer Science, Gori University, Gori, Georgia

bidmid@hotmail.com

Some nonlocal problems for a class of second order strictly hyperbolic systems in the plane strip are considered in weight functional spaces. With the help of the structure of solutions of hyperbolic systems and using the methods of complex analysis there are found conditions for weight powers of functional spaces which provide the correctness of the problems under consideration.

On Some Finite Difference Schemes for the oxy-Symmetric Problem

NINO KHATIASHVILI* , OMAR KOMURJISHVILI,

ZURAB KUCHAVA AND VLADIMER AKHOBADZE

I. Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv. Javakhishvili Tbilisi State University,

ninakhat@yahoo.com

The paper deals with the finite-difference schemes for the oxy-symmetric problem arising in hydrodynamics. For example the shock-type motion of the ellipsoidal body (erythrocyte) in the narrow capillary [1]. This problem is reduced to the two-dimensional Dirichlet problem for the elliptic equation in the rectangle. In the area G, $\overline{G}=\{-a_1\le x_1'\le a_1,\quad 0\le x_2'\le a_2\}$, $\overline{G}=G+\Gamma$, where $\gamma(x')$ is the bounded function, we consider the following problem

$$Lu=\Delta u-\gamma(x_1',x_2')\left(\frac{\partial u}{\partial x_2'}-\frac{\partial u}{\partial x_1'}\right)=f(x_1',x_2'),\quad x'=(x_1',x_2')\in G,\quad u=0,\quad x'\in\Gamma\ . \tag{1}$$

In terms of new variables $x_1'=a_1x_1,\quad x_2'=a_2x_2$, (1) takes the form

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}+\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}-\gamma(a_1x_1,a_2x_2)\left(\frac{a_1^2}{a_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}-a_1\frac{\partial u}{\partial x_1}\right)=a_1^2 f(a_1x_1,a_2x_2)\ . \tag{2}$$

Let us introduce the net $\overline{\omega_h}=\omega_h+\Gamma_h$ with steps $h_1=2/N_2$, $h_2=1/N_2$, where $\omega_h=\{x=(x_1,x_2)=(-1+ih_1,jh_2),\quad i=1,\dots,(N_1-1);\ j=1,\dots,(N_2-1)\},-1\le x_1\le 1\quad 0\le x_2\le 1$, Γ_h is the boundary of net. We admit $N_1=2N_2=N\quad (i=1,\dots,N-1;\ j=1,\dots,N/2-1)$. We can consider iteration process as two or three layered scheme for non-stationary problem. So we can write down two new iteration schemes. One of which we called "σ" parameterization and the second with the changeable direction. This methods were considered in [2] for linear case. The first scheme is of the form

$$-(\sigma/2)\sigma\left(y^{k+1}-2y^{k}+y^{k-1}\right)_{x_1\bar{x}_1}=y^{k}_{x_1\bar{x}_1}+(a_1/a_2)^2 y^{k}_{x_2\bar{x}_2}-\gamma_{ij}a_2^1\left((1/a_2)y^{k}_{\overset{0}{x}_2}-(1/a_1)y^{k}_{\overset{0}{x}_1}\right)+a_1^2 f_{ij},$$

and the second scheme in coordinates is

$$\tau^{(m)}_{k+1}\left((1/h_1^2)+\gamma_{ij}(a_1\alpha_1/2h_1)\right)A_m^{k+\frac{m}{2}}(i,j)-\left(1+\tau^{(1)}_{k+1}(1/h_1^2)\right)y_{i,j}^{k+\frac{m}{2}}+\tau^{(1)}_{k+1}\left((1/h_1^2)-\gamma_{ij}(a_1\alpha_1/2h_1)\right)B_m^{k+\frac{m}{2}}(i,j)=\phi_m,$$

where $A_1^{k+1/2}(i,j)=y^k_{i-1,j}$; $A_2^{k+1}(i,j)=y^k_{i,j-1}$; $B_1^{k+1/2}(i,j)=y^k_{i+1,j}$; $B_2^{k+1}(i,j)=y^k_{i,j+1}$; $m=1,2$. ϕ_m are given by the finite difference scheme.

References

1. John K.J. Dynamics of the vascular system series on Bioengineering, Series on Bioengineering, World-Scientific, Vol. 1, 2006.
2. Komurjishvili O. Finite difference schemes for solving multidimensional equations of the second order, JCM, 2007, N6, Vol.47, pp.936—943.

Some Problems of Wave Motion of Water

NINO CHECHELASHVILI

Department of Mathematics, Georgian Technical University, Tbilisi, Georgia

ninachech@mail.ru

Analytical solution of boundary value problems which are connected with wave motion of water in reservoirs with variable depth and width are constructed explicitly. The motion is described by the following system of differential equations:

$$B(x)\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(B(x)H(x)V(x,t)\right)=HU(x,t),$$

$$\frac{\partial V(x,t)}{\partial t}=-g\frac{\partial h}{\partial x},$$

where $B(x)$ and $H(x)$ are width and depth of reservoirs, U and V are components of the velocity vector, and $h=-\frac{1}{g}\frac{\partial \phi}{\partial t}$.

Initial and boundary conditions for the problem read as:

$$\varphi=\frac{\partial\varphi}{\partial t}=0, \text{ for } t=0, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial x}\Big|_{x=0,\,L}=0.$$

The above boundary value problem has an analytical solution for the given width $B(x)=B_0\exp(Sx)$, and depth as quadratic parabola

$$H(x)=\left(\sqrt{H_0}-\frac{\sqrt{H_0}-\sqrt{H_1}}{1-e^{-SL}}+\frac{\sqrt{H_0}-\sqrt{H_1}}{1-e^{-SL}}e^{-Sx}\right)^2.$$

Obtained solution gives us possibility to analyze wave picture and to establish influence of the geometric characteristics on parameters of waves.

უწყვეტ ტანთა მექანიკა

MECHANICS OF CONTINUA

A Contact Problem for Piecewise Homogeneous Elastic Orthotropic Plate

REVAZ BANTSURI AND NUGZAR SHAVLAKADZE*

A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

Rebant@rmi.acnet.ge

A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

nusha@rmi.acnet.ge

We consider a compound elastic plate, as unbounded elastic medium consisting of two different orthotropic half-planes (Rez>0 and Rez<0). On the boundary line the following condition

$$\sigma_x^{(1)} = \sigma_x^{(2)}, \qquad \tau_{xy}^{(1)} = \tau_{xy}^{(2)}, \qquad u_1 = u_2, \qquad v_1 = v_2$$

are satisfied.

In the conditions of the plane deformation, the plate is assumed to be strengthened along a segment of Ox-axis by an inclusion of variable rigidity. The inclusion is loaded by tangential forces of intensity $\tau_0(x)$.

The differential equation of equilibrium of the inclusion elements has the form:

$$\frac{du_0(x)}{dx} = \frac{1}{E(x)}\{P_0 - \int_0^x [\tau_1(t) - \tau_0(t)]dt\}, \qquad x \in (0,1),$$

where $\tau_1(x)$ is an unknown contact stress caused by interaction of the inclusion and the plate, satisfying the following condition of equilibrium of the inclusion:

$$\int_0^1 [\tau_1(t) - \tau_0(t)]dt = P_0$$

E(x) is rigidity of the inclusion, P_0 is the unknown axial stress at the point $x = 0$.

The problem is studied by determination of contact stresses and established behavior of these stresses at the ends of the elastic inclusion.

Using the methods of boundary value problems of the theory of analytical functions, the problem is reduced to a singular integral differential equation. By the Fourier integral transformation we will get a boundary value problem of the theory of analytical functions (problem of conjugation, problem of Karleman type), whose solution can be represented in an explicit form.

On Geometrically Nonlinear and Non-Shallow Cylindrical Shells

BAKUR GULUA

I. Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

bak.gulua@gmail.com

The purpose of this paper is to consider the geometrically nonlinear and non-shallow cylindrical shells. The components of the deformation tensor have the following form:

$$e_{ij} = \frac{1}{2}\left(\vec{R}_j \partial_i \vec{u} + \vec{R}_i \partial_j \vec{u} + \partial^k \vec{u} \partial_k \vec{u}\right),$$

where $\vec{R}_i$ are covariant basis vectors, $\vec{u}$ is the displacement vector.

By means of I. Vekua method the systems of two-dimensional equations are obtained. Using the method of the small parameter, approximate solutions of these equations are constructed. The small parameter $\varepsilon = h / R$, where $2h$ is the thickness of the shell, R is the radius of the middle surface of the cylinder. A concrete problem is solved, when components of external forces are constants.

Equation of Anisotropic Elasticity on a Hypersurface

ROLAND DUDUCHAVA

Andrea Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

dudu@rmi.acnet.ge

The report applies a calculus of boundary value problems (BVP's) for partial differential equations (PDE's) on hypersurfaces in $\mathbb{R}^n$ to the equation of anisotropic elasticity.

In the present investigation we apply the approach which allows to represent the most basic partial differential operators (PDO's), as well as their associated boundary value problems, on a hypersurface $\mathcal{S}$ in $\mathbb{R}^n$, in global form, in terms of the standard spatial coordinates in $\mathbb{R}^n$. It turns out that a convenient way to carry out this program is by employing the so-called Günter's derivatives, the column of surface gradient

$$\mathcal{D} := (\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, ..., \mathcal{D}_n)^\top, \tag{1}$$

introduced by N. Günter and applied in many investigations by V. Kupradze, M. Bashaleishvili, D. Natroshvili, U. Massari, M. Miranda, etc. The first-order differential operator $\mathcal{D}_j$ is the directional derivative along $\pi_{\mathcal{S}} e_j$, where $\pi_{\mathcal{S}} : \mathbb{R}^n \to T\mathcal{S}$ is the orthogonal projection onto the tangent plane to $\mathcal{S}$ and, as usual, $e_j = (\delta_{jk})_{1\leq k\leq n} \in \mathbb{R}^n$, with δ_{jk} denoting the Kronecker symbol (j,k=1,…,n). The operator $\mathcal{D}$ is globally defined on $\mathcal{S}$. $\mathcal{D}^{\mathcal{S}}_j := \pi_{\mathcal{S}}\mathcal{D}_j$ denote the covariant derivatives.

A similar approach, based on the principle that, at equilibrium, the displacement minimizes the potential energy, leads to the derivation of the equation for the elastic hypersurface (see the paper R. Duduchava, D. Mitrea & M. Mitrea 2005 for the isotropic case). In particular, we consider the total free (elastic) energy

$$\mathcal{E}[\mathbf{U}] := \int_{\mathcal{S}} E(y, \mathcal{D}^{\mathcal{S}}\mathbf{U}(y))\, dS, \quad \mathcal{D}^{\mathcal{S}}\mathbf{U} := \left[(\mathcal{D}^{\mathcal{S}}_j\mathbf{U})^0_k\right]_{n\times n}, \tag{2}$$

defined for all tangent vector fields $\mathbf{U} \in \mathcal{V}(\mathcal{S})$ (Koiter's model). As always, equilibria states correspond to minimizers of the above variational integral. By this approach the deformation (strain) tensor turns out to be

$$\mathbf{Def}_{\mathcal{S}} := \left[\mathfrak{D}_{jk}\right]_{3\times 3}, \quad \mathfrak{D}_{jk}\mathbf{U} := \frac{1}{2}\Big[\big(\mathcal{D}^{\mathcal{S}}_k\mathbf{U}\big)_j + \big(\mathcal{D}^{\mathcal{S}}_j\mathbf{U}\big)_k\Big] \quad \forall\, j,k = 1,2,3. \tag{3}$$

and the Euler-Lagrange equation associated with the energy functional (**??**) for a linear anisotropic elastic medium, reads

$$\mathbf{A}_{\mathcal{S}}(t, \mathcal{D})\mathbf{U} = \mathbf{Def}^*_{\mathcal{S}}\mathbb{T}\,\mathbf{Def}_{\mathcal{S}}\mathbf{U}, \qquad \mathbb{T} := \left[c_{ijk\ell}\right]^3_{ijk\ell=1} \tag{4}$$

for $\mathbf{U} \in \mathcal{V}(\mathcal{S})$. Here $\mathbb{T}$ is the elasticity tensor which is positive definite and has the standard symmetry properties $c_{ijk\ell} = c_{k\ell ij} = c_{ij\ell k}$.

Let $\mathcal{C}$ be a smooth open hypersurface with the smooth boundary $\Gamma := \partial\mathcal{S}$. We consider the standard Dirichlet (when the displacements are prescribed on Γ) and Neumann (when the stresses are prescribed on Γ) boundary value problems and prove solvability results for them.

ჰიდროდინამიკური დინება პერიოდულ სასაზღვრო ფენში ცვლადი გაჟონვისა და ცვლადი გამტარებლობის შემთხვევაში

ნ. კობაძე, ხ. მშვენიერაძე

თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

atinatia@gmail.com   xatuni@ gmail.com

ნაშრომში შესწავლილია უსასრულო ჰორიზონტალური ფოროვანი ფირფიტის არასტაციონარული გარსდენა გამტარი ხარისხოვანი ბლანტი სითხით, როდესაც ფირფიტაში ხდება გაჟონვა

$$v = v_0\left(1+\varepsilon e^{i\omega t}\right) \tag{1}$$

კანონით, ხოლო გამტარებლობის კოეფიციენტი მოიცემა შემდეგი სახით:

$$\sigma = \sigma_0\left(1-\varepsilon e^{i\omega t}\frac{u}{u_\infty}\right). \tag{2}$$

სასაზღვრო ფენის განტოლებას აქვს

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v_0\left(1+\varepsilon A e^{i\omega t}\right)\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u_\infty}{\partial t} + v\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\sigma B_0^2}{\rho}\left[a\left(u-u_\infty\right) - b\left(\left(u_\infty - \varepsilon e^{i\omega t}\right)\frac{u}{u_\infty} - u_\infty\right)\right],$$

სახე, სადაც

1. თუ $a=1$ და $b=0$, გვექნება შემთხვევა, როდესაც $\sigma=\sigma_0=\sigma_\infty=\mathrm{const}$;
2. თუ $a=0$ და $b=1$, გვექნება ცვლადი გამტარებლობის შემთხვევა, რომელიც მოიცემა (2) ფორმულით.

სითხის სიჩქარე აკმაყოფილებს შემდეგ სასაზღვრო პირობებს:

$$u=0,\ \text{როცა}\ \ y=0;$$
$$u=\infty,\ \text{როცა}\ \ y\to\infty.$$

ამონახსნს ვეძებთ უგანზომილებო სიდიდეებში შემდეგი სახით:

$$u = 1+\varepsilon e^{i\omega t} - f_1(y) - \varepsilon e^{i\omega t} f_2(y);$$
$$u_\infty = 1+\varepsilon e^{i\omega t}.$$

და მისთვის მიიღება

$$u(y,t) = 1+\varepsilon e^{i\omega t} - e^{-\alpha y} - \varepsilon e^{i\omega t}\left[(1-C)e^{-\beta y} - CF_1(y)\right]$$

გამოსახულება, სადაც α, β და C საწყისი პირობებიდან განსაზღვრული მუდმივი სიდიდეებია.

ხახუნის კოეფიციენტისთვის მიღებულია შემდეგი გამოსახულება

$$\tau_0 = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = \alpha - \varepsilon e^{i\omega t}\left[\beta(1-C) - \alpha C\left(1+\frac{Mb}{4}\right)\right].$$

რხევითი მოძრაობის სიხშირის, ამპლიტუდისა და β კოეფიციენტის ცვლილებით შესაძლოა, იმართოს დინება და ზედაპირული ხახუნი.

Пульсационное течение и теплопередача проводящей жидкости в пористом канале с учётом внешнего магнитного поля

Н. КОБАДЗЕ, Х. МШВЕНИЕРАДЗЕ

Тбилисский государственный университет

atinatia@gmail.com, xatuni@ gmail.com

Рассмотрено пульсирующее течение и теплопередача несжимаемой электропроводящей жидкости в пористом канале, при наличии внешнего магнитного поля. Стенки канала движутся со скоростью W_1 и $W_2 e^{i\omega t}$. Для градиента давления допущено, что

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = a + be^{iwt}.$$

Уравнения скорости, температуры и граничные условия, соответственно, имеют вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - v_w \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + v\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} u;$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - v_w \frac{\partial T}{\partial y} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2;$$

$$u(0;t) = w_1,\ u(h;t) = w_2 e^{i\omega t},$$

$$T(0;t) = \vartheta_1,\ T(h;t) = \vartheta_2 e^{i\omega t},$$

где v_w скорость отсоса.

Решение найдено в виде

$$u(y;t) = u_1(y) + u_2(y)e^{i\omega t},$$

$$T(y;t) = T_1(y)e^{i\omega t} + T_2(y)e^{i\omega t} + T_3(y)e^{2i\omega t},$$

где u_1, u_2, T_1, T_2, T_3 определяются явным образом в виде показательных функций.

Вычислены все физические характеристики течения и передачи.

On the Vekua-Bitsadze Complex Representations in the Theory of Shells

TENGIZ MEUNARGIA

I. Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

tengiz.meunargia@viam.sci.tsu.ge

By means of I. Vekua method the system of three-dimensional differential equations of elasticity are reduced to the infinite system of two-dimensional ones for the nonlinear theory of non-shallow shells. Then using the method of a small parameter for any approximation of order N the complex representations of Vekua-Bitsadze type of the general solutions are obtained. By means of these representations basic boundary value problems are considered.

დრეკად ნარევთა ბრტყელი თეორიის შერეული ამოცანის ამოხსნა სიმეტრიის ღერძის მქონე მრავლადბმული არისათვის ნაწილობრივ უცნობი საზღვრით

Კ. ᲡᲕᲐᲜᲐᲫᲔ

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისი, საქართველო

ნაშრომში გამოკვლეულია დრეკად ნარევთა ბრტყელი თეორიის შერეული ამოცანა მრავლადბმული D არისათვის, რომელიც წარმოადგენს ხუთი უცნობი ხვრელით შესუსტებულ კვადრატს, რომელთაგან ოთხი ხვრელი ტოლია და სიმეტრიულია მოპირდაპირე გვერდების შუა წერტილების შემაერთებელი მონაკვეთების მიმართ. მეხუთე ხვრელი შეიცავს გადაკვეთის წერტილს და სიმეტრიულია ამ მონაკვეთებისა და კოორდინატთა ღერძების მიმართ. კვადრატის წვეროები მდებარეობენ კოორდინატთა ღერძებზე და მათი მიდამოები ამოჭრილია კოორდინატთა ღერძების სიმეტრიული ტოლი სიდიდის გლუვი რკალებით.

საზღვრის წრფივ მონაკვეთებზე მოდებულია აბსოლუტურად გლუვი მყარი შტამპები სწორხაზოვანი ფუძეებით, რომლებზეც მოდებულია ძალა $P=(P_1, P_2)^T$. საძიებელი თანაბრადმტკიცე საზღვრის ნაწილები თავისუფალნი არიან გარეშე ზემოქმედებისაგან.

ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის მეთოდების გამოყენებით განისაზღვრება საზღვრის თანაბრადმტკიცე ნაწილები და სხეულის დაძაბული მდგომარეობა.

On Oscillatory Modes in Viscous Heat-Conducting Fluids Between Two Heated Cylinders

L. SHAPAKIDZE

A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

luiza@rmi.acnet.ge

The oscillatory modes arising after the loss of stability of viscous heat-conducting flow between two rotating heated cylinders with radial flow and radial temperature gradient are investigated. Temperatures of the cylinders are supposed different. The problem is reduced to the investigation of an autonomous dynamical fourth-order nonlinear system whose coefficients can be found numerically by integrating the series of linear boundary value problems for systems of linear ordinary differential equations.

Применение метода Слёзкина-Тарга для приближённого решения пограничного слоя проводящей жидкости с переменным коэффициентом проводимости

ДЖ. ШАРИКАДЗЕ

Институт прикладной математики им. И. Векуа Тбилисского университета

nia_sharikadze@yahoo.com

Для приближённого решения уравнения пограничного слоя проводящей жидкости

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=u_\infty\frac{du_\infty}{d\partial x}+v\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\sigma_0 B_0^2}{\rho}\left[a(u_\infty-u)-b\left(1-\frac{u}{u_\infty}\right)\right].$$

при $a=1$, $b=0$, $\sigma=\sigma_\infty=\sigma_0=const$,

при $a=0$, $b=1$, $\sigma=\sigma_0\left(1-\dfrac{u}{u_\infty}\right)$, $\sigma_\infty=0$,

где σ - коэффициент проводимости жидкости, используется метод Слёзкина-Тарга, где искомая скорость в пограничном слое выбирается в виде

$$u(x,y)=A_0+A_1 y+A_2 y^2 A_2 y^2,$$

коэффициенты A_0, A_1, A_2 вычисляются из основных и дополнительных граничных условий, вытекающих из уравнения движения:

$$\text{при } y=0,\ u=0,\ v\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=-u_\infty\frac{du_\infty}{d\partial x}-\frac{\sigma_0 B_0^2}{\rho}au_\infty,\ v\frac{\partial^3 u}{\partial y^3}=-\frac{(a+b)\left(\sigma_0 B_0^2\right)}{\rho}\frac{\partial u}{\partial y},$$

$$\text{при } y=\delta(x),\ \frac{\partial v}{\partial y}=0,\ \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}=0.$$

Найдены все физические характеристики пограничного слоя проводящей жидкости.

Cylindrical Bending of Cusped Reisner-Mindlin Plates [1]

NATALIA CHINCHALADZE

I.Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

email:natalia.chinchaladze@tsu.ge

By cylindrical bending the governing equations for cusped Reisner-Mindlin plates have the following form

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\left[D(x_2)(1-\nu)\theta_{1,2}(x_2)\right]_{,2} - \frac{Eh(x_2)}{1+\nu}\theta_1(x_2) - q_1(x_2) = 0,\\
&\left[D(x_2)\theta_{2,2}(x_2)\right]_{,2} - \frac{Eh(x_2)}{1+\nu}\left[\theta_2(x_2) - u_{3,2}(x_2)\right] - q_2(x_2) = 0,\\
&\left[\frac{Eh(x_2)}{1+\nu}(\theta_2(x_2) - u_{3,2}(x_2)\right]_{,2} - q_3(x_2) = 0,
\end{aligned}$$

where $\theta_\alpha := u_{3,\alpha}(x_2) - \varphi_\alpha(x_2)$, $\alpha = 1,2$; $u_3(x_2)$ and $\varphi_\alpha(x_2)$ are unknown functions; $u_3(x_2)$ is the deflection of the plate; indices after comma means differentiations with respect variables; E is an Young's modulus; ν is a Poison's ratio; q_i, $i = 1,2,3$, is a load; $D(x_2)$ is a flexural rigidity of the plate. In general,

$$D(x_2) := \frac{2Eh^3(x_2)}{3(1-\sigma^2)}.$$

Let the thickness of the plate is given by the relation

$$2h(x_2) = h_0 x_2^{\kappa_1/3}(l - x_2)^{\kappa_2/3}, \quad h_0, l, \kappa_1, \kappa_2 = const > 0,$$

where l is a length of the plate.

Since the thickness of the plate vanishes on the boundary, the above plate of variable thickness is called a cusped plate. The setting of the boundary conditions depends on the geometry of sharpening of cusped edges.

[1] Research supported by the INTAS-South-Caucasus Programme (project 06-1000017-8886)

ТЕПЛООБМЕН В КОЛЬЦЕВОМ МГД КАНАЛЕ ПРИ КОНЕЧНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ МАГНИТНОГО ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА

В. Н. ЦУЦКИРИДЗЕ, Л. А. ДЖИКИДЗЕ

Грузинский технический университет, Тбилиси, ГРУЗИЯ

b.tsutskiridze@mail.ru

Работы по теплообменным процессом в каналах МГД систем при воздействии неоднородных магнитных полей в настоящее время практически отсутствует. Обычно рассматривается полностью развитый режим теплообмена; в некоторых работах по развитию теплообмена задача решается или при заданном скоростном профиле (однородном, параболическом или гартмановском) или совместно с развитием течения.

В настоящей работе представлены результаты расчетов теплообмена в кольцевом МГД канале при воздействии неоднородного магнитного поля с учетом индуцированного текущим в жидкости электрическими токами магнитного поля (при конечних значениях магнитного числа Рейнольдса). Как известно, цилиндрические поверхности являюся наиболее распространенными теплообменными поверхностями. Внешнее магнитное поле создается цилиндрическим двухсторонним ферромагнитным индуктором, наружный магнитопровод которого содержит токовую нагрузку $\left|z < c_1\right|$, $r = r_2 + d$. Магнитное поле такой системы аксиально симметрично, неоднородно по радиусу и по z и знакопеременно (меняет знак при переходе через сечение $z = 0$). В рабочем пространстве индуктора расположен кольцевой канал с изоляционными стенками. Хотя физические свойств среды (плотность, электропроводность, коэффициенты вязкости и теплопроводности) сильно зависять от ее температуры, для выделения влияния неоднородности магнитного поля на теплообмен на первом этапе этой зависимостью целесообразно пренебречь. При таком допущении магнитогидродинамическая и тепловая части задачи разделются.

სენ-ვენანის ამოცანები მრავალშრიანი კონფოკალური ელიფსური მილისათვის

გ. ხატიაშვილი

ნ. მუსხელიშვილის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი,
თბილისი, საქართველო

ჩვენ განვიხილავთ სათაურში მითითებულ ამოცანებს მრავალშრიანი N კონფოკალური ელიფსური მილისათვის, რომელთაც $\Omega_1, \Omega_2 \ldots \Omega_N$ არეები უკავიათ. იგულისხმება, რომ სხვადასხვა მასალას აქვს პუასონის იდენტური, ერთიდაიგივე კოეფიციენტი, ე.ი. $\nu = \nu_1 = \nu_2 = \ldots = \nu_N$, მაგრამ გრეხის ამოცანაში ეს შეზღუდვები მოხსნილია, ე.ი. დრეკადი ყველა მუდმივი არის სხვადასხვა.

უნდა შევნიშნოთ, რომ მიღებული განტოლებების დეტერმინანტები გამოითვლება ცხადად.

ყველა ამოცანის ამოხსნა ფაბერის პოლინომებში მიღებულია ჩაკეტილი სახით.

On the Solution of Spatial Axi-Symmetric with Partially Unknown Boundaries Problems of the Theory of Jet Flows

TSITSKISHVILI A.*, TSITSKISHVILI Z. **, AND TSITSKISHVILI R.***

* A. Razmadze Mathematical Institute

tsitsi@rmi.acnet.ge

** Geiorgian Technical University

***Caucosus University, Tbilisi, Georgia

In this work we present a general mathematical method of solution of spatial axially symmetric stationary with partially unknown boundaries problems of the theory of jet flows, in particular, we consider spatial axially symmetric jet flows.

Cusped Shells, Plates, and Beams

GEORGE JAIANI

I.Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

george.jaiani@gmail.com, george.jaiani@viam.sci.tsu.ge

The paper gives an up-dated survey of results concerning cusped shells, plates, and beams. The importance of investigation of such bodies both in theoretical and practical points of view was pointed out by I. Vekua in the early fifties of the last century. At that time the study of degenerate partial differential equations and systems was in full swing and it was interesting to find a mechanical (physical) interpretations of the so-called E (M. Keldysh) problem and of weighted boundary value problems. The cusped shells, plates, and beams considered as three-dimensional objects occupy, in general, non-Lipschitz three-dimensional domains and smoothness of coefficients of the corresponding degenerate differential equations and systems are not satisfactory to apply general theories of degenerate differential equations and systems. Therefore, to carry out either additional or special researches are unavoidable. First works in this direction belong to E. Makhover, S. Mikhlin, A. Khvoles, and G. Jaiani. During many decades G. Jaiani devoted his works to systematic studies in this field. In cooperation with him or under his influence G. Tsiskarishvili, N. Khomasuridze, G. Devdariani, N. Chinchaladze, D. Natroshvili, S. Kharibegashvili, W. Wendland, A. Kufner, B.-W. Shulze, D. Gordeziani, G. and M. Avalishvili, and R. P. Gilbert have also contributed to this direction. Some problems for the particular case of power type cusped beams are investigated by S. G. Usunov, S. Naguleswaran, and N. Shavlakadze. It can be stated that at present we have the theory of cusped shells, plates, and beams but with a lot of open problems. The open problems will be discussed in this paper as well. For previous surveys see [1] and introductions in [2-7].

Acknowledgement. Some works of the speaker included in the present survey were supported by the NATO Science Fellowship Programme (fellowship number: 25/C/01/CZ); Max-Plank Gesellschaft; DAAD, and DFG awards; NATO-CNR fellowship; NATO Science Programme (PST.CLG.976426/5437); GRDF/CRDF Georgian-U.S. Bilateral Grants Program III (GEP1-3339-TB-06); INTAS South Caucasian Republics 2006 - Research Project (06-100017-8886); Georgian National Science Foundation Project (GNSF/ST06/3-035).

References

1. Jaiani, G.V.: Elastic bodies with non-smooth boundaries--cusped plates and shells. ZAMM, 1996, 76 (2), 117-120
2. Jaiani, G.: On a mathematical model of bars with variable rectangular cross-sections. ZAMM, 2001, 81 (3), 147-173.
3. Jaiani, G.: Theory of Cusped Euler-Bernoulli Beams and Kirchhof-Love Plates. Lecture Notes of TICMI, 2002, 3, 132 p.
4. Jaiani, G.V., Kharibegashvili, S.S., Natroshvili, D.G., Wendland, W.L.: Two-dimensional hierarchical models for prismatic shells with thickness vanishing at the boundary. Journal of Elasticity, 2004, 77 (2), 95-122
5. Jaiani, G.V., Kufner, A.: Oscillation of cusped Euler-Bernoulli beams and Kirchhoff-Love plates. Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 2006, 35 (1), 7-53
6. Jaiani, G.V., Schulze, B.-W., Some degenerate elliptic systems and applications to cusped plates. Mathematische Nachrichten, 2007, 280 (4), 388-407
7. Chinchaladze, N., Gilbert, R., Jaiani, G., Kharibegashvili, S., Natroshvili, D.: Existence and uniqueness theorems for cusped prismatic shells in the N-th hierarchical model. Mathematical Methods in Applied Sciences, 2008, 31 (11), 1345-1367.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА МГД-ТЕЧЕНИЯ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ДВУМЯ ВРАЩАЮЩИМИСЯ БЕСКОНЕЧНЫМИ ПОРИСТЫМИ ДИСКАМИ ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ

Л.А.ДЖИКИДЗЕ, В.Н.ЦУЦКИРИДЗЕ

Грузинский Технический Университет, Тбилиси, Грузия

levanjikidze@yahoo.com

Исследовано нестационарное магнитогидродинамическое течение проводящей жидкости между двумя параллельными пористыми дисками, когда коэффициент электропроводности является функцией времени вида

$$\sigma = \sigma_0 (1 + \varepsilon A e^{i\omega t}),$$

где ε-малый параметр и перпендикулярно дискам приложено однородное магнитное поле.

To Fundamental Systems of Equations of Continuum Mechanics, its Application for Constructing, Justifying, and Numerical Solving of Some 2D New Mathematical Models

TAMAZ S. VASHAKMADZE

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Tbilisi, Georgia

tamazvashakmadze@yahoo.com

A dynamical system of partial differential equations which is 3D with respect to spatial coordinates and contains as a particular case both: *Navier-Stokes* equations and the nonlinear systems of PDEs of the elasticity theory is proposed.

In the second part using the above uniform expansion there are created and justified new 2D with respect to spatial coordinates nonlinear dynamical mathematical models of *von Kármán-Mindlin-Reissner (KMR)* type for anisotropic porous, piezo, viscous elastic prismatic shells. *Truesdell-Ciarlet* problem (even in case of isotropic elastic plates) about physical soundness with respect to *von Kármán* system is solved. There is found also new dynamical summand $\partial_{tt}\Delta\Phi$ (Φ is Airy stress function) to another equation of *von Kármán* type systems. Thus, the corresponding systems in this case contain *Rayleigh-Lamb* wave processes not only in the vertical, but also in the horizontal direction. For comlpleteness we also introduce 2D *Kirchhoff-Mindlin-Reissner* type models for elastic plates of variable thickness.

Then if KMR type systems are 1D with respect to spatial coordinates at first part for numerical solution of corresponding initial-boundary value problems, we consider the finite-element method using new class of B-type splain-functions. The exactness of such schemes depends from differential properties of unknown solutions: it has an arbitrary order of accuracy with respect to a mesh width in case of sufficiently smooth functions and *Sard* type best coefficients, characterizing remainder proximate members on less smooth class of admissible solutions.

Corresponding dynamical systems represent evolutionary equations for which the methods of harmonic analyses are nonapplicable. In this connection for Cauchy problem we suggest new schemes having arbitrary order of accuracy which are based on Gauss-Hermite processes. These processes are new even for ordinary differential equations.

ალბათობის თეორია და სტატისტიკა

PROBABILITY AND STATISTICS

Об оценке логарифмической производной распределения случайного процесса наблюдаемого под Винеровским шумом

БАБИЛУА П., НАДАРАЯ Э.*, СОХАДЗЕ Г.

Тбилисский Государственный Университет им. И. Джавахишвили, Тбилиси

e-mail: giasokhi1@i.ua, elizbar.nadaraya@tsu.ge, p_babilua@yahoo.com

Пусть $X_t^1, X_t^2, \ldots, X_t^n$ выборка траекторий случайного процесса

$$X_t = Y_t + W_t,$$

где W_t стандартный Винеровский процесс на $[0,1]$, Y_t непрерывный случайный процесс, независящий от W_t. Пусть μ_Y распределение Y_t в пространстве $C[0,1]$. Кроме того, предположим, что μ_t обладает логарифмическим производным $\rho(x,h)$ вдоль $h \in C[0,1]$.

Наша задача – построить состоятельную оценку $\rho(x,h)$ по наблюдениям $X_t^1, X_t^2, \ldots, X_t^n$. Разобем $[0,1]$ точками $0 = t_0 < t_1 < \cdots < t_n < t_{n+1} = 1$ так, чтобы $\max_j (t_{j+1} - t_j) \to 0$. Обозначим $X^n = (X_{t_1}, X_{t_2}, \ldots, X_{t_n})$, $Y^n = (Y_{t_1}, Y_{t_2}, \ldots, Y_{t_n})$, $W^n = (W_{t_1}, W_{t_2}, \ldots, W_{t_n})$ и рассмотрим сумму $X^n = Y^n + W^n$. Так как это конечномерное равенство, то для соответствующих плотностей можно написать:

$$p_X(x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{\sqrt{\pi^n t_1 (t_2 - t_1) \cdots (t_n - t_{n-1})}} \times$$

$$\times \int_{E_n} p_Y(x_1 - y_1, \ldots, x_n - y_n) \exp\left\{ -\frac{y_1^2}{t_1} - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{(y_{j+1} - y_j)^2}{t_{j+1} - t_j} \right\} dy_n \cdots dy_1 .$$

К этому преобразованию можно применить формулу обращения из работы [1]. Получим

$$p_Y(y_1, y_2, \ldots, y_n) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_{n-1}=0}^{\infty} \sum_{k_n=0}^{\infty} (-1)^{k_1 + k_2 + \cdots + k_{n-1} + k_n} \left(\frac{\partial}{\partial y_1} + \frac{\partial}{\partial y_2} + \cdots + \frac{\partial}{\partial y_{n-1}} + \frac{\partial}{\partial y_n} \right)^{2k_1} \left(\frac{\partial}{\partial y_2} + \right.$$

$$\left. + \cdots + \frac{\partial}{\partial y_{n-1}} + \frac{\partial}{\partial y_n} \right)^{2k_2} \cdots \left(\frac{\partial}{\partial y_{n-1}} + \frac{\partial}{\partial y_n} \right)^{2k_{n-1}} \left(\frac{\partial}{\partial y_n} \right)^{2k_n} p_X(y_1, \ldots, y_n) \frac{t_1^{k_1} (t_2 - t_1)^{k_2} \cdots (t_n - t_{n-1})^{k_n}}{2^{2(k_1 + \cdots + k_n)} k_1! \cdots k_n!} .$$

Исходя из этой формулы можем написать логарифмическую производную в конечномерном пространстве. В таком случае

$$\rho_n(x_n, h_n) = \frac{(grad p_{Y_n}(x_n), h_n)}{p_{Y_n}(x_n)},$$

где $(\cdot\,,\cdot)$ - скалярное произведение в E_n. Для оценки применяем ядерную технику непараметрического оценивания (см. [2]).

Для обоснования предельной процедуры применяем результаты работы [3].

Литература

1. Babilua P., Nadaraya E., Shatashvili A., Sokhadze G. On one property pf the Wiener integral and its statistical application. *Random Operators & Stochastic Equations*, **17** (2009), 173-187.

2. Nadaraya E. Nonparametric estimation of probability densities and regression curves. *Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht*, 1989.

3. Nadaraya E. A., Sokhadze G. A. On the statistical estimations of a logarithmical derivative of probability distribution in Hilbert space. *Georgian Math. J.* (to appear).

On Some Goodness-of-fit Tests Based on Estimates of Kernel Type Distribution Densities

P. BABILUA, E. NADARAYA, AND G. SOKHADZE

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

p_babilua@yahoo.com, elizbar.nadaraya@tsu.ge, giasokhi1@i.ua

Let $X_1, X_2, \dots, X_n$ be a sequence of independent equally distributed random values having a distribution density $f(x)$. Using the sampling $X_1, X_2, \dots, X_n$, it is required to check the hypothesis $H_0: \ f(x) = f_0(x)$. Here we consider the test of the hypothesis H_0 based on the statistic $U_n = na_n^{-1} \int (f_n(x) - f_0(x))^2 r(x)\,dx$, where $f_n(x)$ is the recurrent Wolverton–Wagner kernel estimate of the probability density defined by

$$f_n(x) = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} a_i K(a_i(x - X_i)),$$

where $\{a_i\}$ is an increasing sequence of positive integers tending to infinity, $r(x) \in R$ (R is the set of non-negative, bounded and piecewise-continuous functions at $(-\infty, +\infty)$), $K(x) \in H = \{h: \ h(x) \geq 0, \ \sup\limits_{x \in (-\infty,+\infty)} h(x) < \infty, \ \int h(x)\,dx = 1, \ x^2 h(x) \in L_1(-\infty, +\infty), \ h_0(ux) \geq h_0(x)$ for all $u \in [0,1]$ and for all $x \in (-\infty, +\infty), \ h_0 = h * h; \ *$ is the convolution operator$\}$.

Let us introduce into consideration the sequence of alternatives of the form ([1], [2]):

$$H_1: \ f_1(x) = f_0(x) + \alpha_n \varphi\Big(\frac{x - \ell}{\gamma_n}\Big) + o(\alpha_n \gamma_n),$$

where $\alpha \downarrow 0$, $\gamma_n \downarrow 0$, ℓ is the fixed point of continuity $r(x)$ and $r(l) \neq 0$.

Theorem. *Let $K(x) \in H$ and $K_0(x) \in F$ (F is the set of densities having bounded derivatives up to second order), $f_0(x) \in F$, $\varphi(x) \in F$. If $a_n = n^{\delta}$, $\alpha_n = n^{-\alpha}$, $\gamma_n = n^{-\beta}$ and also $\delta/2 = 1 - 2\alpha - \beta$, $\alpha + \beta > 1/2$, $2/9 < \delta \leq 1/2$, $\beta < 0,9\delta$, $\alpha < 2\delta$, then*

$$P_{H_1}\{U_n \geq \lambda_n(\alpha)\} \longrightarrow 1 - \Phi\Big(\varepsilon_\alpha - \frac{r(\ell)}{\sigma(f_0)} \int \varphi^2(u)\,du\Big),$$

where

$$\sigma(f_0) = 2 \int f_0^2(x) r^2(x)\,dx \int \Big(\int_0^1 u^{\delta} K_0(u^{\delta} z)\,du\Big)^2 dz, \quad K_0 = K * K,$$

$$\lambda_n(\alpha) = \Delta(f_0) + \varepsilon_\alpha a_n^{-1/2} \sigma(f_0), \quad \Delta(f_0) = \gamma \int f_0(x) r(x)\,dx \int K^2(u)\,du, \quad \gamma = \frac{1}{1+\delta},$$

$$\sigma^2(f_0) \leq \gamma \sigma_0^2 < \sigma_0^2 = 2 \int f_0^2(x) r^2(x)\,dx \int K_0^2(u)\,du.$$

References

[1] Rosenblatt, M. A quadratic measure of deviation of two-dimensional density estimates and a test of independence. *Ann. Statist.* **3**, 1–14, (1975).

[2] Nadaraya, E. A. Nonparametric estimation of probability densities and regression curves. *Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht*, 1989.

ამერიკული ოფციონის ფასდადების მოდელირება

ბ. დოჭვირი*, გ. ლომინაშვილი, ბ. მელაძე

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო

besarion.dochviri@tsu.ge

აკაკი წერეთლის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

საქართველოს საპატრიარქოს წმიდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო

(Ω, F, P) ალბათურ სივრცეზე განხილულია ფინანსური ბაზარი ორი აქტივით (B_t, S_t), $t \ge 0$, სადაც B_t წარმოადგენს ერთეულოვანი საბანკო ანგარიშის ღირებულებას t მომენტში, ხოლო S_t აქციის ღირებულებას t მომენტში. ამ აქტივების ევოლუცია აღიწერება შემდეგი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებებით

$$dB_t = r(t) \cdot B_t \cdot dt, \quad 0 \le t \le T, \quad B_0 = 1,$$

$$dS_t = r(t) \cdot S_t \cdot dt + \sigma(t, S_t) \cdot S_t \cdot dW_t, \quad 0 \le t \le T, \quad S_0 > 0.$$

ამ მოდელისათვის შესწავლილია ამერიკული ოფციონის ფასდადების ზოგიერთი საკითხი და შესაბამისი ოპტიმალური გაჩერების ფასის ფუნქციის თვისებები.

Quaternion Gaussian Random Variables

NICHOLAS VAKHANIA AND GEORGE CHELIDZE

Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics,
Tbilisi, Georgia

g.chelidze@mail.ru

The main result of this work is the formulation and proof of Polya's theorem on the characterization of Gaussian random variables with values in quaternion algebra in which three types of Gaussian random variables are considered: real, complex and quaternion Gaussian random variables. More complete information on these topics could be found in [1]. The present work is closely related with paper [2] where Polya's theorem is formulated for the case of complex random variables. It was shown that Polya's type condition characterizes complex Gaussian random variables. For the formulation of the quaternion version of Polya's theorem we introduce the following definition of jointly quaternion system.

Definition. Let $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$, $n \geq 2$, be quaternion system. We say that this system is jointly quaternion system if there does not exist imaginar number $\bar{i} = \alpha i + \beta j + \gamma k$, such that the following expressions hold: $a_1 = a_1^{'} + a_1^{''}\bar{i}$, $a_2 = a_2^{'} + a_2^{''}\bar{i}$,..., $a_n = a_n^{'} + a_n^{''}\bar{i}$.

Theorem. Let ξ be a quaternion random variable, $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$, $n \geq 2$ be pairwise independent random variables, that have the same distribution as ξ, and $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$ be nonzero quaternions that form jointly quaternion system and satisfy the condition $\sum_{h=1}^{n} |a_h|^2 = 1$. Then, if the sum $\eta = \sum_{h=1}^{n} a_h \xi_h$ has the same distribution as ξ, ξ is a quaternion Gaussian random variable, i.e., the characteristic function of the random variable ξ has the form $\chi_\xi(q) = exp(-\frac{1}{8}|q|^2 E|\xi|^2)$.

References

[1] N. N. Vakhania, *Random vectors with meanings in qvaternion Hilbert spaces*, Probability theory and its application, **43** (1998), 18-40.

[2] N. N. Vakhania, *Polya's characterization theorem for complex random variables*, J. Complexity, **13** (1997), 480-488.

The Law of Large Numbers for Weakly Correlated Random Elements in Hilbert Space

VAKHTANG KVARATSKHELIA

Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics,
Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

vvk@gw.acnet.ge

Let (ξ_n) be a sequence of real random variables. Denote by $\sigma^2(\xi_n)$ the variance of ξ_n and by r_{nm} the coefficient of correlation of ξ_n and ξ_m. We say that a sequence (ξ_n) is weakly correlated if there exists a nonnegative function $c(n)$, $n = 0, 1, \ldots$, such that $|r_{nm}| \leq c(|n -$

$m|)$, $n, m = 0, 1, 2, \ldots$. In 1928 A. Khintchine proved that a weakly correlated sequence (ξ_n) satisfies the Law of Large Numbers (i.e. $\lim_{n\to\infty} \mathbf{P}\left\{\left|\frac{\sum_{k=1}^{n}\xi_k}{n}\right| > \varepsilon\right\} = 0$ for every $\varepsilon > 0$) if $\lim_{n\to\infty} \frac{\sum_{k=0}^{n-1} c(k)\cdot\sum_{k=1}^{n}\sigma^2(\xi_k)}{n^2} = 0$.

We extend the Khintchine's result for the case of Hilbert space valued random elements and obtain some corollaries.

Generalized Stochastic Differential Equations in a Banach Space, Existence and Uniqueness of Solutions

B. MAMPORIA

Niko muschelishvili Institute of Computational Mathematics, Tbilisi, Georgia

mamporia@gw.acnet.ge

Let X be a real separable Banach space, X^*-its conjugate, $\mathcal{B}(X)$ - the Borel σ-algebra of X. $(\Omega, \mathcal{B}, P)$-a probability space. Continuous linear operator $\mathcal{L} : X^* \to L_2(\Omega, \mathcal{B}, P)$ is called a generalized random element (GRE). . Denote $\mathcal{M}_1 := L(X^*, L_2(\Omega, \mathcal{B}, P))$ the Banach space of GRE with the norm $\|\mathcal{L}\| = \sup_{\|x^*\|\le 1} \|\mathcal{L}x^*\|_{L_2}$. A random element (measurable map) $\xi : \Omega \to X$ is said to have a weak second order if for all $x^* \in X^*$ $E\langle \xi, x^*\rangle^2 < \infty$. ξ we can realize as an element of $\mathcal{M}_1 : \mathcal{L}_\xi x^* = \langle \xi, x^*\rangle$. Let $(W_t)_{t\in[0,1]}$ be one dimensional Wiener process, $(\mathcal{F}_t)_{t\in[0,1]}$ be an increasing family of σ-algebras such that a) W_t is $\mathcal{F}_t$-measurable for all $t \in [0,1]$; b) $W_S - W_t$ is independent of the σ-algebra $\mathcal{F}_t$ for all $s > t$. $\mathcal{F}_0$ contains all P-null sets in $\mathcal{B}$.

Consider the stochastic differential equation for the generalized stochastic processes
$dT_t = a(t, T_t)dt + B(t, T_t)dW_t$. (1)
where $a(t, T_t)x^*$ and $B(t, T_t)x^*$ are $[0,1] \times \mathcal{F}_1$ measurable,
$E\int_0^1 |a(t, T_t)x^*|^2 dt + E\int_0^1 |B(t, T_t), x^*|^2 dt < \infty$
for each $x^* \in X^*$.

The following theorem is true

Theorem. Suppose that the coefficients of the stochastic differential equation (1) satisfies the following conditions:

(1) $\|a(t,T)\|^2_{\mathcal{M}_1} + \|B(t,T)\|^2_{\mathcal{M}_1} \le K^2(1 + \|T\|^2_{\mathcal{M}_1})$,

(2) $\|a(t,T) - a(t,L)\|^2_{\mathcal{M}_1} + \|B(t,T) - B(t,L)\|^2_{\mathcal{M}_1} \le K\|T - L\|^2_{\mathcal{M}_1}$. for any $K > 0$.Then there exists a unique strong generalized solution $(T_t)_{t\in[0,1]}$ to (1) with initial conditions $T_0 = L$, where for all $x^* \in X^*$, Lx^* is $\mathcal{F}_0$-measurable.

We can use this theorem to develop the existence of solution of the stochastic differential equation in a Banach space.

The Elements of Anticipative Stochastic Calculus for the Poisson Processes

O. PURTUKHIA*, V. JAOSHVILI

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

omar.purtukhia@tsu.ge ; **vakhtangi.jaoshviil@gmail.com**

Let $(\Omega, \Im, \{\Im_t\}_{t\in[0.T]}, P)$ be a filtered probability space satisfying the usual conditions. Let N_t be the standard Poisson process ($\mathrm{P}(N_t = k) = t^k e^{-t} / k!, k = 0,1,2,...$) and $\Im_t$ is generated by N ($\Im_t = \Im_t^N$), $\Im = \Im_T$. Let M_t be the compensated Poisson process ($M_t = N_t - t$). Let us denote $\nabla_x f(x) := f(x+1) - f(x)$; $\nabla_x f(M_T) := \nabla_x f(x)\big|_{x=M_T}$.

Definition 1 (cf. Definition 4.1 [1]). For any polynomial function $F(x)$ the stochastic derivative of $F(M_T)$ is defined as $D_t[F(M_s)] = \nabla_x F(M_s) \cdot I_{[0,s]}(t)$.

The operator D can be considered as an unbounded operator defined on a dense subset of $L_2(\Omega)$ and taking value on $L_2([0,1]\times\Omega)$. For any real number $p > 1$ we introduce the semi norm on $DomD$: $\| F \|_{p,1} := \| F \|_{L_2(\Omega)} + \|\| D_. F \|_{L_2([0,T])}\|_{L_2(\Omega)}$.

Let $D_{p,1}$ be the Banach space which is the completion of $DomD$ with respect to the norm $\|\cdot\|_{p,1}$. For $p = 2$, the space $D_{2,1}$ is a Hilbert space with the scalar product

$$\langle F, G\rangle_{2,1} = (F, G)_{L_2(\Omega)} + E[(D_. F, D_. G)_{L_2([0,T])}].$$

Definition 2. u_t is Skorokhod integrable if there exists a constant c such that for any $F \in D_{2,1}$: $| E(\int_0^T u_t \cdot D_t F dt) | \le c \| F \|_2$ and $E(\int_0^T u_t \cdot D_t F dt) = E(F \int_0^T u_t dM_t)$.

Proposition 1. For any polynomial functions $F(x)$ and $G(x)$ we have

$$D_t[F(M_s)G(M_s)] = F(M_s) D_t[G(M_s)] + G(M_s + 1) D_t[F(M_s)].$$

Theorem 1. Let u_t is Skorokhod integrable and $F(x)$ and $G(x)$ are a polynomial functions. Then $F(M_T)u$ is Skorokhod integrable and we have

$$\int_0^T F(M_T) u_t dM_t = F(M_T - 1) \int_0^T u_t dM_t - \int_0^T u_t D_t[F(M_T - 1)] dM_t .$$

Theorem 2. Let u_t and $D_s u_t$ (for all s a. e.) are Skorokhod integrable and there is version of $\{\int_0^T D_s u_t dM_t, s \in [0,T]\}$ in $L_2([0,T]\times\Omega)$. Then $\int_0^T u_t dM_t \in D_{2,1}$ and

$$D_s \{\int_0^T u_t dM_t\} = \int_0^T D_s u_t dM_t + u_s .$$

The work has been financed by the Georgian National Science Foundation grant № 337/07, 06_223_3-104.

References

1. Jaoshvili V., Purtukhia O. Stochastive Derivative of Poisson Polynomial Functionals. Proceedings of VIAM, 58 (2008), pp. 60-67.

თეორიული ფიზიკა

THEORETICAL PHYSICS

КИНЕТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ СЖИМАЕМОСТИ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА В ЗАСТОЙНОЙ ЗОНЕ ПЕРЕД МАГНИТОСФЕРОЙ ЗЕМЛИ

ЗУРАБ КЕРЕСЕЛИДЗЕ

Институт геофизики им. М. Нодиа, Тбилиси, Грузия

Магнитогидродинамическая задача ламинарного обтекания магнитосферы солнечным ветром в общей постановке является недостаточно корректной:

1. Солнечный ветер не является сплошной электропороводящей средой в классическом пониманий;
2. дневная сторона магнитосферы лишь грубо может аппроксимироваться затупленным телом, на поверхности которого магнитное поле имеет дипольную структуру;
3. Течение солнечного ветра вблизи магнитосферы может считаться дозвуковым (до альвеновским) лишь в фокальной области, в остальной же части переходной области оно может содержать не только слабые разрывы, но и ударные волны.

На фронте головной ударной волны термодинамические параметры солнечного ветра терпят резкие изменения, вследствие чего проявляется эффект магнитной вязкости плазмы. Это оправдывает использование МГД уравнений в ламинарном приближении, когда можно допустить существование элемента регулярности в структуре течения вблизи границы магнитосферы. Тут может возникнуть магнитный пограничный слой с достаточно жесткими характеристиками, подстраивающимися под измененения параметров солнечного ветра и межпланетного магнитного поля. Пограничный слой стуктурирует течение плазмы и позволяет сделать допущения, упрощающие справедливые для переходной области уравнения. В магнитном пограничном слое наиболее вероятно, по сравнению с другими частями переходной области, развитие тех кинетических неустойчивостей плазмы, которые способствуют возникновению эффекта аномальной магнитной вязкости солнечного ветра.

Действительно ли течение в фокальной области магнитосферы является дозвуковым? Насколько такое представление согласуется с предположением о том, что эта область должна быть наиболее благоприятным местом для развития кинетических неустойчивостей, способствующих возникновению эффекта аномального сопротивления в плазме? В приближении струй идеальной несжимаемой жидкости, С. Чаплыгиным было получено решение задачи обтекания плоской пластины конечного размера, на которой критичекая точка, т.е. точка сингулярности уравнения движения среды, была заменена застойной зоной. Линейные размеры этого виртуального образования в постановке Чаплыгина являются неизвестными, зависящими от наперед требуемой точности аналитического решения, которая задается свободным параметром, являющимся отношением гидродинамической скорости на границе застойной зоны к скорости течения на бесконечном удалении от пластины. В фокальной части переходной области солнечный ветер может подвергатся сильному сжатию, т.е. тут скорость звука может существенно уменьшаться по сравнению с ее значением на периферии. Однако, в застойной зоне должна также уменьшаться и гидродинамическая скорость, что позволяет считать справедливым дозвуковое приближение вблизи критической точки магнитосферы. Например, если на границе застойной зоны гидродинамическая скорость течения $V_1 = 0,01V_0$, где V_0 - характерная скорость солнечного ветра до взаимодействия с магнитосферой, то высота застойной зоны приблизительно на порядок будет превосходить толщину магнитопаузы. Именно в этой области справедлива кинематическая модель скоростей Паркера, позволяющая получить крупномасштабную электромагнитную картину в магнитном пограничном слое.

Mathematical Modeling and Calculation Knight Shift on Nuclei in Scandium Compounds

L. DARCHIASHVILI, Z. CHACHKHIANI

Georgian Technical University

Energy-band structure calculations of metallic scandium have indicated that a considerable hybridization of s^{-d} band occurs in this metal, which is well preserved, according to [1], in its alloy with Hf and Zr at low concentrations of the second components; in this case the combined hybridization parameter is determined by the following formula:

$$\xi_{sp} = C_1\xi_A + C_2\xi_B, \tag{1}$$

where C_1 and C_2 are component concentrations, ξ_A and ξ_B parameters of the alloy s^{-d} hybridization.

The expression for the Knight shift with the account of hybridization is written in the following form [2], [3]

$$K = \alpha_0\chi_3 + (\alpha_0\xi - \beta)\chi_d + \gamma\chi_{orb}, \tag{2}$$

where $\alpha_0\chi_3$ and $\gamma\chi_{orb}$ are contact and orbital contributions, respectively, ξ is the s^{-d} band hybridization parameter, β a space-charge polarization coefficient, α_0 and γ are coefficients of contact and orbital interaction, respectively.

As follows from (2) , the Knight shift behaviour in translation metals and their alloys in the presence of the hybridization effects is determined by the sign of $(\alpha_0\xi - \beta)$.

We have estimated various contributions using the dependence $K = f(\chi)$. The sum of orbital and contact contributions for the alloys have proved not to exceed 0.05%, i.e. the principal contribution is due to the hybridization effects and to the spin susceptibility of *d*-electrons.

References

1. Zomer W. M. *Proc. Phys. Soc.* **80** (1962), 489.
2. Shank F. Binary alloy structures. *Izd. Metallurgiya, Moscow*, 1973.
3. Muto T., Kabayasi S. *Phys. Soc. Japan* **19** (1964), 1837.

Extra Dimensions in Flavor Physics

GELA DEVIDZE

Faculty of Exact and Natural Sciences, Ivane Javakhishvili Tbilisi State University

gela_devidze@yahoo.co.uk

We have studied manifestation of extra dimensions in rare processes. The study of flavour changing processes (rare processes) offer by far the most sensitive and uncontroversial test for extra-dimensional extensions of the standard model(SM). Before their direct detection on collider beyond SM effects may manifest themselves in rare processes. Our attention was devoted to lepton flavour violation processes and neutral B-meson rare decays in frame of extra dimensional models. Numerical estimates show that in case of B-meson double radiative decays we can get a difference from SM-result as much as $\sim 40\%$. We thus hope that not too much time will pass until this difference will be accessible for experimental analysis.We have detailed investigated the role of extra dimensions and mini black holes in the lepton flavour violation processes. We have estimated lepton flavour violation processes rates and concluded that three body decays seem more favourable then radiative one. On the other hand the search for $l \rightarrow 3l$ decays could be more favourable by some experimental reasons even if Br($l \rightarrow 3l$) is less than Br($l \rightarrow l\gamma$). We have discussed one of the windows towards the theoretical avenue of New Physics manifestation. The experimental success of SM is very impressive during decades after its establishment as a Bible of HEP: at least yet we know only experimental derivation from “standard thinking” due to discovery of finite neutrino masses in various neutrino oscillation experiments. That is why there is important to know, how massive and at which extent of confidence level would be an experimental interventions of New Physics beyond SM in all sectors of HEP knowledge, including the modern models with large extra space-time dimensions. Large Extra Dimensions are well motivated theoretically; Large Extra Dimensions and low scale quantum gravity effects are at reach at present (Tevatron) and future colliders (LHC); Large Extra Dimensions have unambiguous experimental signatures; Large Extra Dimensions can also help to solve theoretical Particle Physics problems; If Large Extra Dimensions will found at LHC or somewhere else it would possibly constitute the most important revolution in the History of Particle Physics and not only in physics.

აფეთქებით გენერირებული დრეკადი ტალღების მოდელირება

ზურაბ კერესელიძე*, ნინო წერეთელი

მიხეილ ნოდიას სახ. გეოფიზიკის ინსტიტუტი. თბილისი, საქართველო

www.qqs.org.ge

წერტილოვანი აფეთქების შედეგად ხდება ენერგიის ზვავისებური გამოთავისუფლება, რაც იწვევს დარტყმით ტალღებს და მათთან დაკავშირებულ პლასტიკურ დეფორმაციებს. აფეთქების კერაში ქანების ერთგვაროვნების დაშვებისას ენერგიის ნაკადი შეიძლება გავრცელდეს რადიალურად სიმეტრიულად. დრეკადი დეფორმაციები ეფექტური ხდება მხოლოდ იმ მანძილებზე, რომლებზეც მიწისძვრის ენერგიის სიმკვრივე დრეკადი დეფორმაციების ენერგიის სიმკვრივის თანაზომადია. სფერული სიმეტრია, სამართლიანი ეპიცენტრის მახლობლად, კერის საზღვარზე შეიძლება დაირღვეს, თუმცა კერის აპროქსიმაციისათვის სამართლიანი უნდა დარჩეს ბრუნვის ელიფსოიდის მიახლოება. ქანების დრეკადი დეფორმაციების შედეგად გარემოში ვრცელდება მხოლოდ კერის საზღვარზე გენერირებული ტალღები. ვიხილავთ მხოლოდ შეკუმშვა-განკუმშვის ან ყოველმხრივი კუმშვის დეფორმაციებს, რომლებიც კერის საზღვარზე წარმოქმნის მოცულობით ტალღებს. წაგრძელებული ბრუნვის ელიფსოიდის საზღვრის წონასწორობის პირობა, მოდელის თანახმად, შეიძლება მივიღოთ ლაპლასის განტოლების ანალოგიდან, რომელშიც სითხის ზედაპირული დაჭიმულობის (დრეკადობის) კოეფიციენტი შეცვლილია ყოველმხრივი მოცულობითი კუმშვის K მოდულით, გამრავლებული ელიფსოიდის მახასიათებელ ზომაზე c

$$cK = Ec\left[3(1-2\sigma)\right]^{-1} \tag{1}$$

(E - ჭიმვის (იუნგის) მოდულია, σ - პუასონის კოეფიციენტი), ხოლო ამ ელიფსოიდის საკუთარი რხევების სიხშირეთა სპექტრი ელიპსოიდალურ კოორდინატებში განისაზღვრება ფორმულით

$$\omega_n^2 \approx \frac{cK}{\rho a^3\left[(\sigma_0^2-\tau_0^2)(\sigma_0^2-1)\right]^{1/2}}\left[(n-1)(n+2)-\frac{m^2}{1-\sigma_0^2}\right]\frac{d}{d\sigma}\left(\ln X(\sigma_0)\right), \tag{2}$$

სადაც a - ელიფსოიდის ფოკუსთა შორის მანძილის ნახევარია, ρ - გარემოს სომკვრივე, $X(\sigma)$ - ეილერის რადიალური განტოლების ამონახსნი.

ჩვენი მოდელის გამოყენებით შესაძლებელია შებრუნებული სეისმოლოგიური ამოცანის ამოხნა, კერძოდ, აფეთქების კერის ხაზოვანი პარამეტრების განსაზღვრა და გამოთავისუფლებული ენერგიის შეფასება, რაც სამრეწველო და სამხედრო აფეთქებების პარამეტრების დადგენის საშუალებას იძლევა სეისმოგრაფების ჩანაწერების საფუძველზე. განსაკუთრებით საინტერესოა სინთეზური სეისმოგრამების აგება რეალური სიხშირეთა სპექტრის საშუალებით. ეს საშუალებას მოგვცემს შეფასდეს პლასტიკური დეფორმაციებზე გახარჯული აფეთქების ენერგიის წილი. სავარაუდოა, რომ ეს ეფექტი, თუმცა მიწისძვრასთან შედარებით გაცილებით მცირე ოდენობით, ახდეს ხელოვნურ აფეთქებებსაც.

Gauge Iariance in the EFT with Ctoff

ALEXANDER KVINIXIDZE

A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

sasha_kvinikhidze@hotmail.com

Diverse applications of the gauging equations method is briefly presented. In some detail its application to the quantum field theory with cutoff is considered. In particular the electromagnetic current operator for the two-nucleon system is constructed in the effective field theory (EFT) with a finite cutoff. The employed formulation ensures that the two-nucleon *T*-matrix and corresponding five-point function, in the cutoff theory, are identical to the ones formally defined by a reference theory without a cutoff. A feature of our approach is that it effectively introduces a cutoff into the reference theory in a way that maintains the long-range part of the exchange current operator; for applications to EFT, this property is usually sufficient to guarantee the predictive power of the resulting cutoff theory. In addition, our approach leads to Ward-Takahashi (WT) identities that are linear in the interactions. From the point of view of EFT's where such a WT identity is satisfied in the reference theory, this ensures that gauge invariance in the cutoff theory is maintained order by order in the expansion.

Classical String Solutions and AdS-CFT

BUMHOON LEE

Sogang University, Seoul, Korea

bhl@sogang.ac.kr

The duality between the string theory and the gauge theory provides the connection between the gravity description on the Anti-deSitter bulk geometry and that of the conformal field theory in the boundary flat spacetime. Related to the spectrum matching in both sides, we introduce some examples of the string excitation solutions. We show the dispersion relation among various charges and give physical interpretation of these solutions.

Physics in LHC Era

AKAKI LIPARTELIANI

High Energy Physics Institute of Ivane Javakhishvili Tbilisi State University

lipart48@yahoo.com

Some topics of modern HE physics which are waiting answers at LHC are discussed. We will shortly discuss experimental success of the SM, its theoretical incompleteness , the role of modern and forthcoming accelerators, the roads beyond SM, theory of everything (TOE),large extra dimentional approach and rare decays.

ერთი და მრავალი ცვლადის ჰიპერგეომეტრიული ფუნქციების ზოგიერთი თვისების შესხებ

ილია ლომიძე

საქართველოს საპატრიარქოს
წმინდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო

lomiltsu@gmail.com

ნაპოვნია რეკურენტული თანაფარდობა ცვლადთა სხვადასხვა რაოდენობაზე დამოკიდებულ ლაურიჩელას ჰიპერგეომეტრიული (ჰგ) ფუნქციებს შორის.

ნ ცვლადის ლაურიჩელას ტიპის ჰგ ფუნქციისათვის მიღებულია მელინ-ბერნსის ტიპის ინტეგრალური წარმოდგენა *ნ*-ჯერადი ინტეგრალის სახით.

ნაჩვენებია, რომ ლაურიჩელას *ნ* ცვლადის ჰგ ფუნქციისათვის არსებობს

$$N(n) = (n+2)\left[(n+1)(n+1/2)+2\right],\ n = 1, 2, \ldots$$

თანაფარდობა, რომლებიც აკავშირებს ერთმანეთთან მოსაზღვრე ფუნქციებს

$$F\left(\begin{matrix} a\pm 1 \\ c \end{matrix}; b_1, z_1; \ldots; b_n, z_n\right), F\left(\begin{matrix} a \\ c\pm 1 \end{matrix}; b_1, z_1; \ldots; b_n, z_n\right), F\left(\begin{matrix} a \\ c \end{matrix}; b_1 \pm 1, z_1; \ldots; b_n, z_n\right), \cdots, F\left(\begin{matrix} a \\ c \end{matrix}; b_1, z_1; \ldots; b_n \pm 1, z_n\right)$$

და ნაპოვნია ეს თანაფარდობები ცხადი სახით. გაუსის ჰგ ფუნქციისათვის ეს თანაფარდობები დაიყვანება ცნობილ $N(1)=15$ თანაფარდობაზე, ხოლო აპელის ჰგ ფუნქციისათვის გვაძლევს $N(2)=38$ თანაფარდობას, რაც განსხვავდება ლიტერატურაში ცნობილი შეფასებებისგან. ნაჩვენებია ამ განსხვავების მიზეზები.

შემოღებულია ეილერის ბეტა ფუნქციის განზოგადება ერთჯერადი ინტეგრალებით შედგენილი მატრიცის დეტერმინანტის სახით, ამ განზოგადებული ფუნქციისათვის დამტკიცებულია ეილერის ფორმულის ანალოგი (რომლის კერძო შემთხვევაა ეილერის ფორმულა ბეტა ფუნქციისათვის). ნაპოვნი თანაფარდობებიდან მიღებულია მთელი რიგი ფორმულებისა გაუსის ჰგ ფუნქციისათვის. ანალიზური სახით გამოთვლილია ზოგიერთი ახალი განსაზღვრული ინტეგრალი ტრანსცენდენტული და ელემენტარული ფუნქციებიდან.

მიღებული შედეგები გამოყენებულია რელატივისტურად მბრუნავი სისტემის ენერგიისა და იმპულსის მომენტის გამოსათვლელად და ზოგიერთი კვანტურ-მექანიკური ფუნქციისათვის ახალი ინტეგრალური წარმოდგენის ასაგებად.

Testing the Concept of Quark-Hadron Duality with the ALEPH τ Decay Data

BADRI MAGRADZE

A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

magr@rmi.acnet.ge

We propose a modified procedure for extracting the numerical value for the strong coupling constant α_s from the τ lepton hadronic decay rate into non-strange hadrons. The quark-hadron duality is implemented by means of a specific semi-empirical parametrization for the non-strange vector spectral function which allows the use of perturbation theory only at sufficiently large energies. To evaluate the perturbation theory component of the total “experimental” spectral function, we use the contour improved perturbation theory (CIPT) approach up to the next-next-next-next-to-leading order (N^4LO). A new feature of our procedure is that it enables us to extract from the data simultaneously the QCD scale parameter $\Lambda_{\overline{SM}}$ and the boundary energy squared s_p, the onset of the perturbative continuum. These parameters are determined from the experimental spectral function by solving a transcendental system of equations numerically. In our calculations we employ the publicly available ALEPH collaboration data. We carefully determine the experimental errors on the parameters which come from the errors on the invariant mass squared distribution. For the $\overline{\mathrm{MS}}$ scheme coupling constant, at the N^3LO, we obtain

$$\alpha_s(m_\tau^2) = 0.3204 \pm 0.0159_{expt.}$$

which corresponds to

$$\alpha_s(M_z^2) = 0.1188 \pm 0.0020_{expt.} + 0.0005_{evol.}.$$

The new numerical value for the coupling is appreciably smaller than the value obtained from τ data within standard extraction procedure based on CIPT. We show that our numerical analysis is much more stable against higher-order corrections than the standard one. We also calculate the “experimental” Adler function in the infrared region. The associated experimental uncertainty is carefully estimated.

Renormdynamics and Scaling Functions of the Multiparticle Production Processes

NUGZAR MAKHALDIANI

Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research,

Dubna, Moscow Region, Russia

mnv@jinr.ru

For Quantum Feld Theory models, Renormdynamic equations of motion for observable quantities and their solution are given. Universal scaling functions of multiparticle production in High energy physics are considered. Explicit forms of the KNO, [1] - and z-Scaling functions are constructed.

ზოგიერთი კვანტურ - მექანიკური ფუნქციის ახალი ინტეგრალური წარმოდგენის შესახებ

ვაგნერ ჯიქია*, ილია ლომიძე

საქართველოს საპატრიარქოს წმინდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი, თბილისი, საქართველო.

ცნობილია, რომ უწყვეტი სპექტრის ორი დამუხტული ნაწილაკის კვანტური მექანიკა იმპულსურ სივრცეში სრულყოფილი ანალიზური სახით დღემდე არ არსებობს. შემოთავაზებული ნაშრომი წარმოადგენს აღნიშნული ნაკლოვანების ნაწილობრივ გამოსწორების მცდელობას. გამოკვლეულია უწყვეტი სპექტრის ზოგიერთი კულონური კვანტურ-მექანიკური ფუნქციის რადიალური ნაწილის ფურიე-კომპონენტი. კერძოდ, ნახევრადენერგეტიკულ ზედაპირზე T-მატრიცის ფურიე-კომპონენტისათვის მივიღეთ:

$$\left\langle q\left|T_{\ell}^{+}(E)\right|k\right\rangle=\frac{(-1)^{i\gamma}\exp(3/2\pi\gamma)}{2k^{2}}\frac{\Gamma(\ell-i\gamma+1)}{\Gamma(\ell+i\gamma+1)}\frac{1}{a}Q_{\ell}^{i\gamma}\left(\frac{1+a^{2}}{2a}\right),$$

სადაც k და q კინემატიკური პარამეტრისა და იმპულსური სივრცის ვექტორის აბსოლუტური მნიშვნელობებია, $a=q/k$, ხოლო $Q_{\ell}^{i\gamma}(x)-$ ლეჟანდრის მეორე გვარის მიკავშირებული ფუნქციაა. ანალოგიურად, კულონური ტალღური ფუნქციის ფურიე-კომპონენტისათვის ნაპოვნია წარმოდგენა:

$$\Psi_{\ell}(q,k)=\frac{(-1)^{i\gamma}\exp(3/2\pi\gamma)}{k^{3}}\frac{\Gamma(\ell-i\gamma+1)}{\left|\Gamma(\ell+i\gamma+1)\right|}\frac{\gamma}{a\left|1-a^{2}\right|}Q_{\ell}^{i\gamma}\left(\frac{1+a^{2}}{2a}\right).$$

შემოთავაზებული ფორმულები მიღებულია ახალი ინტეგრალური წარმოდგენების გამოყენების შედეგად, რომელთა დეტალური აღწერა გამოქვეყნდება შემდგომში. ამრიგად, კულონური ფუნქციები კორექტულია ყოველი (კომპლექსური) q-სთვის, გარდა $q=k$ წერტილისა. აღვნიშნოთ, რომ T-მატრიცის რადიალური ნაწილის ზემოთ მოტანილი ზუსტი გამოსახულება აკმაყოფილებს ორნაწილაკობრივი T-მატრიცის უნიტარობის პირობას, ხოლო $\Psi_{\ell}(q,k)$ ნორმირებულია $\delta(\vec{q}-\vec{k})$ ფუნქციის რადიალურ ნაწილზე.

მიღებული ფორმულები ორი დამუხტული ნაწილაკის კვავტური მექანიკის მათემატიკურ ფორმალიზმს რამდენადმე სრულყოფილ ანალიზურ სახეს აძლევს, ამასთანავე მათი შემდგომი გამოკვლევები, შესაძლოა, დაკავშირებული აღმოჩნდეს იმპულსურ სივრცეში უწყვეტი სპექტრის ორნაწილაკობრივი კულონური განშლადობების რეგულარიზაციასთან.

Singular Liouville fields and spiky strings in $P^{1,2}$ and SL(2, P)

GEORGE JORJADZE

A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi, Georgia

jorj@physik.hu-berlin.de

The closed string dynamics in $P^{1,2}$ and SL(2, P) is studied within the scheme of Pohlmeyer reduction. In both spaces two different classes of string surfaces are specified by the structure of the fundamental quadratic forms. The first class in $P^{1,2}$ is associated with the standard lightcone gauge strings and the second class describes spiky strings and their conformal deformations on the Virasoro coadjoint orbits. These orbits correspond to singular Liouville fields with the monodromy matrixes $\pm I$. The first class in SL(2, P) is parameterized by the Liouville fields with vanishing chiral energy functional. Similarly to $P^{1,2}$, the second class in SL(2, P) describes spiky strings, related to the vacuum configurations of the SL(2, P) /U(1) coset model.

სუპერსიმეტრია დირაკის განტოლებაში და კულონური პოტენციალი

ᲮᲔᲚᲐᲨᲕᲘᲚᲘ ა. ა.

საქართველოს საპატრიარქოს
წმინდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი,
თბილისი, საქართველო

anzorkhelashvili@hotmail.com

ნაჩვენებია, რომ დირაკის ჰამილტონიანის ინვარიანტულობა გარკვეული სახის ვიტენის სუპერალგებრის მიმართ ცალსახად გამოყოფს მხოლოდ კულონურ პოტენციალს. განხილულია აგრეთვე ნებისმიერი მაღალ- განზომილებიანი შემთხვევა და დასაბუთებულია, რომ კულონის პოტენციალის შესახებ ტრადიციული წარმოდგენა, როგორც გაუსის კანონიდან გამომდინარე, უნდა შეიცვალოს $N=2$ სუპერსიმეტრიის კონტექსტში.

Algebraic theory of motion processes

ZAUR KHUKHUNASHVILI

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics
Tbilisi, Georgia

zaur.khukhunashvili@yahoo.com

In the proposed work which continues [Z. Z. Khukhunashvili, V. Z. Khukhunashvili, Alternative Analysis Generated by a Differential Equation, E. J. Qualitative Theory of Diff. Equ., No. 2.(2003), pp. 1-31], we study the algebraic properties of processes described by autonomous differential equations. We have found that a wide class of differential equations contains an algebraic object isomorphic to the object consisting of superposed two alternatively acting numerical fields with common neutral elements. Using its own algebraic field, each process constructs its own (differential and integral) calculus with a simultaneous definition of its own frame of reference. It appears that in its own calculus the differential equation of this process takes the linear form, while the arisen system of reference becomes inertial. Along with this, because of the existence of a double algebraic field an alternative antiprocess is assigned to each process. The developed theory makes it possible to describe one process from the standpoint of the other process. It should be said that the inertial systems of one process do not necessarily coincide with the inertial systems of the other process. All the results and conclusions follow exclusively from the algebraic properties of differential equations without using any other postulates and assumptions. These studies enable us to get an idea of the algebraic structure of the Fourier method in the case of nonlinear equations. We succeeded in writing out the exact solution of equations of hydrodynamics in implicit form.

In this paper the geometry of a space is investigated using not the logic of motion of a classical particle, but the properties of motion of a field. This appears to be sufficient for the algebraic theory of differential equations to bring us unambiguously to a qualitatively new mathematical space and field theory. It turns out that each differential equation describing some process constructs its own geometry. The principles of relativity are qualitatively broadened, an explanation is found for the existence of unitary symmetry that commutes with the Lorentz group but is generated by its representation. From the scalar curvature, a single Lagrangian is derived for Maxwell, Yang-Mills, Dirac and Einstein equations for strong gravitation. In this case, in the first approximation there arise standard interaction terms and even mass terms. As to usual gravitation, though it is involved in the field theory developed in the paper, it has an absolutely different nature than all other fields. The alternative properties of the algebraic theory of differential equations allow us to conclude immediately that all fields must be quantized. An exception is a gravitation field whose quantization is meaningless. The developed theory suggests the existence of the double world. There exists only a gravitational interaction between these worlds, all other interactions are absent.

კომპიუტერული მეცნიერებები

MATHEMATICAL ASPECTS OF COMPUTER SCIENCES

One Approach of Theorem Proving Text's Automatic Translation from Formal Language into Natural Language

JEMAL ANTIDZE

I.Vekua Institute of Applied Mathematics, Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

jeantidze@yahoo.com

In this report one approach of theorem proving text translation from formal language into natural language is presented. Formal language must be describable by a context free grammar. The grammar is used to compose translation program by Bison formalism. Input of such program is a theorem proving text and output is corresponding text in natural language. The report includes an example of such translation from MTSR language into English.

Исследование и генерация новых матричных структур и криптосистемы

Р.П. МЕГРЕЛИШВИЛИ*, А.Д. СИХАРУЛИДЗЕ, М.А. ЧЕЛИДЗЕ И Р.Д. ТХИЛАЙШВИЛИ

Факультет Точных и Естесственных Наук, Тбилиский Государственный Университет им. Ив.Джавахишвили, Тбилиси, Грузия

r_megreliishvili@yahoo.com

Факультет Точных и Естесственных Наук, Тбилиский Государственный Университет им. Ив.Джавахишвили, Тбилиси, Грузия

ana.sikharulidze@tsu.ge

Факультет Математики и Компьютерных Наук, Сухумский Государственный Университет, Тбилиси, Грузия

Факультет Математики и Компьютерных Наук, Батумский Государственный Университет им.Ш.Руставели, Тбилиси, Грузия

Основная цель работы состоит в исследовании новых матричных структур для построения криптографических методов и алгоритмов. По идее эти построения должны выполнять функции, которые выполняются в известных алгоритмах, действующих по открытому каналу. Здесь, в первую очередь, имеются в виду протокол Диффи-Хеллмана, т.е. – намерение того, что на матрицах получить функциональные схемы, аналогичные односторонней функции, алгоритм шифраций-дешифрации и т.п. Идея эта не новая, но по последним данным вновь вызывает интерес в научных кругах. Оправдание предпринимаемых усилий, видимо, надо видеть в быстродействии схемных и программных решений матричных структур.

Мы хотим обратить внимание, также, на тот факт, что некоторые невырожденные матрицы (матрицы с детерминантами, отличными от нуля) имеют внутриматричную рекуррентную зависимость. Эта зависимость имеется между строками и столбцами матриц. В тоже время она не является обычной линейной зависимостью. Потому-то подобные матрицы остаются невырожденными.

Матрицы с внутриматричной рекуррентной зависимостью можно построить с помощью поля Галуа $GF(p^n)$. Однако, в ряде случаев, обнаружение внутриматричной зависимости может оказатся непростой задачей.

Полученные алгоритмы скоростные, обладают высокой стойкостью и устойчивостью против атак с открытым текстом.

Mathematical Model of One Process of Ecological Pollution

MZIANA NACHKEBIA AND MIKHEIL TUTBERIDZE

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics, Tbilisi, Georgia

mzianachkebia@yahoo.com

Niko Muskhelishvili Institute of Computational Mathematics, Tbilisi, Georgia

mtutberidze@gmail.com

In this work the mathematical model of the process of spreading of pollution of seas or oceans by oil is elaborated and its computer realization is given. The model is described by the system of ordinary differential equations. The swimming mass of the oil is solved in water under the affect of molecular diffusion from the one side and by Brown motion on the other side. The local movement of oil particles is described by Fick first law. The solving coefficient, mass and the shape of the pollution are the initial data for the problem. The numeric experiments were performed for different cases and realistic results were received.

Symmetry Principles for Tasks of Identification and Management

V. SESADZE, T. KAISHAURI, V. KEKENADZE

Georgian Technical University, Tbilisi

In the talk the basic scientific and technical directions which are connected to main principles of symmetry are determined. The role of principles of symmetry and laws of preservation in a modern science and technics is proved; different principles of symmetry in one general the theory are systematized.

On the basis of the strengthened form of theorem of Noether, it is authorized, that for “normal” systems actually there is biunique conformity between groups not trivial variational symmetry and nontrivial laws of preservation.

Decision Precising Technologies in Temporalized Structures

GIA SIRBILADZE*, TAMAZ GACHECHILADZE AND ANNA SIKHARULIDZE

Department of Computer Science, Faculty of Exact & Natural Sciences
Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

gia.sirbiladze@tsu.ge

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

tamaz_gachechiladze@rambler.ru

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia

ana.sikharulidze@tsu.ge

To ensure the effectiveness of decision-support computer systems it is essential to solve such problems as identification, filtration, precision etc. of information streams, as well as modeling and simulation of decision-making problems which are based on them. When working with information streams of expert knowledge, as a complex systems, in parallel with classical approaches of their modeling, the most important matter is to assume fuzziness. All these is connected to the complicity of study of incomplete, abnormal and extreme processes in nature and society, which are caused by lack or shortage of objective information and when expert data streams are essential for constructing credible decisions. Such problems include solutions of business problems in extreme environments, analysis of management and investment risks, problems of conflictology, sociology, medical diagnosis, etc. With the growth of complexity of information our ability to make credible decision about process development reduces to some level, below which some characteristics such as accuracy and certainty become mutually conflicting. Our research is concerned with quantitative-fundamental analysis of this uncertainty and its use for precision of informational processes and decision modeling. Consequently one of main objects of our attention is the analysis of structures of expert data and measures of its uncertainty. The most important of such analysis methods are the theory of the body of evidence.

The precision of decisions first of all means improvement of representation of decision making factors by Dempster-Shafer data structures. Of course, there are many methods for knowledge representations and decision making, which use the Dempster-Shafer structures. The novelty of our research in this direction is the technology for precision of the structure of body of evidence, which we call the temporalization of body of evidence. Temporalization means the construction of inclusion relation on the bodies of evidence. This approach is completely novel in study of expert knowledge representations and structuring. It will cause many heurstic methods of decision- making based on the expert knowledge representation to be modified. Thus existing heuristic methods will obtain fundamental basis, final purpose of which will be to model more precise decision in the cases of expert knowledge streams input.

Decision Making Problems in the Dempster-Shafer Belief Structure

GIA SIRBILADZE*, BEZHAN GHVABERIDZE AND PRIDON DVALISHVILI

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia
gia.sirbiladze@tsu.ge

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia
b.gvaberidze@gmail.com

Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia
max_332@posta.ge

Some decision problems can be considered as given by the decision-making information system:

$$(\Omega, D, I, u, K)$$

where Ω is the non-empty set of the states (acts, factors, situations, symptoms and so on) of nature; D is non-empty set of the feasible decisions (possible alternatives); I is the available information about Ω; K is the decision-maker's criterion, which represents some optimal principle; and $u: D \times \Omega \to R$, is a valuation of the consequences, coherent with the decision-maker's preferences (utilities, results, gains and so on).

According to the kind and amount of available information I, the following cases have been distinguished:

- General Decision Problem in a Certain Environment: when the state of nature which will occur is known "a priori".
- General Decision Problem in a Risk Environment: if the true state is unknown but a probability distribution is available on Ω.
- General Decision Problem in an Uncertain Environment: when no information about the states of nature can be used.

Our aim in this work is to study a more general model including the previous three, such a model will consider the information about Ω as defined by a body of evidence.

A general model for decision problems is presented by a basic probability assignment of a body of evidence, which gives the information on distribution of states, situations or factors in the form of Dempster-Shafer belief structure. The rule for decision making is constructed from two steps by means of a composition of two functions – Dempster's lower and upper expected values. Shapley information entropy decreasing principal is received for the information inclusion relation constructed in the framework of the Dempster-Shafer belief structure.

The Dominance Concept of Dempster-Shafer (D-S) Belief Structure in the Modeling Decisions

ZAKARIA KARSAULIDZE

I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia
zaza_kar@yahoo.com

A General model for decision problems is presented in the structure of a body of evidence in the framework of utility theory. Decision maker's preferences valuations on the states of decision systems and possible alternatives (decisions) are presented by utility function. In this case the concept of stochastic dominance is changed by the dominance concept of D-S belief structure, when the utility function is unknown, but there exists some analytical information about it. First, second and higher dominance relations are established. We present theorems about their connections. The maximum principle of Shapley expected utility is explained instead of the maximum principle of Bernoulli expected utility. Because of this, conditional optimization problem is created as nonspecificity measure maximum principle, for which unknown parameters are focal probabilities of a body of evidence.

Forecast Modeling based on the Possibility Discrimination Analysis

IRINA KHUTSISHVILI

Department of Computer Sciences, Iv.Javakhishvili Tbilisi State University,

Tbilisi, Georgia

i.khutsishvili@yahoo.com

Recently, in decision-making problems the methods of fuzzy sets theory are more often applied. This results from the fact that the description of the complex object in traditional mathematical terms and, hence, construction of its exact mathematical model becomes impossible. The description of such objects is impossible without introduction of fuzzy representations.

The author offers application of one fuzzy method - the Possibilistic Discrimination Analysis, which on the basis of information database of primary data (data about the last condition of object) allows to predict possible events. This method is modification of a known method of the Discrimination Analysis and is based on works of the following authors: Norris D., Pilsworth B.W., Baldwin J.F., Sirbiladze G., Sikharulidze A., Korakhashvili G.

Let's considered the set of activities (factors) essential to reception of the forecast $A=\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ and the set of possible decisions (forecasts) $D=\{d_1, d_2, ..., d_m\}$. As well as in a "classical" variant of the Discrimination Analysis, from the information in general database the frequency distribution table $\{f_{ij}\}$ is established, where f_{ij} is the relative frequence of activity A_i accompanying decision D_j. Then the possibilistic distribution table is obtained under formulae $\pi^i_j = f_{ij} \big/ \max\limits_{j=\overline{1,n}} f_{ij}$. Using the known transformation principle, the possibilistic distribution table is transformed to the probabilistic distribution table by the formulae $f_{j_s}^{i} = \sum_{\ell=s}^{n} \frac{1}{s}\left(\pi_{j_\ell}^{i} - \pi_{j_{\ell+1}}^{i}\right)$, where $s = 1, 2, \ldots, n$, $\pi_{j_{n+1}}^{i} \equiv 0$. On $D \times A$ are obtained positive and negative discriminations:

$$p_{ij} = \frac{1}{n+1}\left\{1 + \sum_{k:\, f_k^i < f_j^i}\left(f_j^i - f_k^i\right)^{\alpha_1} + \frac{1}{1 + \sum_{k:\, f_k^i > f_j^i}\left(f_k^i - f_j^i\right)^{\alpha_2}}\right\},\ n_{ij} = \frac{1}{n+1}\left\{1 + \sum_{k:\, f_k^i > f_j^i}\left(f_k^i - f_j^i\right)^{\alpha_1} + \frac{1}{1 + \sum_{k:\, f_k^i < f_j^i}\left(f_j^i - f_k^i\right)^{\alpha_2}}\right\}, \alpha_s > 0, s = 1,2.$$

If some set of activities $A' = \{A_{j1}, A_{j2}, \ldots, A_{jk}\}$ is defined before a concrete decision is made, the following positive and negative possibilistic discriminations are calculated on the set of decisions D: $\pi_i = \frac{1}{k}\sum_{l=1}^{k} p_{ij_\ell}$, $\nu_i = \frac{1}{k}\sum_{l=1}^{k} n_{ij_\ell}$. On D is calculated the possibilistic distribution, $\forall i = 1,2,\ldots,m$: $\delta_i = \frac{1}{2}\left(\pi_i^{\beta} + (1-\nu_i)^{\beta}\right), \beta > 0$. And, finally, the decision with a maximum value in $\{\delta_i\}$ can be recognized as a most believable decision: $\delta_{i_0} = \max_i \delta_i$.

Offered method is applied in concrete forecasting task - decision-making regarding the possibility of earthquake occurrence. As the factors-precursors the some geophysical activities of an atmosphere are taken. Initial data comprises the earthquakes' statistics in the Dusheti Region of Georgia. In comparison with the Discrimination Analysis the quantity of correct forecasts of a method has appeared approximately for 6.5 percent more.

ავტორთა საძიებელი - **Author's Index**

ს ა რ ჩ ე ვ ი - C O N T E N T

ალგებრა, ლოგიკა და რიცხვითი თეორია
ALGEBRA, LOGIC AND NUMBER THEORY

ანალიზი
ANALYSIS

გეომეტრია, ტოპოლოგია
GEOMETRY AND TOPOLOGY

მათ. განათლება და მათემატიკის ისტორია
MATHEMATICS EDUCATION AND HISTORY OF MATHEMATIC

რიცხვითი მეთოდები და მეცნიერული გამოთვლები
NUMERICAL ANALYSIS AND SCIENTIFIC COMPUTING

ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებები, მართვის თეორია, ოპტიმიზაცია და დინამიკური სისტემები
ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS, CONTROL THEORY, OPTIMIZATION AND DYNAMICAL SYSTEMS

კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებები, მათემატიკური ფიზიკა, გამოყენებები მეცნიერებასა და ტექნოლოგიებში

PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS, MATHEMATICS IN SCIENCE AND TECHNOLOGY

უწყვეტ ტანთა მექანიკა
MECHANICS OF CONTINUA

ალბათობისა და სტატისტიკის სექცია
PROBABILITY AND STATISTICS

თეორიული ფიზიკა
THEORETICAL PHYSICS

კომპიუტერული მეცნიერებები
MATHEMATICAL ASPECTS OF COMPUTER SCIENCES