

სამეცნიერო-კვლევითი საქმიანობის

ანგარიში

2024 წელი

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის  
თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

ანდრია რაზმაძის სახელობის  
მათემატიკის ინსტიტუტი

ინსტიტუტის დირექტორი

ნინო ფარცვანია

ინსტიტუტის სამეცნიერო საბჭოს თავმჯდომარე

თორნიკე ქადეიშვილი

15 იანვარი, 2025 წელი

## შ ი ნ ა ა რ ს ი

ზოგადი ინფორმაცია ინსტიტუტის შესახებ .....	3
2024 წელს გამოქვეყნებული და გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები .....	3
საგრანტო პროექტები, რომლებიც 2024 წელს მუშავდებოდა ინსტიტუტში, ან ინსტიტუტის თანამშრომელთა მონაწილეობით .....	3
სამეცნიერო მივლინებები საზღვარგარეთ .....	3
ინსტიტუტის საგამომცემლო საქმიანობა .....	4
ინსტიტუტის მიერ ჩატარებული კონფერენციები .....	4
<b>განყოფილებათა ანგარიშები</b>	
მათემატიკური ანალიზის განყოფილება .....	5
დიფერენციალური გატოლებების განყოფილება .....	20
მათემატიკური ფიზიკის განყოფილება .....	29
დრეკადობის მათემატიკური თეორიის განყოფილება .....	42
გეომეტრიისა და ტოპოლოგიის განყოფილება .....	49
ალგებრის განყოფილება .....	55
მათემატიკური ლოგიკის განყოფილება .....	64
ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის განყოფილება .....	69
თეორიული ფიზიკის განყოფილება .....	80
<b>დანართები</b>	
დანართი 1 - გამოქვეყნებული და გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები .....	89
დანართი 2 - საგრანტო პროექტების ჩამონათვალი .....	95
დანართი 3 - საგამომცემლო საქმიანობა .....	97

## ზოგადი ინფორმაცია ინსტიტუტის შესახებ

ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტში არის 9 სამეცნიერო განყოფილება: ალგებრის, მათემატიკური ლოგიკის, გეომეტრიისა და ტოპოლოგიის, მათემატიკური ანალიზის, დიფერენციალური განტოლებების, მათემატიკური ფიზიკის, დრეკადობის მათემატიკური თეორიის, თეორიული ფიზიკის, ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის.

2024 წლის 31 დეკემბრის მონაცემებით ინსტიტუტში ირიცხება 56 მეცნიერი თანამშრომელი, მათ შორის, 28 ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი (მათგან 5 საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის აკადემიკოსი, 1 - საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის წევრ-კორესპონდენტი) და 26 ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი (აკადემიური დოქტორი).

## 2024 წელს გამოქვეყნებული და გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები (იხ. დანართი 1)

2024 წელს გამოქვეყნდა ინსტიტუტის თანამშრომელთა 3 მონოგრაფია, 1 წიგნი, 1 სახელმძღვანელო, 83 სტატია (14 - online), მათ შორის, 31 სტატია - იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში; გამოსაქვეყნებლად მიღებულია 9 სტატია (მათ შორის, 5 - იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში), გამოსაქვეყნებლად გადაეცა 13 სტატია (მათ შორის, 3 - იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში).

## საგრანტო პროექტები, რომლებიც 2024 წელს მუშავდებოდა ინსტიტუტში, ან ინსტიტუტის თანამშრომელთა მონაწილეობით (იხ. დანართი 2)

2024 წელს ინსტიტუტის თანამშრომლები მონაწილეობდნენ შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის 20 საგრანტო პროექტში და უცხოური ფონდებით დაფინანსებულ 2 საგრანტო პროექტში.

## სამეცნიერო მივლინებები საზღვარგარეთ

2024 წელს შედგა ინსტიტუტის თანამშრომელთა 49 სამეცნიერო მივლინება ერთობლივი სამეცნიერო კვლევების ჩასატარებლად, სემინარებზე და კონფერენციებზე მოხსენებების გასაკეთებლად და ლექციების წასაკითხად უცხოეთის სამეცნიერო ცენტრებში, კერძოდ, ფლინდერსის უნივერსიტეტში (ქ. ადელაიდა, ავსტრალია), გრავიტაციული ფიზიკის მაქს პლანკის ინსტიტუტში (ქ. პოტსდამი, გერმანიის ფედერაციული რესპუბლიკა), იენის ფრიდრიხ შილერის უნივერსიტეტის მათემატიკურ ინსტიტუტში (ქ. იენა, გერმანიის ფედერაციული რესპუბლიკა), ქ. დარმშტადტში (გერმანიის ფედერაციული რესპუბლიკა), თეორიული ფიზიკის საერთაშორისო ცენტრში (ქ. ტრიესტი, იტალიის რესპუბლიკა), პიზის ენიო დე ჯორჯის მათემატიკური კვლევის ცენტრში (ქ. პიზა, იტალიის რესპუბლიკა), სანტიაგო დე კომპოსტელას უნივერსიტეტში (ესპანეთის სამეფო), ბარსელონას უნივერსიტეტი (ქ. ბარსელონა, ესპანეთის სამეფო), ქ. კადიზში (ესპანეთის სამეფო), ავეიროს უნივერსიტეტში (ქ. ავეირო, პორტუგალია), პერდიუს უნივერსიტეტში (ქ. სან-ხუანი, პურტო-რიკო), ქ. პეკინში (ჩინეთის სახალხო რესპუბლიკა), პარიზ-საკლეს უნივერსიტეტში (ქ. პარიზი, საფრანგეთი), ნიუ-იორკის უნივერსიტეტის აბუ დაბის ფილიალში (არაბთა

გაერთიანებული საემიროები), გენტის უნივერსიტეტში (ბელგია), საერთაშორისო ცენტრ LUMINY-ში (ქ. მარსელი, საფრანგეთის რესპუბლიკა), ლესტერის უნივერსიტეტის გამოთვლებისა და მათემატიკურ მეცნიერებათა სკოლაში (ქ. ლესტერი, დიდი ბრიტანეთი), ქ. კემბრიჯში (დიდი ბრიტანეთის სამეფო), ბრაზილიის უნივერსიტეტში (ქ. ბრაზილია, ბრაზილიის ფედერაციული რესპუბლიკა), დუბნის ბირთვული კვლევის გაერთიანებული ინსტიტუტის ინფორმაციული ტექნოლოგიების ლაბორატორიაში (რუსეთის ფედერაცია), ჩეხეთის მეცნიერებათა აკადემიის კომპიუტერულ მეცნიერებათა ინსტიტუტში (ქ. პრაღა, ჩეხეთის რესპუბლიკა), ჩეხეთის მეცნიერებათა აკადემიის მათემატიკის ინსტიტუტის ბრნოს ფილიალში (ქ. ბრნო, ჩეხეთის რესპუბლიკა), ბრნოს ტექნოლოგიური უნივერსიტეტის ბიზნესის მართვისა და მენეჯმენტის ფაკულტეტის ინფორმატიკის ინსტიტუტში (ქ. ბრნო, ჩეხეთის რესპუბლიკა), პოზნანის უნივერსიტეტში (ქ. პოზნანი, პოლონეთის რესპუბლიკა), იერუსალიმის ებრაული უნივერსიტეტის მათემატიკის ინსტიტუტში (ისრაელი), ქ. ზაგრებში (ხორვატიის რესპუბლიკა), ქ. ანტალიაში (თურქეთის რესპუბლიკა), სომხეთის მათემატიკის ინსტიტუტში (ქ. ერევანი, სომხეთის რესპუბლიკა), ქ. ბაქოში (აზერბაიჯანის რესპუბლიკა), ნაზარბაევის სახელობის უნივერსიტეტში (ქ. ასტანა, ყაზახეთის რესპუბლიკა).

### ინსტიტუტის საგამომცემლო საქმიანობა (იხ. დანართი 3)

ინსტიტუტი გამოსცემს სამ საერთაშორისო ჟურნალს:

- )] საქართველოს მათემატიკური ჟურნალი (*Georgian Mathematical Journal*);
- )] ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომები (*Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute*);
- )] მემუარები დიფერენციალურ განტოლებებსა და მათემატიკურ ფიზიკაში (*Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics*).

გარდა ამისა, 2022 წლიდან ინსტიტუტი გამოსცემს "REPORTS OF QUALITDE" ([https://rmi.tsu.ge/eng/reports\\_of\\_QUALITDE.html](https://rmi.tsu.ge/eng/reports_of_QUALITDE.html)), რომელიც შეიცავს დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში საერთაშორისო ვორკშოპის QUALITDE-ის მასალებს. 2024 წელს გამოიცა "REPORTS OF QUALITDE"-ის მესამე ტომი.

### ინსტიტუტის მიერ ჩატარებული კონფერენციები

- )] თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიმდინილი პროფესორ გიორგი მანჯავიძის 100 წლისთავისა და აკადემიკოს ნოდარ ბერიკაშვილის 95 წლისთავისადმი, თბილისი, 19 – 23 თებერვალი, 2024 წ. ([http://www.rmi.ge/geo/conf/RMI\\_program-2024.pdf](http://www.rmi.ge/geo/conf/RMI_program-2024.pdf));
- )] საერთაშორისო ვორკშოპი დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში – QUALITDE-2024, თბილისი, 21-23 დეკემბერი, 2024 წ. (<https://rmi.tsu.ge/eng/QUALITDE-2024/workshop-2024.htm>).
- )] VIII ვორკშოპი დისკრეტულ მათემატიკაში, თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი, თბილისი, 15 დეკემბერი, 2024 წ. ([http://www.rmi.ge/eng/DM/Discrete\\_Mathematics.htm](http://www.rmi.ge/eng/DM/Discrete_Mathematics.htm)).

## მათემატიკური ანალიზის განყოფილება

ალექსანდრე მესხი (განყოფილების ხელმძღვანელი, მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ალექსანდრე ხარაზიშვილი (უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ლაშა ეფრემიძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ომარ ძაგნიძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ალექსანდრე კირთაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 შაქრო ტეტუნაშვილი (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ეთერ გორდაძე (მეცნიერი თანამშრომელი),  
 გიორგი იმერლიშვილი (მეცნიერ თანამშრომელი),  
 ცირა ცანავა (უფროსი ლაბორანტი).

### I. სახელმწიფო პროგრამით (ბიუჯეტით) დაფინანსებული თემა/თემები (საანგარიშო წლისათვის):

№	თემის დასახელება	ვადები	კონკრეტული ეტაპი	შემსრულებლები (მათი როლებით)
1	თანამედროვე ასპექტები ახალი ფუნქციურ სივრცეების, ინტეგრალური ოპერატორების, გამოყენებითი ჰარმონიული ანალიზის, ფურიეს ანალიზის და ინვარიანტულ და კვაზი-ინვარიანტულ ზომათა თეორიის მიმართულებებით. გამოყენებები მონათესავე დარგებში	2024-2028	I ეტაპი	მეცნიერებათა დოქტორები: ალექსანდრე მესხი, ალექსანდრე ხარაზიშვილი, შაქრო ტეტუნაშვილი, ომარ ძაგნიძე, ლაშა ეფრემიძე; ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატები: ალექსი კირთაძე, ეთერ გორდაძე; მათემატიკის აკადემიური დოქტორი გიორგი იმერლიშვილი

### ანოტაცია

- ) დადგენილია რუბიო დე ფრანსიას ტიპის ექსტრაპოლაციის თეორემა გრანდ შერეულნორმიან ფუნქციურ სივრცეებში. მიღებულია ჰარმონიული ანალიზის ოპერატორთა ნორმების რაოდენობრივი შეფასებები შერეულნორმიან ფუნქციურ სივრცეებში
- ) ნაპოვნია ორწონიანი კლასიკური და გრანდ მორის სივრცეთა დუალური სივრცე და დამტკიცებულია საინტერპოლაციო თეორემა აღნიშნულ სივრცეებში
- ) დადგენილია წონითი ექსტრაპოლაციის თეორემები გრანდ ცვლადმაჩვენებლიანი და წონიანი ლეხევის სივრცეების შერეულნორმიან სივრცეებში
- ) შესწავლილია წონიანი გრანდ მორის სივრცეების სტრუქტურული თვისებები
- ) მიღებულია სინგულარული ინტეგრალური ოპერატორის კომპუტატორების შემოსაზღვრულობა ცვლადმაჩვენებლიან გრანდ მორის სივრცეებში.
- ) გამოკვლეულია ჩართვის თეორემები მეტრიკულ ზომიან სივრცეებზე განსაზღვრულ გრანდ ცვლადმაჩვენებლიან ჰაილაშ-მორის სივრცეების ჩარჩოებში
- ) გამოკვლეულია ზომათა გარკვეული კლასების მიმართ ფარდობითად ზომადი ან აბსოლუტურად არაზომადი წერტილოვანი სიმრავლეების სტრუქტურა
- ) უსასრულოგანზომილებიან პოლონურ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში ზომათა ისეთი ინვარიანტული გაგრძელებების არსებობა, რომლებიც არ არიან ნორმალური, მაგრამ ფლობენ ძლიერი ერთადერთობის თვისებას

- ქ) დადგენილია რადემახერის უნივერსალური მწკრივების არსებობა ნებისმიერი უწყვეტი ფუნქციის ყველგან მკვირვ სიმრავლეებზე წარმოდგენის თვალსაზრისით
- ქ) შესწავლილია ფაქტუს პრობლემა პუასონის ასოცირებული ინტეგრალებისთვის, რომელნიც შეესაბამებთან ომარ ძაგნიძის მიერ 2017 წელს შემოღებულ ფურიეს ასოცირებულ მწკრივებს
- ქ) მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის ალგორითმის გადატანა უწყვეტი სისტემებისათვის ნამდვილ ღერძზე

**II. სამეცნიერო საგრანტო პროექტები (სამამულო დაფინანსებით):**

**ბ) გარდამავალი (ანოტაცია - მხოლოდ საანგარიშო წელს შესრულებულ სამუშაოს):**

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურიდან
1	„ეპილეფსიური კერის დასადგენად ჯანაშია-ლაგვილა-ვას ალგორითმის კლინიკური გამოყენების პოტენციალის შესწავლა რელევანტურ რაოდენობრივ მონაცემებზე დაყრდნობით, FR-23-18000	შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	თ. გელაძის სახელობის საქართველოს ეპილეფსიას-თან ბრძოლის ლიგა	4	1 ლაშა ევრემიძე

*ანოტაცია*

გრანტის ფარგლებში მეცნიერებათა აკადემიაში ჩატარდა მინი-კონფერენცია: “მათემატიკური მეთოდები ნეირომეცნიერებაში” უცხოელი ექსპერტის ჩართულობით, რომელიც გაშუქდა სათანადოდ ვებგვერდზე <http://science.org.ge/?p=15979> და ტელევიზიაში <https://fb.watch/rjQgkyK52p/>

**გ) პროექტები უცხოური დაფინანსებით:**

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურიდან
1	Effective Factorization techniques for matrix-functions: Developing theory, numerical methods and impactful applications	Horizon 2020, Call: H2020- MSCA-RISE-2020 grant 101008140 2022-2026	Aberystwyth University	12	1 ლაშა ევრემიძე

*ანოტაცია*

გრანტის ფარგლებში ლაშა ევრემიძე იმყოფებოდა ჩინეთში, ქალაქ ჩენგდუში, ჩინეთის ელექტრონულ მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების უნივერსიტეტში, 6-25 ნოემბერს, სადაც მუშაობდა ჯანაშია-ლაგვილა-ვას მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის ალგორითმის გამოყენებაზე მასიური მატრიცებისათვის.

### III. სამეცნიერო პუბლიკაციები:

#### ა) მონოგრაფია/წიგნი:

№	ავტორი	სათაური	გამომცემლობა	საერთ. კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანავტორობა
1	ა. კირთაძე	ლებეგის ზომა და ინტეგრალი	გამომცემლობა „უნივერსალი“, თბილისი	ISBN 978-9941-33-903-5	576 გვ.	
2	ო. ძაგნიძე	ფურიეს ერთგანზომილებიანი მწკრივები ერთი და ორი ცვლადის ფუნქციებისთვის	ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა	ISBN 978-9941-36-121-0	378 გვ.	

#### ანოტაცია

1. წიგნში განხილულია ზოგადი ზომის თეორიის, ლებეგის ზომის, ლებეგის ინტეგრალის, ინტეგრალის ზოგადი თეორიის საკითხები. მოცემულია ზომის თეორიის უშუალო კავშირები სიმრავლეთა თეორიასთან, ზოგად ტოპოლოგიასთან, ზოგად ალგებრასთან, უსასრულო კომბინატორიკასთან.

2. ნაწილი I - ფურიეს მწკრივები. ერთი ცვლადის ფუნქციებისთვის აქ, გადმოცემულია ჩემი ავტორობით 2015 წელს თსუ-ს მიერ გამოქვეყნებული „ფურიეს მწკრივები“ ორი ახალი შედეგის დამატებით.

ნაწილი II - ორი ცვლადის ფუნქციასთან ასოცირებული ფურიეს ერთგანზომილებიანი მწკრივები.

$[-\pi, \pi]^2$  კვადრატზე ჯამებად  $f(x, y)$  ფუნქციას, სიმბოლოურად  $f \in L[-\pi, \pi]^2$ , შეესაბამება ფურიეს ორჯერადი მწკრივი, სიმბოლოურად  $S[f]$ .  $S[f]$  მწკრივების შესახებ გამოქვეყნებულ ნაშრომთა შორის პრინციპული მნიშვნელობისაა ერთი ნაშრომი - Fefferman Ch., On the divergence of multiple Fourier series, Bull. Amer. Math. Soc., 77(1971), 191-195 - სადაც დადგენილია ორი ცვლადის ყველგან უწყვეტი ისეთი  $F(x, y)$  ფუნქციის არსებობა, რომელიც  $2\pi$  პერიოდულია თითოეული ცვლადის მიმართ და მის შესაბამის ფურიეს ორჯერად  $S[f]$  მწკრივს არ გააჩნია მართკუთხედების მიხედვით კრებადობის ერთი წერტილიც კი.

2017 წელს გამოქვეყნებულ ჩემს ერთ ნაშრომში - O. Dzagnidze, One-dimensional Fourier series of a function of many variables, Trans. A. Razmadze Math. Inst., 171(2017), No 2, 167-170 - განვითარებულია ახალი მეთოდი, რომლის მიხედვით  $n$  -განზომილებიან  $[-\pi, \pi]^n$  კუბში ჯამებად და თითოეული ცვლადის მიმართ  $2\pi$  პერიოდულ  $f(x)$  ფუნქციასთან,  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , ასოცირდება ფურიეს  $n$  რაოდენობის ერთჯერადი  $S[f]_1, \dots, S[f]_n$  მწკრივები  $x_1, \dots, x_n$  ცვლადების მიმართ შესაბამისად, რომელთა კოეფიციენტები დამოკიდებულია დანარჩენ  $(n-1)$  რაოდენობის ცვლადებზე.

მართებულია თეორემა (იხ. გვ. 296-297): ფეფერმანის  $F(x, y)$  ფუნქციის შესაბამისი ერთჯერადი  $S[f]_1$  და  $S[f]_2$  მწკრივები ეროვულად კრებადია თითქმის ყველა  $(x, y) \in [-\pi, \pi]^2$  წერტილზე. გარდა ამისა, მოცემულია ასოცირებული მწკრივების კრებადობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები.

ნაწილი III - ორი ცვლადის გლუვი ფუნქციები.

ერთი ცვლადის ფუნქციისთვის ბ. რიმაძმა შემოიღო ახალი და მნიშვნელოვანი თვისება, რომელსაც საკმაოდ გვიან ა. ზიგმუნდმა უწოდა გლუვობა. ფუნქციის გლუვობა უფრო სუსტი თვისებაა, ვიდრე წარმოებულის არსებობა. მნიშვნელოვანია ის, რომ ჯამებადი ფუნქციის ფურიეს მწკრივი კრებადია გლუვობის წერტილზე შესაბამისი მნიშვნელობისკენ.

ამ გარემოებამ, გარკვეული ინტერესი გააჩინა ორი ცვლადის ფუნქციის გლუვობის ცნების შემოღების და მისი თანმდევი თვისებების დადგენის (იხ. O. Dzagidze, The smoothness of functions of two variables and double trigonometric series, Real Analysis Exchange, 34(2008/2009), No 2, 451-470).

დადგენილია ორი ცვლადის დიფერენცირებადი ფუნქციის გლუვობა (იხ. გვ. 311) და თეორემა (იხ. O. Dzagidze, Smoothness conditions for functions of two variables, Georgian Math. J., 28(2021), No 6, 859-865): ორი ცვლადის  $f(x,y)$  ფუნქციის გლუვობისთვის  $(x_0, y_0)$  წერტილზე, აუცილებელია და საკმარისი  $f$  -ის თითოეული ცვლადის მიმართ კუთხურად განზოგადოებული გლუვობა იმავე  $(x_0, y_0)$  წერტილზე (იხ. გვ. 323). აქვე, მოცემულია ასოცირებული მწკრივების კრებადობის საკმარისი პირობებიც (გვ. 325-327).

*ნაწილი IV - რამდენიმე შედეგი ორმაგი მწკრივების შესახებ.*

აქ, ფორმულირებულია სხვადასხვა მონოგრაფიიდან და საჟურნალო ლიტერატურიდან ცნობილი შედეგები, რომელნიც შეესაბამებოდა ერთჯერადი მწკრივებისთვის ცნობილი ძირითად თეორემებს; კანტორ-ლემბერის თეორემას, დანჟუა-ლუზინის თეორემას, ზესელის იგივეობას და უტოლობას, პარსევალის ტოლობას, რისი-ფიშერის თეორემას და რიმაძ-ლემბერის თეორემას.

მოცემულია ფურიეს ორმაგი ტრიგონომეტრიული მწკრივის მართკუთხოვანი კერძო ჯამების ინტეგრალური წარმოდგენა, ფურიეს ორმაგი ტრიგონომეტრიული მწკრივის მართკუთხედებით კრებადობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა და, აგრეთვე, საკმარისი პირობები.

გადმოცემულია ნიკოლოზ (კიტა) თევზაძის 1970 წლის თეორემა, კვადრატით ჯამებადი ფუნქციის ფურიეს ორმაგი მწკრივის კვადრატების მიხედვით თითქმის ყველგან კრებადობის შესახებ (იხ. გვ. 354), რომელიც პირველია ამ მიმართულების შედეგებიდან.

მოცემულია ა. ლემბერის მნიშვნელოვანი თეორემა ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივის წევრობრივი ინტეგრების მართლზომიერების შესახებ, თუნდაც ეს მწკრივი განშლადი იყოს ყველა წერტილზე.

ლემბერის ამ თეორემამ გააჩინა იმის შესაძლებლობა, რომ დამტკიცებულიყო ნებისმიერი ჯამებადი ფუნქციის ფურიეს მწკრივის თითქმის ყველგან შეჯამებადობა რიმაძის  $R^2$  მეთოდით, რომლის ანალოგი ფურიეს ორმაგი მწკრივისთვის ცნობილი არ არის, თუმცა ცნობილია ა. ლემბერის თეორემის ანალოგი ფურიეს ორმაგი მწკრივის წევრობრივი ინტეგრების მართლზომიერების შესახებ (იხ. O. Dzagidze, On the behavior of series, obtained by termwise integration of double trigonometric series, Proc. A. Razmadze Math. Inst., 166(2014), 31-48). აქ, დამტკიცებულია

$$\sum_{m,n \in \mathbb{N}} \frac{|b_{mn}|}{mn}$$

მწკრივის კრებადობა და ტოლობა

$$\sum_{|m|, |n| \leq 1} \frac{c_{mn}}{mn} \times \sum_{m,n \in \mathbb{N}} \frac{b_{mn}}{mn},$$

სადაც  $c_{mn}$  წარმოადგენს ფურიეს კომპლექსურ კოეფიციენტს.

ამავე ნაწილიდან გამოვყოფ ორ ახალ შედეგს:

- 1) ერთზე მეტ ხარისხში ჯამებადი ორი ცვლადის ფუნქციის ფურიეს განმეორებითი ორივე მწკრივი კრებადია თითქმის ყველგან, კერძოდ, ამ მტკიცებას ადგილი აქვს ჩ. ფეფერმანის უწყვეტი ფუნქციისათვის, რომლის ფურიეს მწკრივი განშლადია ყველა წერტილზე (იხ. გვ. 348-351).
- 2) ორი ცვლადის ჯამებადი ფუნქციის ფურიეს განმეორებითი მწკრივები  $R^2$  შეჯამებადია თითქმის ყველა წერტილზე, ანუ თითქმის ყველა  $(x, y) \in [-\pi, \pi]^2$  წერტილზე სრულდება ტოლობები (იხ. გვ. 364):

$$\lim_{k \rightarrow 0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ c_{mn} e^{imx} \left( \frac{\sin mh}{mh} \right)^2 \right] e^{iny} \left( \frac{\sin nk}{nk} \right)^2 = f(x, y)$$



$$\lim_{h \rightarrow 0} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left[ \lim_{h \rightarrow 0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_{mn} e^{iny} \left( \frac{\sin nk}{nk} \right)^2 \right] e^{imx} \left( \frac{\sin mh}{mh} \right)^2 = f(x, y).$$

გ) სტატია:

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	საერთ. კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	A. Kharazishvili	On some version of measurable uniformizations of plane sets	Trans. A. Razmadze Math. Inst., 178, issue 2, 321-323.	<a href="https://rmi.tsu.ge/transactions/TMI-volumes/178-2/r178(2)-3.pdf">https://rmi.tsu.ge/transactions/TMI-volumes/178-2/r178(2)-3.pdf</a>	3	
2	A. Kharazishvili	On some finite systems of vectors in the Euclidean plane	Trans. A. Razmadze Math. Inst., 178, issue 2, 325-329.	<a href="https://rmi.tsu.ge/transactions/TMI-volumes/178-2/r178(2)-4.pdf">https://rmi.tsu.ge/transactions/TMI-volumes/178-2/r178(2)-4.pdf</a>	5	
3	A. Meskhi	Boundedness criteria for linear and multilinear fractional integral operators in Lorentz spaces,	Trans. A. Razmadze Math. Inst., <b>178</b> (2024), no 2, 331-333.	<a href="https://rmi.tsu.ge/transactions/TMI-volumes/178-2/r178(2)-5.pdf">https://rmi.tsu.ge/transactions/TMI-volumes/178-2/r178(2)-5.pdf</a>	3	L. Natelashvili
4	A. Meskhi	Extrapolation in grand Banach function spaces and applications	Trans. A. Razmadze Math. Inst., <b>178</b> (2024), no 1, 165-169	<a href="https://rmi.tsu.ge/transactions/TMI-volumes/178-1/r178(1)-3.pdf">https://rmi.tsu.ge/transactions/TMI-volumes/178-1/r178(1)-3.pdf</a>	5	
5	A. Meskhi	On the weighted Rellich-Sobolev and Hardy-Sobolev inequalities in variable exponent Lebesgue spaces	Trans. A. Razmadze Math. Inst, <b>178</b> (2024), no 1, 155-159.	<a href="https://rmi.tsu.ge/transactions/TMI-volumes/178-1/r178(1)-1.pdf">https://rmi.tsu.ge/transactions/TMI-volumes/178-1/r178(1)-1.pdf</a>	5	D. Edmunds
6	Sh. Tetunashvili	On universal functions representing certain classes of functions	Trans. A. Razmadze Math. Inst, 178(2024), No 2, 341-343.	<a href="https://rmi.tsu.ge/transactions/TMI-volumes/178-2/r178(2)-7.pdf">https://rmi.tsu.ge/transactions/TMI-volumes/178-2/r178(2)-7.pdf</a>	3	T. Tetunashvili

ანოტაცია

1. განხილულია ევკლიდური სიბრტყის  $Z$  ქვესიმრავლის უნიფორმიზაციის კლასიკური ამოცანის გარკვეული ვერსია. მარტინის აქსიომის (MA) გამოყენებით დამტკიცებულია, რომ თუ  $Z$  არ არის აბსოლუტურად ნულზომის სიმრავლე, მაშინ ან  $Z$ -სთვის ან  $Z^{-1}$ -სთვის არსებობს ფარდობითად

ზომადი უნიფორმიზაცია (ამავე დროს შეიძლება არ არსებობდეს  $Z$ -ის ფარდობითად ზომადი უნიფორმიზაცია).

- განხილულია მინკოვსკის ცნობილი თეორემის ორგანზომილებიანი ვერსიის ალგორითმული ასპექტი. ნაჩვენებია, რომ ნულოვანი ჯამის მქონე  $n$  კოპლანარულ ვექტორთა სისტემის შასაბამისი ამოწმებილი მრავალკუთხედის აგების ალგორითმის სირთულე  $O(n \ln(n))$  რიგს არ აღემატება.
- მოყვანილია აუცილებელი და საკმარისი პირობები ზომაზე რომლისთვისაც მის მიმართ განსაზღვრული მრავლადწრფივი წილადური ინტეგრალური ოპერატორი შემოსაზღვრულია ზომიან ლორენცის სივრცეში. შედეგი ახალია წრფივი წილადური ინტეგრალისათვისაც
- წარმოდგენილია ექსტრაპოლაციის თეორემა გრანდ ბანახის ფუნქციურ სივრცეებში. ამ თეორემაზე დაყრდნობით მიღებულია სხვადასხვა ინტეგრალური ოპერატორის შემოსაზღვრულობა კონკრეტულ ფუნქციურ სივრცეებში
- მოყვანილია დებულებები რომლებიც ეხება რელიხ-სობოლევისა და ჰარდი-სობოლევის უტოლობებს ერთგვაროვან ჯგუფებზე განსაზღვრულ ცვლადმაჩვენებლიან ლეგენის სივრცეებში
- სტატიაში განხილულია  $(0,1)$  ინტერვალზე განსაზღვრული ნამდვილ-მნიშვნელობებიანი ფუნქციათა  $A$  კლასი. შემოტანილია  $A$  კლასის წარმომდგენი უნივერსალური ფუნქციის ცნება. დადგენილია უწყვეტ ფუნქციათა  $C(0,1)$  კლასისათვის წარმომდგენი უნივერსალური  $F$  ფუნქციის არსებობა. ნაჩვენებია, რომ ყოველი  $f \in C(0,1)$  ფუნქციისათვის არსებობს  $(0,1)$  ინტერვალის ისეთი ქვესიმრავლე, რომ, თუ ცნობილია  $F$  ფუნქციის მნიშვნელობა ამ სიმრავლის ყოველ წერტილში, მაშინ შესაძლებელია  $f$  ფუნქციის მნიშვნელობის დადგენა  $(0,1)$  ინტერვალის ყოველ წერტილში.

**დ) პუბლიკაციები უცხოეთში:**

**მონოგრაფია/წიგნი:**

№	ავტორი	სათაური	გამომცემ- ლობა	საერთ. კოდი	გვერდ- რაოდე- ნობა	თანაავტორობა
1	<b>A. Kharazishvili</b>	Introduction to Combinatorial Methods in Geometry	Chapman and Hall/ CRC Press	<a href="https://www.routledge.com/Introduction-to-Combinatorial-Methods-in-Geometry/Kharazishvili/p/book/9781032594705?srsid=AfmBOoog_WjFuquKaA2b9pEJnFcwh02Nbv55uggP1_ILKjjsar9ep095">https://www.routledge.com/Introduction-to-Combinatorial-Methods-in-Geometry/Kharazishvili/p/book/9781032594705?srsid=AfmBOoog_WjFuquKaA2b9pEJnFcwh02Nbv55uggP1_ILKjjsar9ep095</a>	376	
2	<b>A. Meskhi</b>	Integral operators in non-standard function spaces, Volume 3: Advances in Grand Function Spaces, Volume III	Birkäuser/ Springer, Cham, Switzerland	<a href="https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-031-64983-7">https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-031-64983-7</a>	522	V.Kokilashvili, H. Rafeiro and S. Samko

ანოტაცია

1. წიგნში წარმოდგენილია ევკლიდური სივრცის გეომეტრიაში კომბინატორული მეთოდებისა და მიდგომების გამოყენებათა საკმაოდ ფართო სპექტრი. გამოკვლეულია ე.წ. at-სიმრავლეების, ot-სიმრავლეებისა და rt-სიმრავლეების შინაგანი სტრუქტურა, მოცემულია ცნობილი მეცნიერების (ტარსკის, ბორსუკის, ერდოშის და სხვების) მიერ დასმული პრობლემების განხილვა კომბინატორული მიდგომების თვალსაზრისით, შესწავლილია გეომეტრიული ფიგურების დამოუკიდებელი (სიმრავლურ-თეორიული გაგებით) ოჯახების თვისებები, ტრანსფინიტიური მეთოდების გამოყენებით აგებულია ევკლიდური სივრცის ერთგვაროვანი დაფარვები კონკრეტული გეომეტრიული ფიგურების მეშვეობით და დადგენილია მათი კავშირები მაზურკევიჩის ტიპის წერტილოვან სიმრავლეთან, მკაფიოდ ნაჩვენებია ამორჩევის აქსიომის როლი და მნიშვნელობა სხვადასხვა ტიპის გეომეტრიული საკითხების კვლევის პროცესში.
2. ეს არის მესამე ტომი იმავე ავტორების მიერ 2016 წელს გამოქვეყნებული ორტომეული მონოგრაფიისა. მასში გადმოცემულია ავტორთა მიერ ბოლო პერიოდში მიღებული შედეგები, რომლებიც ეხება გრანდ ფუნქციურ სივრცეებსა და მათში მოქმედი ინტეგრალურ ოპერატორების თვისებების შესწავლას. მოყვანილია მიღებული ზოგიერთი შედეგის გამოყენება აპროქსიმაციის თეორიაში, და ელიფსური ტიპის კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის რეგულარობისა და ანალიზურ ფუნქციათა რიმან-ჰილბერტის ამოცანის შესწავლაში. ის შედგება 6 თავისაგან. ამ ტომში გადმოცემულია არაერთგვაროვან სივრცეებზე განსაზღვრული გრანდ ლებეგის სივრცეებში მოქმედი წილადური და სინგულარული ინტეგრალური ოპერატორების შემოსაზღვრულობა, გრანდ შერეულნორმიანი ლებეგის სივრცეთა თვისებები და მათში მოქმედი ოპერატორების ასახვის თვისებები, გრანდ ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგისა და მორის სივრცეებში მოქმედი ჰარმონიული ანალიზის ოპერატორთა შემოსაზღვრულობა, გრანდ ბანახის ფუნქციათა თვისებები, ჩართვის თეორემები გრანდ ჰაილაშ-სობოლევისა და ჰაილაშ-მორის სივრცეებში, გრანდ ფუნქციური სივრცეების სივრცეებში. დამტკიცებულია წონითი ექსტრაპოლაციის თეორემები სხვადასხვა გრანდ ფუნქციურ სივრცეში. ზოგიერთი ამოცანა გამოკვლეულია ისეთ გრანდ ფუნქციურ სივრცეებში, რომლებიც განსაზღვრულია უსასრულო ზომის სიმრავლეებზე

**სტატია:**

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	გამოც. ადგილი და კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	O. Dzagnidze	Schwartz gradients and differentiability for functions of two variables	Real Analysis Exchange, 49(1), 155-174.	Duke University Press initiative DOI: 10.14321/realanalxch.49.1.1685750461	20	I. Tsivtsivadze
2	E. Gordadze	On some extrapolation in generalized grand Morrey spaces and applications to PDEs	Electronic Research Archive (ERA) <b>32(1)(2024):</b> 551–564	AIMS Press DOI: 10.3934/era.2024027	14	<b>A. Meskhi</b> M. A. Ragusa
3	L. Ephremidze	A numerical algorithm for matrix spectral factorization on the real line	In: Rogosin, S. (eds) Analysis without Borders. Operator Theory:	Springer Nature, Cham <a href="https://doi.org/10.1007/978-3-031-59397-0_6">https://doi.org/10.1007/978-3-031-59397-0_6</a>	11	

			Advances and Applications, vol 297, 83-93. Dedicated to Ilya Spitkovsky in occasion of his 70th anniversary,			
4	L. Ephremidze	On the exact spectral factorization of rational matrix functions with applications to paraunitary filter banks	J. Fourier Anal. Appl., <b>30</b> , 43 (2024)	Springer Nature <a href="https://doi.org/10.1007/s00041-024-10100-3">https://doi.org/10.1007/s00041-024-10100-3</a>	24	G. Mishuris, I. Spitkovsky
5	L. Ephremidze	Random generator of orthogonal matrices in finite fields	Advances in Information and Communication, Proceedings of the 2024 Future of Information and Communication Conference (FICC), Vol. 2, 290-300, Lecture Notes in Networks and Systems, 920	Springer Nature <a href="https://doi.org/10.1007/978-3-031-53963-3_20">https://doi.org/10.1007/978-3-031-53963-3_20</a>	11	I. Spitkovsky
6	A. Kharazishvili	Quasi-invariant measures on topological groups and omega-powers	Georgian Math. Journal, v. 31, issue 1, 69-78.	De Gruyter <a href="https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2073">https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2073</a>	10	
7	A. Kharazishvili	Almost measurable functions on probability spaces,	Georgian Math. Journal, v. 31, issue 5. 813-818.	De Gruyter <a href="https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2120">https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2120</a>	6	
8	A. Meskhi	Predual Space and Calderon Construction for Grand Weighted Morrey Spaces,	Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana, (2024) 30:47,	Springer Nature <a href="https://doi.org/10.1007/s40590-024-00607-6">https://doi.org/10.1007/s40590-024-00607-6</a>	16	H. Rafeiro and <b>Ts. Tsanava</b>

		and some applications				
9	A. Meskhi	Embeddings and related topics in grand variable exponent Hajlasz-Morrey-Sobolev spaces	Mathematical Inequalities and Applications, <b>27</b> (2024), No. 1, 201-217	Ele-Math <a href="https://files.ele-math.com/article/s/mia-27-16.pdf">https://files.ele-math.com/article/s/mia-27-16.pdf</a>	17	D. E. Edmunds, D. Makharadze
10	A. Meskhi	One-sided Potentials in Weighted Central Morrey Spaces	J. Math Sci., <b>280</b> (2024), 374-384	Springer Nature <a href="https://doi.org/10.1007/s10958-024-06997-2">https://doi.org/10.1007/s10958-024-06997-2</a>	11	<b>G. Imerlishvili</b> M. A. Ragusa
11	A. Meskhi	Extrapolation in new weighted grand Morrey spaces beyond the Muckenhoupt classes	Journal of Mathematical Analysis and Applications, <b>529</b> (2024), No. 2, 2024, 127181	Elsevier <a href="https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2023.127181">https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2023.127181</a>	18	
12	A. Meskhi	Weighted Rellich and Hardy inequalities in $L^{p(x)}$ spaces	Georgian Mathematical Journal	De Gruyter <a href="https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2053">https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2053</a>	24	D. E. Edmunds

*ანოტაცია*

- ტრიგონომეტრიული მწკრივით ერთი ცვლადის ფუნქციის წარმოდგენის ბ. რიმანის თეორიაში ფუნდამენტურ როლს ასრულებს ჰ. შვარცის წარმოებული, რომელიც წარმოადგენს ერთი ცვლადის ფუნქციის ჩვეულებრივი მეორე რიგის წარმოებულის განზოგადებას.

ზემოთ აღნიშნული ჩვენს ნაშრომში, შვარცის წარმოებული განზოგადებულია ორი ცვლადის ფუნქციისთვის. სახელდობრ, ორი ცვლადის ფუნქციისთვის შემოტანილია შვარცის მიხედვით დიფერენცირებადობის ცნება და შვარცის დიფერენციალი. ამ ცნებათა მოხერხებული განსაზღვრისთვის შემოვიტანეთ შვარცის აზრით: ჩვეულებრივი გრადიენტი, კუთხური გრადიენტი, ძლიერი გრადიენტი, განზოგადებული კუთხური გრადიენტი და განზოგადებული ძლიერი გრადიენტი.

დადგენილია: ორი ცვლადის ფუნქციის შვარცის მიხედვით დიფერენცირებადობა ეკვივალენტურია, ამ ფუნქციისთვის შვარცის მიხედვით განზოგადებული კუთხური გრადიენტის არსებობის, რომლის კომპონენტები წარმოადგენენ შვარცის მიხედვით დიფერენციალის კოეფიციენტებს.

დადგენილია, აგრეთვე, სხვა ფორმის აუცილებელი და საკმარისი დაერთი კიდევ საკმარისი პირობა. განხილულია რამდენიმე კონკრეტული ფუნქციის დიფერენცირებადობის საკითხი შვარცის მიხედვით.

გარდა ამისა, დადგენილია რომ ორი ცვლადის ფუნქციის დიფერენცირებადობა შვარცის მიხედვით რომელიმე წერტილზე იწვევს ამავე ფუნქციის გლუვობას იმავე წერტილზე, რაც სრულად შეესაბამება ერთი ცვლადის ფუნქციისთვის კარგად ცნობილ დებულებას.
- დამტკიცებულია წონითი ექსტრაპოლაციის თეორემა განზოგადებულ გრანდ მორის სივრცეებში წონაზე მაკენჰაუპტის პირობის ქვეშ. აღნიშნული შედეგი გამოყენებულია ინტეგრალურ ოპერატორთა შემოსაზღვრულობის დასადგენად ამ სივრცეებში. მათ შორის დამტკიცებულია

სინგულარული ინტეგრალების კომპუტატორების შემოსაზღვრულობა წონიან განზოგადებულ გრანდ მორის სივრცეებში. ეს უკანასკნელი გამოყენებულია ელიფსური ტიპის კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის რეგულარობის დასადგენად წონიან განზოგადებულ გრანდ მორის სივრცეებში.

3. ეს ნაშრომი “მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის რიცხვითი ალგორითმი ნამდვილ ღერძზე” აგებს ნამდვილ ღერძზე მოცემული არარაციონალური დადებითად განსაზღვრული მატრიც ფუნქციის ფაქტორიზაციის ალგორითმს, რომელიც წარმოადგენს ერთეულოვან წრეწირზე შესაბამისი ალგორითმის ექვივალენტს.
4. ნაშრომში “რაციონალური მატრიც ფუნქციების ზუსტი სპექტრალური ფაქტორიზაციის შესახებ და მისი გამოყენება პარაუნიტარულ ფილტრებში” დაზუსტებულია, თუ როგორ შეიძლება ჯანაშია-ლაგვილავას მეთოდის გამოყენება ზუსტი სპექტრალური ფაქტორების ასაგებად. შესაბამისად აგებულია უფრო ფართო კლასები პარაუნიტარული ფილტრების, ვიდრე ეს აქამდე იყო შესაძლებელი.
5. სტატიაში “სასრულ ველებში ორთოგონალურ მატრიცთა შემთხვევითი გენერირება” აღწერილია სასრულ ველებში ორთოგონალურ მატრიცთა გენერირების სწრაფი მეთოდი. ამგვარი მატრიცები აგრეთვე წარმოადგენენ დისკრეტულ ვეივლეტებს სასრულ ველებში. ამ ინოვაციური მეთოდის შესახებ NYU-მ გააკეთა საპატენტო განაცხადი USPTO-ში.
6. გამოკვლეულია მოცემულ არათვლად ტოპოლოგიურ G ჯგუფზე არანულოვანი და G-ს ყველგან მკვრივი ქვეჯგუფის მიმართ კვაზი-ინვარიანტული ბორელის ზომის არსებობის საკითხი. ნაჩვენებია, რომ ამ საკითხის დადებითი გადაწყვეტა დაკავშირებულია G-ს სიმძლავრის გარკვეულ თვისებებთან.
7. მოცემული სრული ალბათური სივრცისათვის შემოტანილია თითქმის ზომადი ნამდვილმნიშვნელობიანი ფუნქციების ცნება და ნაჩვენებია, რომ ამ ტიპის ფუნქციები შეიძლება განხილულ იქნენ როგორც ამ სივრცეზე განსაზღვრული კვაზი-შემთხვევითი სიდიდეები.
8. ნაშრომში გამოკვლეულია დუალობისა და ინტერპოლაციის ამოცანები ორწონიან გრანდ მორის სივრცეებში. კერძოდ დადგენილია მათი პრედუალური სივრცე და აღწერილია კალდერონის კონსტრუქცია. ამ უკანასკნელზე დაყრდნობით მიღებულია კომპლექსური ინტერპოლაცია აღნიშნულ სივრცეებში. მიღებული ინტერპოლაციის გამოყენებით დამტკიცებულია, რომ წრფივი შემოსაზღვრული ოპერატორის შემოსაზღვრულობა ერთწონიან მორის სივრცეში გულისხმობს იმავე ოპერატორის შემოსაზღვრულობას ერთწონიან გრანდ მორის სივრცეში.
9. მიღებულია ჩართვის თეორემები გრანდ ცვლადმაჩვენებლიანი ჰაილამ-სობოლევ-მორის სივრციდან ცვლადმაჩვენებლიან ჰელდერის კლასში. გამოკვლეულია პოტენციალის ოპერატორის რეგულარობა გრანდ ცვლადმაჩვენებლიან მორის სივრცეში. ამოცანა შესწავლილია კვაზიმეტრიკულ ზომიან სივრცეებზე განსაზღვრულ ფუნქციურ სივრცეებში, თუმცა შედეგები ახალია ევკლიდეს სივრცეების შემთხვევაშიც. თეორემები დამტკიცებულია სივრცის მაჩვენებლებზე ლოგ-ჰელდერის უწყვეტობის პირობის ქვეშ.
10. დამტკიცებულია ცალმხრივი პოტენციალების შემოსაზღვრულობა მორის ტიპის სივრცეებში. ოპერატორები და სივრცეები განსაზღვრულია ღერძზე ბორელის ზომების მიმართ. შესწავლილია წონითი ამოცანებიც ხარისხოვანი ტიპის წონებისათვის
11. დამტკიცებულია წონითი ექსტრაპოლაციის თეორემა გრანდ მორის სივრცეებში იმ წონებისათვის, რომელიც მაკენჰაუპტის კლასების მიღმაა. აღნიშნული შედეგები გამოყენებულია ჰარდი-ლიტლვუდისა და კალდერონ-ზიგმუნდის ოპერატორის შემოსაზღვრულობის დასადგენად აღნიშნულ სივრცეებში.
12. დამტკიცებულია რელიხისა და ჰარდის ტიპის უტოლობები ერთგვაროვან ჯგუფებზე განსაზღვრულ ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის სივრცეებში. შედეგები ახალია მრავალ-განზომილებიან ევკლიდეს სივრცეებისათვისაც. შედეგები მიღებულია სივრცეზე იმ პირობით, რომ ჰარდი-ლიტლვუდის მაქსიმალური ოპერატორი შემოსაზღვრულია აღნიშნულ სივრცეში.

#### IV. სამეცნიერო ფორუმებში მონაწილეობა:

ა) საქართველოში:

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანავტორობა
1	A. Meskhi	Rubio de Francia's Extrapolation in Grand Banach Function Spaces	XIV International Conference of the Georgian Mathematical Union Dedicated to the 100-th Anniversary of the Georgian Mathematical Union	September 2-7, Batumi	
2	A. Meskhi	Commutators of Sublinear Operators in Grand Variable Exponent Morrey Spaces and Applications to PDEs	XIV International Conference of the Georgian Mathematical Union Dedicated to the 100-th Anniversary of the Georgian Mathematical Union	September 2-7, Batumi	D. Makharadze
3	A. Meskhi	Boundedness Criteria for the Multilinear Riemann-Liouville Operators	XIV International Conference of the Georgian Mathematical Union Dedicated to the 100-th Anniversary of the Georgian Mathematical Union	September 2 – 7, Batumi	Lazare Natelashvili
4	A. Meskhi	Interpolation in weighted (grand) Morrey spaces	International mini-symposium "Analysis and Related Topics"	June 24-27, Kutaisi International University, Kutaisi	
5	Sh.Tetunashvili	On universal functions representing certain classes of functions	XXXVIII International Enlarged Sessions of the Seminar of Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics of Ivane Javakhisvili Tbilisi State University	April 22-24, Tbilisi	T. Tetunashvili
6	Sh.Tetunashvili	On universal functions representing certain classes of functions	Conference of A. Razmadze Mathematical Institute	February 19-24, Tbilisi	T. Tetunashvili

7	A. Kirtadze	On some properties of small sets	XIV International Conference of the Georgian Mathematical Union Dedicated to the 100-th Anniversary of the Georgian Mathematical Union	September 2–7, Batumi	
8	A. Kirtadze	მცირე სიმრავლეების სიმრავლური ასპექტები და გამოყენებები	VIII Workshop in Discrete Mathematics	15 December, Tbilisi	
9	ო. ძაგნიძე	ორი ცვლადის ფუნქციის შვარცისმიერი გრადიენტები და დიფერენცირებადობა.	ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის XXXVIII საერთაშორისო გაფართოებულ სხდომები	22-24 აპრილი, თბილისი	ი. წიფწივაძე
10	ა. ხარაზიშვილი	სასრული წერტილოვანი სიმრავლეების აფინური დიამეტრების შესახებ	მე-8 ვორკშოპი დისკრეტულ მათემატიკაში	15 დეკემბერი, თბილისი, ა. რაზმაძის სახ. მათემატიკის ინსტიტუტი	
11	L. Ephremidze	Algorithm for Wiener-Hopf factorization of polynomial matrices with monomial determinant,	XIV International Conference of the Georgian Mathematical Union Dedicated to the 100-th Anniversary of the Georgian Mathematical Union	September 2 – 7, Batumi	

**ბ) უცხოეთში:**

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	A. Meskhi (Plenary Speaker)	Multilinear fractional integrals: boundedness criteria	Function spaces XIII	July 8-12, Adam Mickiewicz University,	



		and sharp estimates		Poznan, Poland	
2	A. Meskhi (Plenary Speaker)	Extrapolation in some mixed-normed function spaces	The International Conference on Modern Problems of Mathematics, Mechanics and their Applications (MPMMA)	June 20-22, Baku, Azerbaijan	
3	A. Meskhi (Plenary Speaker)	Extrapolation in grand Banach function spaces	International scientific workshop OTHA Spring 2024	April 21-25, Institute of Mathematics of National Academy of Sciences of Armenia, Yerevan	
4	A. Meskhi (Plenary Speaker)	Extrapolation in grand Banach function spaces	7 th International HYBRID Conference on Mathematical Advances and Applications	May 8-11, Yildiz, Technical University, Istanbul, Turkey	
5	A. Meskhi	Extrapolation in weighted grand Morrey spaces	International conference "Functional spaces, analysis, and approximation"	February 3-6, Nazarbayev University, Astana, Kazakhstan	
6	L. Ephremidze	A numerical algorithm for matrix spectral factorization on the real line,	UAE Math Day	March 2, New York, University in Abu Dhabi, UAE	
7	L. Ephremidze	Random generator of orthogonal matrices in finite fields	Future of Information and Communications Conference	April 4-5, Berlin, Germany	
8	L. Ephremidze	On approximate Wiener-Hopf factorization of $2 \times 2$ matrices	Workshop on the applications, Generalisation and implementation of the Wiener-Hopf Method	July 1-5, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, UK. <a href="https://www.youtube.com/watch?v=W3TCuLBFloc">https://www.youtube.com/watch?v=W3TCuLBFloc</a>	
9	L. Ephremidze	On explicit Wiener-Hopf factorization of $N \times N$ matrices in a vicinity of a given matrix	IASM-BIRS Workshop: Cross-Fertilisation of ideas from the Riemann-Hilbert Technique and the Wiener-Hopf Method	October 27- November 1, Hangzhou, China	

## V. სხვა აქტივობები:

ა) სამეცნიერო კრებულები:

**ალექსანდრე მესხი** არის

- 1) „ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომების“ მთავარი რედაქტორი.
- 2) შპრინგერის გამომცემლობის ჟურნალის J. Math. Sci. (Series A) სპეციალური ტომის „საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIII ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენციის შერჩეული ნაშრომები“ მოწვეული რედაქტორი.
- 3) საქართველოს მათემატიკური ჟურნალის, სომხეთის მათემატიკური ჟურნალის, “J. Math. Sci (Series A) (Springer), “J. Math. Inequal. Appl.”, “J. Function Spaces”, “J. Inequal. Appl.”, “Commenatationes Mathematicae” -ის სარედაქციო კოლეგიის წევრი.

**შაქრო ტეტუნაშვილი** არის

„ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომების“ სარედაქციო კოლეგიის წევრი

**ლაშა ეფრემიძე** არის

„საქართველოს მათემატიკური ჟურნალის“ და „ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომების“ სარედაქციო კოლეგიის წევრი

ბ) კონფერენციების ორგანიზაცია:

**ალექსანდრე მესხი** იყო

- 1) საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIV ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენციის საორგანიზაციო კომიტეტის თავმჯდომარე, ბათუმი, 2-7 სექტემბერი, 2024 წელი.
- 2) საერთაშორისო მინი-სიმპოზიუმის „ანალიზი და მასთან დაკავშირებული საკითხები“ ორგანიზატორი, 24-27 ივნისი, 2024, ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტი,

გ) ლექცია-სემინარები:

სემინარები:

**უცხოეთში:**

- 1) **ა. მესხი**, ლექციათა კურსი: „მრავლადწრფივი წილადური ინტეგრალები და მასთან დაკავშირებული საკითხები“, პეკინის ნორმალური უნივერსიტეტის მათემატიკის სკოლა, ჩინეთის სახალხო რესპუბლიკა
- 2) **ა. მესხი**, ლექციათა კურსი: „მრავლადწრფივი წილადური ინტეგრალები“, ავეიროს უნივერსიტეტი, პორტუგალია.
- 3) **ა. მესხი**, მოხსენება სემინარზე: “წონითი გრანდ მორის სივრცეები: დუალურობა და ექსტრაპოლაცია. გამოყენებები ჰარმონიული ანალიზის ოპერატორთა შემოსაზღვრულობასა და კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებში“, ავეიროს უნივერსიტეტი, პორტუგალია,
- 4) **ლ. ეფრემიძე** „მატრიცის სპექტრალური ფუნქციის ფაქტორიზაცია და გრენჯერის მიზეზ-შედეგობრიობა“, 16-20 ნოემბერი, 2024, ნეირომეცნიერთა ლაბორატორია, ელექტრონულ მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების უნივერსიტეტი, ჩენგდუ, ჩინეთი

ლექციები:

- 1) **ა. მესხი**, ანალიზი 2, ანალიზი 3, წრფივი ალგებრა, ნამდვილი და კომპლექსური ანალიზის რჩეული საკითხები, ზოგადი ზომა და ინტეგრალი ჰარმონიულ ანალიზში, ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტის მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა სკოლა,

2) **ა. მესხი**, კალკულუსი 1, კალკულუსი 2, სან დიეგოს სახელმწიფო უნივერსიტეტის ქართული ფილიალი.

**ა. მესხი** არის დოქტორანტ ლაზარე ნათელაშვილის სამეცნიერო ხელმძღვანელი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი.

**ლ. ეფრემიძე**, ალბათობის თეორიის და სტატისტიკის რჩეული საკითხები, ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტის მათემატიკის სკოლა

დ) ექსპედიციები:

**ო. მაგნიძე** 2015 წლიდან ხელმძღვანელობს ანდრია რაზმადის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტში არსებულ ინგლისურ-ქართული მათემატიკური ტერმინების დამდგენ სამუშაო ჯგუფს.

გამოსაქვეყნებლად მიღებულია შემდეგი სტატიები:

1. A. Meskhi, Extrapolation into Grand Banach function spaces, *Journal of Mathematical Sciences, Series A*, Springer Nature (to appear), 18pp.
2. A. Meskhi, Ts. Tsanava, Rubio de Francia's Weighted Extrapolation in Mixed Norm Spaces and Applications. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, Springer Nature (to appear), 30pp.

## დიფერენციალური განტოლებების განყოფილება

ივანე კილურაძე (განყოფილების ხელმძღვანელი, უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 სერგო ხარიბეგაშვილი (უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 მალხაზ აშორდია (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 გივი ბერიკელაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ნინო ფარცვანია (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ოთარ ჯოხაძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 მაია ჯაფოშვილი (უფროსი ლაბორანტი).

### I. სახელმწიფო პროგრამით (ბიუჯეტით) დაფინანსებული თემა/თემები (საანგარიშო წლისათვის):

№	თემის დასახელება	ვადები	კონკრეტული ეტაპი	შემსრულებლები (მათი როლებით)
1	სასაზღვრო ამოცანები ჩვეულებრივი დიფერენციალური, ფუნქციონალური-დიფერენციალური და ჰიპერბოლური ტიპის კერძო წარმოებულებიანი განტოლებებისათვის	2024-2028	2024	ივანე კილურაძე (ხელმძღვანელი და შემსრულებელი), მალხაზ აშორდია (შემსრულებელი), გივი ბერიკელაშვილი (შემსრულებელი), ნინო ფარცვანია (შემსრულებელი), სერგო ხარიბეგაშვილი (შემსრულებელი), ოთარ ჯოხაძე (შემსრულებელი)

#### ანოტაცია

დამუშავებულია სასაზღვრო ამოცანების კვლევის ახალი მეთოდი წინწასწრებული ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის, რის საფუძველზეც:

ა) დროითი ცვლადის მიმართ სინგულარული მაღალი რიგის წინწასწრებული დიფერენციალური განტოლებებისთვის დეტალურადაა შესწავლილი არაწრფივ ორწერტილოვან ამოცანათა საკმაოდ ფართო კლასი. სახელდობრ, დადგენილია გარკვეული აზრით არაგაუმჯობესებადი პირობები, რომლებიც სათანადოდ უზრუნველყოფენ ამ ამოცანების ამოხსნადობასა და ცალსახად ამოხსნადობას კნეზერულ ფუნქციათა სივრცეში (ი. კილურაძე);

ბ) აგებულია კომის ამოცანის თეორია პირველი რიგის წინწასწრებული დიფერენციალური განტოლებებისთვის. კერძოდ, დადგენილია ამ ამოცანის ამოხსნადობის, ცალსახად ამოხსნადობისა და ამონახსნის არარსებობის ოპტიმალური საკმარისი პირობები (ნ. ფარცვანია).

განზოგადებულ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა წრფივი სინგულარული სისტემებისთვის ნამდვილ ღერძზე შესწავლილია შემოსაზღვრული ამონახსნის არსებობის ამოცანა, ხოლო სასრულ შუალედში – კომის წონიანი ამოცანა. დადგენილია ამ ამოცანების ამოხსნადობის, ცალსახად ამოხსნადობისა და კორექტულობის საკმარისი პირობები და შემოთავაზებულია ამონახსნების აგების ალგორითმები. მიღებული შედეგები კონკრეტიზირებულია ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სინგულარული სისტემების, იმპულსური სისტემებისა და სხვაობიანი სისტემებისათვის (მ. აშორდია).

განხილულია გაზის დინამიკის არაწრფივი თეორიის ძირითადი ფონ კარმანის კვაზიწრფივი განტოლების კრიტიკული შემთხვევა. რიმანის ინვარიანტების გამოყენებით განტოლება მიიყვანება ექვივალენტურ პირველი რიგის კვაზიწრფივ სისტემაზე, ეს უკანასკნელი კი – ეილერ-პუასონ-დარბუ-რიმანის წრფივ განტოლებაზე. ბესელის ფუნქციების გამოყენებით აგებულია საწყისი განტოლების ზუსტი ამონახსნების ახალი კლასი (ო. ჯოხაძე).

სივრცითი ცვლადის მიმართ ერთგანზომილებიანი ნახევრადწრფივი ტალღის განტოლებისათვის შესწავლილია პერიოდული ამოცანა. განტოლებაში შემავალი არაწრფივი წევრის სტრუქტურის გათვალისწინებით დადგენილია დასმული ამოცანის ამონახსნის არსებობა, ერთადერთობა და არარსებობა. მაღალი რიგის არაწრფივ ჰიპერბოლურ სისტემათა ერთი კლასისათვის შესწავლილია სასაზღვრო ამოცანა დირიხლესა და ნეიმანის სასაზღვრო პირობებით საზღვარზე. დადგენილია პირობები ამოცანის მონაცემებზე, რომლებიც უზრუნველყოფენ ამ ამოცანის ამონახსნის არსებობას, ერთადერთობას და არარსებობას. ნახევრადწრფივი კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა ერთი კლასისათვის შესწავლილია დროით-ანტიპერიოდული და სივრცით-პერიოდული სასაზღვრო ამოცანა. დადგენილია პირობები, რომელთა შესრულების შემთხვევაში ადგილი აქვს განხილული ამოცანის ამონახსნის არსებობასა და ერთადერთობას. განხილულია ამ პირობების ოპტიმალურობის საკითხი, კერძოდ, ნაჩვენებია, რომ მათი დარღვევის შემთხვევაში ადგილი აქვს ამონახსნის არარსებობას. ცალკე განხილულია დროით-ანტიპერიოდული ამოცანის შემთხვევა, როცა საზღვრის დანარჩენ ნაწილზე დასახელებულია კოშის ტიპის პირობები (ს. ხარიბეგაშვილი).

**II. სამეცნიერო საგრანტო პროექტები (სამამულო დაფინანსებით):**

**ა) დასრულებული:**

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურიდან
1	ბლანტი დრეკადი დინამიკისა და არაწრფივი რხევის ზოგიერთი საკონტაქტო და სასაზღვრო ამოცანა, # FR-21-7307	სსიპ – შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი ს ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი	6 ნ. შავლაყაძე (პროექტის ხელმძღვანელი) ნ. ოდიშელიძე (პროექტის კო-ორდინატორი), ს. ხარიბეგაშვილი, ო. ჯოხაძე, ბ. ფაჩულია, ც. ჯამასპიშვილი	3 ნ. შავლაყაძე (პროექტის ხელმძღვანელი), ს. ხარიბეგაშვილი, ო. ჯოხაძე
2	მათემატიკური მოდელები მოლეკულურ ბიოლოგიასა და გენეტიკაში	სსიპ – შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი ს ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი	4 ვ. ლომაძე (პროექტის ხელმძღვანელი), დ. ზანგურაშვილი (პროექტის კო-ორდინატორი), ო. ჯოხაძე, ე. ზალდასტანიშვილი	3 ვ. ლომაძე (პროექტის ხელმძღვანელი), დ. ზანგურაშვილი (პროექტის კოორდინატორი), ო. ჯოხაძე

**ანოტაცია**

1. ბოლცანო-ვოლტერას ბლანტი დრეკადი მოდელის პირობებში განხილულია დინამიკური სასაზღვრო და საკონტაქტო ამოცანები ნახევარსიბრტყისთვის/ნახევარსივრცისთვის. ინტეგრალური გარდაქმნების გამოყენებით ამოცანები დაყვანილია ინტეგრო-დიფერენციალურ ან ინტეგრალურ

განტოლებაზე. ორთოგონალურ პოლინომთა მეთოდის გამოყენებით მიღებულია უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემები. ისინი გამოკვლეულია რეგულარობაზე და დადგენილია შესაბამისი ამოცანების ამოხსნადობის პირობები. უბან-უბან ერთგვაროვანი დრეკადი ჩართვის მქონე ბლანტიდრეკადი ფირფიტისათვის მიღებული ვოლტერას მეორე გვარის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლება გამოკვლეულია ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის სასაზღვრო ამოცანის (კერძოდ, კარლემანის ტიპის ამოცანის) მეთოდის გამოყენებით. ამოცანის ამონახსნი წარმოდგენილია ცხადი (ეფექტური) სახით და დადგენილია საკონტაქტო ძაბვების ყოფაქცევა სინგულარულ წერტილებში. ჩატარებულია მიღებული შედეგების თეორიული და რიცხვითი ანალიზი (ო. ჯოხაძე).

სიმის რხევის არაერთგვაროვანი განტოლებისათვის დადგენილია დირიხლესა და ნეიმანის ამოცანების ამოხსნადობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები არაერთგვაროვანი სასაზღვრო მონაცემებით კვადრატში. ამ პირობების შესრულების შემთხვევაში მიღებულია ამოცანათა ამონახსნები კვადრატურებში. კერძოდ, ნაჩვენებია, რომ შესაბამის ერთგვაროვან ამოცანებს აქვთ უსასრულო რაოდენობა წრფივად დამოუკიდებელი ამონახსნები, რომლებიც ამოწერილია ცხადი სახით. ასევე დადგენილია ზარემბას ამოცანის ერთი ვარიანტის კორექტულობა და მისი ამონახსნი მოცემულია კვადრატურებში. სიმის რხევის ნახევრადწრფივი განტოლებისთვის შესწავლილია სივრცითი ცვლადის მიმართ პერიოდული ამოცანა. მოტანილია საკმარისი პირობები, რომელთა შესრულების შემთხვევაში ადგილი აქვს განხილული ამოცანის ამონახსნის არსებობასა და ერთადერთობას. განხილულია ამ პირობების ოპტიმალურობის საკითხი, კერძოდ ნაჩვენებია, რომ მათი დარღვევის შემთხვევაში ადგილი აქვს ამონახსნის არარსებობას (ს. ხარიბეგაშვილი).

2. ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების არაწრფივი სისტემის სახით წარმოდგენილია გლუკოზისა და ინსულინის ურთიერთქმედების ერთი მათემატიკური მოდელი. იგი ითვალისწინებს იმ ფენომენს, რომ სისხლში გლუკოზის დონის კონცენტრაციის სწრაფი ცვლილებები იწვევს სეკრეციის ზრდას ინსულინის დონის გათვალისწინებით. ეს უკანასკნელი კი იძლევა საფუძველს გლუკოზა-ინსულინის უკუკავშირის მათემატიკური ანალიზისთვის.

### III. სამეცნიერო პუბლიკაციები:

#### გ) სტატია:

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	საერთ. კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	M. Ashordia	Criterion for the existence of bounded solutions on the real axis $\mathbb{R}$ of linear systems of ordinary differential equations	Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute <b>178</b> (2024), no. 2, 311-316	ISSN 2346-8092	6	
2	O. Jokhadze	Dirichlet boundary value problem for the inhomogeneous equation of string oscillation in a square	Reports of QUALITDE <b>3</b> (2024), 107-111	E ISSN 1512-3391	5	<b>S. Kharibegashvili</b>

3	S. Kharibegashvili	On the solvability of the boundary value problem for one class of higher-order nonlinear hyperbolic systems	Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute <b>178</b> (2024), no. 2, 317-319	ISSN 2346-8092	3	T. Bibilashvili
4	S. Kharibegashvili	Antiperiodic in time boundary value problem for one class of nonlinear higher-order partial differential equations	Reports of QUALITDE <b>3</b> (2024), 129-132	E ISSN 1512-3391	4	
5	I. Kiguradze	On Two-Point Boundary Value Problems for Higher Order Singular Advanced Differential Equations	Reports of QUALITDE <b>3</b> (2024), 133-137	E ISSN 1512-3391	5	
6	N. Partsvania	Initial value problem on an infinite interval for first order advanced differential equations	Reports of QUALITDE <b>3</b> (2024), 221-226	E ISSN 1512-3391	6	

*ანოტაცია*

- ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა წრფივი სისტემებისთვის დადგენილია ნამვილ რიცხვთა ღერძზე შემოსაზღვრული ამონახსნების არსებობის კრიტერიუმი. გარდა ამისა, ასეთი ამონახსნების არსებობისთვის დადგენილია ეფექტური საკმარისი პირობები.
- სიმის რხევის არაერთგვაროვანი განტოლებისათვის კვადრატში დადგენილია დირიხლეს ამოცანის ამოხსნადობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები არაერთგვაროვანი სასაზღვრო მონაცემებით. ამ პირობების შესრულების შემთხვევაში მიღებულია ამოცანის ამონახსნი კვადრატურებში. კერძოდ, ნაჩვენებია, რომ შესაბამის ერთგვაროვან ამოცანას გააჩნია უსასრულო რაოდენობა წრფივად დამოუკიდებელი ამონახსნები, რომლებიც ამოწერილია ცხადი სახით.
- მაღალი რიგის არაწრფივ ჰიპერბოლურ სისტემათა ერთი კლასისათვის გამოკვლეულია სასაზღვრო ამოცანა მართუთხა არეში. დადგენილია პირობები სისტემაში შემავალ არაწრფივ წევრებზე, რომლებიც უზრუნველყოფენ დასმული ამოცანის ამონახსნის არსებობას, არარსებობას და ერთადერთობას სობოლევის სივრცეში.

4. მაღალი რიგის არაწრფივ კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა ერთი კლასისათვის შესწავლილია დროითი ცვლადის მიმართ ანტიპერიოდული ამოცანა. განხილულია დასმული ამოცანის ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის და არარსებობის საკითხები.

5. დროითი ცვლადის მიმართ სინგულარული მაღალი რიგის წინწასწრებული დიფერენციალური განტოლებებისათვის დადგენილია კნეზერულ ფუნქციათა სივრცეში ორწერტილოვან არაწრფივ სასაზღვრო ამოცანათა ამოხსნადობისა და ცალსახად ამოხსნადობის არაგაუმჯობესებადი საკმარისი პირობები.

6. პირველი რიგის წინწასწრებული დიფერენციალური განტოლებებისათვის დადგენილია კომის საწყისი ამოცანის ამონახსნადობისა და ცალსახად ამოხსნადობის ოპტიმალური საკმარისი პირობები.

**დ) პუბლიკაციები უცხოეთში:**

**სტატია:**

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	გამოცემის ადგილი და კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	O. Jokhadze	Solution of some problems for the string vibration equation in a half-strip by quadratures	<i>Differentia l Equations</i> , <b>60</b> (2024), no. 2, 169-179	Springer US, New York, NY; Pleiades Publishing, New York, NY; MAIK “Nauka/Interperiodica”, Moscow; <a href="https://doi.org/10.1134/S0012266124020034">https://doi.org/10.1134/S0012266124020034</a>	11	<b>S. Kharibegashvili</b>
2	S. S. Kharibegashvili	On the solvability of the boundary value problem for one class of nonlinear systems of high-order partial differential equations	<i>Mat. Sb.</i> <b>215</b> (2024), no. 6, 841-860	Russian Academy of Sciences – RAS, V. A. Steklov Mathematical Institute, Moscow; Nauka, Moscow; <a href="https://doi.org/10.4213/sm10029e">https://doi.org/10.4213/sm10029e</a>	20	B. Midodashvili

**ანოტაცია**

1. სიმის რხევის ნახევრადწრფივი განტოლებისათვის დადგენილია სივრცითი ცვლადის მიმართ პერიოდული ამოცანის ცალსახად ამოხსნადობის ოპტიმალური საკმარისი პირობები.

2. მაღალი რიგის არაწრფივ ჰიპერბოლურ სისტემათა ერთი კლასისათვის გამოკვლეულია სასაზღვრო ამოცანა ცილინდრულ არეში, სადაც ცილინდრის ქვედა და ზედა ფუძეზე მოცემულია კომის ტიპის პირობები, ხოლო გვერდით საზღვარზე დასახელებულია რობინის ტიპის პირობა. დადგენილია პირობები სისტემაში შემავალ არაწრფივ წევრებზე, რომლებიც უზრუნველყოფენ დასმული ამოცანის ამონახსნის არსებობას, არარსებობას და ერთადერთობას სობოლევის სივრცეში.



IV. სამეცნიერო ფორუმებში მონაწილეობა:

ა) საქართველოში:

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	M. Ashordia	On the Existence of Bounded Solutions for Systems of Linear Impulsive Equations	XIV International Conference of the Georgian Mathematical Union	Batumi, Georgia, September 2-7, 2024	N. Kekelia
1	O. Jokhadze	სიმის რხევის განტოლებისათვის ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნადობის შესახებ მართკუთხა არეებში	თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი პროფესორ გ. მანჯავიძის დაბადებიდან 100 წლისთავისა და აკადემიკოს ნ. ბერიკაშვილის დაბადებიდან 95 წლისთავისადმი	თბილისი, 19-23 თებერვალი, 2024	S. Kharibegashvili
2	O. Jokhadze	On Some Boundary Value Problems for the Equation of String Oscillation	XIV International Conference of the Georgian Mathematical Union	Batumi, Georgia, September 2-7, 2024	S. Kharibegashvili
3	O. Jokhadze	The Nonlinear Contact Problem for Elastic Plate	XV Annual International Meeting of the Georgian Mechanical Union	Batumi, Georgia, August 29-31, 2024	S. Kharibegashvili
4	O. Jokhadze	Dirichlet Boundary Value Problem for the Inhomogeneous Equation Of String Oscillation in a Square	International workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations – QUALITDE-2024	Tbilisi, Georgia, December 21-23, 2024	S. Kharibegashvili
5	S. Kharibegashvili	Antiperiodic in Time Boundary Value Problem for One Class of Nonlinear High-Order Partial Differential Equations	International workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations – QUALITDE-2024	Tbilisi, Georgia, December 21-23, 2024	
6	I. Kiguradze	On Two-Point Boundary Value	International Workshop on the	Tbilisi, Georgia,	

		Problems for Higher Order Singular Advanced Differential Equations	Qualitative Theory of Differential Equations – QUALITDE-2024	December 21-23, 2024	
7	ნ. ფარცვანია	ორგანზომილებიანი არაწრფივი დიფერენციალური სისტემების კნეზერული ამონახსნების შესახებ	თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი პროფესორ გ. მანჯავიძის დაბადებიდან 100 წლისთავისა და აკადემიკოს ნ. ბერიკაშვილის დაბადებიდან 95 წლისთავისადმი	თბილისი, 19-23 თებერვალი, 2024 წ.	
8	N. Partsvania	Kneser problem for two-dimensional nonlinear singular differential systems	XIV International Conference of the Georgian Mathematical Union	Batumi, Georgia, September 2-7, 2024	
9	N. Partsvania	Initial Value Problem on an Infinite Interval for First Order Advanced Differential Equations	International Workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations – QUALITDE-2024	Tbilisi, Georgia, December 21-23, 2024	

**ბ) უცხოეთში:**

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	O. Jokhadze	On the solvability of some boundary value problems for the vibrating string equation in rectangular domain	The 13th International Conference of Pure and Applied Mathematics (ICPAM 2024)	Zagreb, Croatia, July 17-20, 2024	S. Kharibegashvili
2	O. Jokhadze	One mathematical model of the glucose-insulin interaction and feedback loop	Seventh International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM-2024)	Antalya, Türkiye, September 23-28, 2024	
3	N. Partsvania	On bounded monotone	Czech-Georgian	Brno, Czech	

		solutions to singular in the time variable two-dimensional differential systems	Workshop on Boundary Value Problems – WBVP-2024	Republic, July 2-4, 2024	
--	--	---	---	--------------------------	--

**V. სხვა აქტივობები:**

**ივანე კილურაძე:**

ა) როგორც მთავარი რედაქტორი, ხელმძღვანელობდა საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალების *Georgian Mathematical Journal* და *Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics* სარედაქციო კოლეგიების მუშაობას.

ბ) იყო საპროგრამო კომიტეტის თავმჯდომარე ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის დიფერენციალური განტოლებების განყოფილების მიერ ორგანიზებული საერთაშორისო ვორკშოპისა დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში (International Workshop on the Qualitative Theory of Differential Equations – QUALITDE-2024, Tbilisi, Georgia, December 21-23, 2024).

**ნინო ფარცვანია:**

ა) არის რეფერატული ჟურნალის *“Mathematical Reviews”* რეფერენტი.

არის საერთაშორისო ჟურნალის *“Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics”* ასოცირებული რედაქტორი.

არის საერთაშორისო ჟურნალის *“Miskolc Mathematical Notes”* პასუხისმგებელი რედაქტორი.

არის საერთაშორისო ჟურნალის *“Mathematics”* (ISSN 2227-7390)-ის სპეციალური ტომის *„New Trends on Boundary Value Problems“* მოწვეული რედაქტორი  
[https://www.mdpi.com/journal/mathematics/special\\_issues/New\\_Trends\\_Boundary\\_Value\\_Problems](https://www.mdpi.com/journal/mathematics/special_issues/New_Trends_Boundary_Value_Problems).

არის საერთაშორისო ვორკშოპის QUALITDE-ს მოხსენებათა კრებულის *“REPORTS OF QUALITDE”*-ს რედაქტორი ([https://rmi.tsu.ge/eng/reports\\_of\\_QUALITDE.html](https://rmi.tsu.ge/eng/reports_of_QUALITDE.html)).

ბ) იყო საერთაშორისო ვორკშოპის QUALITDE-2024 საორგანიზაციო კომიტეტის თავმჯდომარე.

გ) 2024 წლის 9 ნოემბრიდან 16 ნოემბრამდე მივიღებოდა ბრნოს ტექნოლოგიური უნივერსიტეტის ბიზნესის მართვისა და მენეჯმენტის ფაკულტეტის ინფორმატიკის ინსტიტუტში. აღნიშნული ინსტიტუტის სამეცნიერო სემინარზე გააკეთა მოხსენება თემაზე “დროითი ცვლადის მიმართ სინგულარული არაწრფივი დიფერენციალური სისტემებისათვის კნეზერის ამოცანის შესახებ”. გაგრძელდა ერთობლივი სამეცნიერო კვლევები პროფ. ბ. პუჟასთან ერთად დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში.

**სერგო ხარიბეგაშვილი:**

ა) არის საერთაშორისო ჟურნალის *Georgian Mathematical Journal* სარედაქციო კოლეგიის წევრი.

არის საერთაშორისო ჟურნალის *Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics* ასოცირებული რედაქტორი.

ბ) იყო საერთაშორისო ვორკშოპის QUALITDE-2024 საპროგრამო კომიტეტის წევრი.

**ოთარ ჯოხაძე:**

ა) იყო საერთაშორისო ვორკშოპის QUALITDE-2024 საორგანიზაციო კომიტეტის წევრი.

ბ) საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნულმა აკადემიამ მიანიჭა აკადემიკოს ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის პრემია.

**გამოსაქვეყნებლად გადაცემულია სტატიები:**

1. M. Ashordia, On the necessary and sufficient conditions for well-posedness of the Cauchy problem with weight for systems of linear generalized ordinary differential equations with singularities. *Georgian Math. J.*, 2024 (in print).
2. O. Jokhadze, S. Kharibegashvili, Periodic problem with respect to a spatial variable for a semilinear wave equation. *Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute*, 2024 (submitted).
3. S. Kharibegashvili, B. Midodashvili, Time-antiperiodic and space-periodic boundary value problem for one semilinear partial differential equations. *Georgian Math. J.*, 2024, <https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2046>.
4. I. Kiguradze, N. Partsvania, On nonnegative solutions to two-point nonlinear boundary value problems for differential systems with deviating arguments. *Mem. Differential Equations Math. Phys.*, 2024 (accepted).

## მათემატიკური ფიზიკის განყოფილება

როლანდ დუდუჩავა (განყოფილების ხელმძღვანელი, უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 თენგიზ ბუჩუკური (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ოთარ ჭკადუა (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 დავით კაპანაძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 როლანდ გაჩეჩილაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ავთანდილ გაჩეჩილაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 გიორგი ჭკადუა (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ეკატერინა პესეცკაია (მკვლევარი საზოგადოებრივ საწყისებზე).

### I. სახელმწიფო პროგრამით (ბიუჯეტით) დაფინანსებული თემა/თემები (საანგარიშო წლისათვის):

№	თემის დასახელება	ვადები	კონკრეტული ეტაპი	შემსრულებლები (მათი როლებით)
1	ინტეგრალური ოპერატორები ლის ჯგუფებზე.	2024-2028	გარდამავალი	როლანდ დუდუჩავა (ხელმძღვანელი), თენგიზ ბუჩუკური,
2	მათემატიკური ფიზიკის ამოცანები თხელი სხეულებისთვის.	2024-2028	გარდამავალი	როლანდ დუდუჩავა (ხელმძღვანელი), თენგიზ ბუჩუკური,
3	პოტენციალთა მეთოდის გამოყენება განზოგადებულითერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის თეორიის შერეულ და ბზარის ტიპის დინამიკის ამოცანებში.	2024-2028	გარდამავალი	თენგიზ ბუჩუკური, ოთარ ჭკადუა
4	თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადი სხეულისა და სითხის ურთიერთქმედების სამგანზომილებიანი ამოცანები.	2024-2028	გარდამავალი	გიორგი ჭკადუა, ოთარ ჭკადუა, თენგიზ ბუჩუკური
5	ტალღის გავრცელების ამოცანები კრისტალებსა და მეტამასალებში.	2024-2028	გარდამავალი	დავით კაპანაძე (ხელმძღვანელი), ეკატერინა პესეცკაია
6	ბლანტი დრეკადობის მომენტური თეორიის ამოცანები ხახუნის ეფექტის გათვალისწინებით	2024-2028	გარდამავალი	როლანდ გაჩეჩილაძე, ავთანდილ გაჩეჩილაძე

#### ანოტაცია

1. ლის ჯგუფზე განმარტებულია ადაპტირებული ბესელის პოტენციალთა ცივრცეები (Generic Bessel Potential Spaces-GBPS), რომლის განმარტებაში მონაწილეობს ფურიეს გარდაქმნა მოცემულ ლის ჯგუფზე და დიფერენციალური ოპერატორები შესაბამისი ლის ალგებრიდან (რომლებიც წარმოადგენენ კონვოლუციის ოპერატორებს მოცემულ ლის ჯგუფზე).შესწავლილია კონვოლუციის ტიპის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნადობა GBPS სივრეებში, დადგენილია

ამოხსნადობის ზუსტი კრიტერიუმები და ფუნდამენტური ამოხსნის ფორმულები. მოყვანილია ფუნდამენტური ამონახსნის მაგალითები ზოგიერთი დიფერენციალური განტოლებისათვის, მაგალითად ადაპტირებული (Generic) ლაპლასის განტოლებისათვის

2. შესწავლილია შერეული სასაზღვრო ამოცანა ბი-ლაპლასის განტოლებისთვის ზედაპირის გარშემო თხელ ფენაში საზღვრით. ჩვენი მიზანი იყო დაგვედგინა რა სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნისკენ მიისწრაფის ამ ამოცანის ამონახსნი, როდესაც ფენის სისქე მიისწრაფის ნულისკენ. კვლევის დროს გამოყენებულია ამოცანის ვარიაციული ფორმულირება და გიუნტერის მხები დიფერენციალური ოპერატორების აღრიცხვა ჰიპერზედაპირზე და შესაბამის შრეზე. ნაჩვენებია, რომ ბი-ლაპლასის განტოლება საწყის თხელ ფენაში ზღვარში გარდაიქმნება შესაბამის ღირიხლეს ამოცანად ბი-ლაპლას-ბელტრამის განტოლებისთვის შუა ზედაპირზე.

3. გამოკვლეულია თერმო-დრეკადი და თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადი თვისებების მქონე ნაწილების შემცველი მრავალკომპონენტური დრეკადი სტრუქტურებისთვის დინამიკის შერეული საკონტაქტო ბზარის ტიპის საწყის-სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანები საკონტაქტო ბზარით. დინამიკის ამოცანა ლაპლასის გარდაქმნით დაიყვანება შესაბამის ელიფსურ ფსევდორხევის ამოცანაზე, რომელიც დამოკიდებულია კომპლექსურ პარამეტრზე. მიღებულია ამ ფსევდორხევის ამოცანის ამონახსნის შეფასებები კომპლექსური პარამეტრის მიმართ, ამ შეფასებების საშუალებით ლაპლასის შებრუნებული გარდაქმნის გამოყენებით მიღებულია დინამიკის ამოცანის ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა შესაბამის ფუნქციურ სივრცეებში. ამჟამად მიმდინარეობს მუშაობა ამ სასაზღვრო-ტრანსმიისის დინამიკის ამოცანის ამონახსნების ასიმპტოტური ფორმულების დასადგენად საკონტაქტო ბზარის კიდის მიდამოში, და ამონახსნების ოპტიმალური სიგლუვის დასადგენად.

4. სააგარიშო პერიოდში გამოკვლეულია სამგანზომილებიანი სითხე-მყარი სხეულის დინამიკური ურთიერთქმედების ნეიმანისა და შერეული ტიპის ამოცანები, სადაც თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის სხეული მოთავსებულია შემოსაზღვრულარეში, ხოლო სითხის უსასრულო არეში ხდება სკალარული აკუსტიკური ტალღის გავრცელება. დამტკიცებულია ამ ამოცანების არსებობის და ერთადერთობის თეორემები.

5. მეტამასალებისა და კრისტალებისთვის განხილულია დიფრაქციის გარე ამოცანების მათემატიკური მოდელი სამკუთხა მესერისთვის. წინა წლებში მიღებული შედეგების გამოყენებით დამტკიცებულია არსებობისა და ერთადერთობის თეორემები, მიღებულია ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულები. მიღებული შედეგები მოხსნებულია რამდენიმე საერთაშორისო კონფერენციაზე და გამოქვეყნებულია რამდენიმე სამეცნიერო სტატია.

6. გამოკვლეულია წყვილ-ძაბვის ბლანტი დრეკადი კვაზი-სტატიკური სასაზღვრო კონტაქტის პრობლემები ხახუნის მიმართ არაერთგვაროვანი ანიზოტროპული სხეულებისთვის. განხილულია არაიძულებითი შემთხვევა, როდესაც ხახუნის ძალა მოქმედებს ბლანტი დრეკადი სხეულის მთელ საზღვარზე. მიღებულია ამონახსნების არსებობის აუცილებელი პირობა. ეს პირობა, ზოგიერთი დამატებითი დაშვებით, ხდება საკმარისი პირობა ამონახსნების არსებობისთვის. მთავარ სივრცეებში ამოცანას აქვს ამონახსნების უსასრულო რაოდენობა, რომელთაგან თითოეული განსხვავდება განზოგადებული ხისტი გადაადგილების ვექტორით.

**II. სამეცნიერო საგრანტო პროექტები (სამამულო დაფინანსებით):**

**ა) დასრულებული:**

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურიდან
1	ფაზური განცალკევება ბიოლოგიაში.	სსიპ – შოთა რუსთაველის საქართველოს	ნიუ ვიჟენ უნივერსიტეტი	2 <b>დ. სვინტრამე</b> (ნიუ ვიჟენ უნივერსი-	1 თ. ბუჩუკური

	STEM-22-365; 2023 წ.- 2024 წ.	ეროვნული სამეცნიერო ფონდი		ტეტი, პროექტის ხელმძღვანელი) <b>თ. ბუჩუკური</b>	
2	მეტამასალები ზზარებით და ტალღის დიფრაქციის ამოცანები (მათემატიკა, გამოყენებითი მათემატიკა), FR-21-301,	სსიპ – შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	თსუ ა. რაზმაძის სახ. მათემატიკის ინსტიტუტი	3 <b>დ. კაპანაძე</b> (ხელმძღვანელი), <b>ე. პესეცაია,</b> <b>ზ. ვაშაკიძე</b> (ძირითადი მკვლევარები)	2 დ. კაპანაძე ე. პესეცაია

**ანოტაცია**

- კვლევა მიჰყვება უჯრედის ზედაპირების ბიოლოგიური თვისებებისა და მათში მიმდინარე პროცესების აღსაწერად დიფერენციალური გეომეტრიის გაფართოებას მოძრავი ზედაპირებისთვის, რომელიც საყოველთაოდ ცნობილია როგორც მოძრავი ზედაპირების აღრიცხვა (GMS) მისი განვითარების მსვლელობაში, პ. გრინფელდმა შემოიღო არაწრფივ განტოლებათა სისტემა მასიური თხელი თხევადი ფენების მოძრაობის აღსაწერად. CMS-ის გამოყენებით ჩვენ განვაზოგადეთ პ. გრინფელდის განტოლებები ისე, რომ ისინი გამოყენებადი გახდა ნებისმიერ ზედაპირზე და შემოვიღეთ ფსევდო-რიმანის მრავალსახეობის მოძრაობის განტოლებები ელექტრომაგნიტურ ველში დახურული ორგანოზომილებიანი ზედაპირის დინამიკა. ჩვენ მიერ გამოყვანილი მოძრაობის განტოლებები აღწერს შემოსაზღვრული მოცულობის ცვლილებას და არ იზღუდება ზედაპირის მოდელირებით, მიღებული განტოლებები ჩაწერილია გიუნტერის მხები წარმოებულების მეშვეობით, რომელიც იყენებს მხოლოდ ნორმალურ ვექტორულ ველს და არ იყენებს კლასიკური დიფერენციალური გეომეტრიის ტენზორებს როგორცაა ქრისტოფელის სიმბოლოები, სიმრუდის ტენზორი, კოვარიანტული და კონტრავარიანტული წარმოებულები. ასეთი მიდგომა ამარტივებს განტოლებების სახეს და მათ მიახლოებით ამოხსნას. ასე, რომ ეს შეიძლება იყოს ნებისმიერი: თხევადი თხელი ფენა, თხევადი ან მყარი სხეულის და აირის ფაზების გამყოფი დიფუზიური ფენა (ინტერფეისი), შეიძლება იყოს რბილი მასალა, შეიძლება იყოს მასიური ან თავდაპირველად მასის აქრემქონე, ერთგვაროვანი ან არაერთგვაროვანი, იყოს ან არ იყოს გარემოსთან წონასწორობაში და ა.შ. გრინფელდის განტოლების ამოხსნი შემოდის, როდესაც ზედაპირი გარემოსთან თერმოდინამიკურ წონასწორობაშია. განტოლებები ასახავს, თუ როგორ იქცევა ზედაპირი, როდესაც ის წონასწორობიდან შორს არის და ძალიან გადახრილია იანგ-ლაპლასის კანონიდან, რომელიც მოქმედებს, როდესაც ზედაპირი უახლოვდება თავის თერმოდინამიკურ წონასწორობას. თეორიული შედეგები და რიცხვითი ექსპერიმენტები საშუალებას იძლევა აიხსნას უჯრედების ზედაპირების ზოგიერთი ფენომენი. ამ მიმართულებით მზადდება სამეცნიერო ნაშრომი საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალისთვის.
- შევისწავლეთ აკუსტიკური და ელექტრომაგნიტური ტალღების გავრცელების სასაზღვრო ამოცანებს დისკრეტულ სტრუქტურებში, რომლებიც წარმოადგენენ კრისტალებსა და მეტამასალებში სხვადასხვა ტიპის ტალღის გავრცელების ამოცანების მათემატიკურ მოდელებს.

**ბ) გარდამავალი (ანოტაცია - მხოლოდ საანგარიშო წელს შესრულებულ სამუშაოს):**

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურიდან
1	მოძრავი მანიფოლდები.	სსიპ – შოთა რუსთაველის	საქართველოს უნივერსიტეტი	4 <b>დ. სვინტრაძე</b> (ნიუ	2 რ. დუდუჩავა,

	მიმართულება: 1. ზუსტი მეცნიერებები და ინჟინერია. FR-21-2844 IV.2022- IV.2025	საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი		ვიჟენ უნივერსიტეტი, პროექტის ხელმძღვანელი) <b>რ. დუდუჩავა,</b> <b>თ. ბუჩუკური</b> (ძირითადი მკვლევარები) <b>გ. ტეფნაძე</b> (საქართველოს უნივერსიტეტი)	თ. ბუჩუკური
2	პოტენციალთა მეთოდის გამოყენება შერეული და ბზარის ტიპის დინამიკის ამოცანებში ერთგვაროვანი, არაერთგვაროვანი და კომპოზიტური დრეკადი სტრუქტურებისათვის (SRNSF-FR-23-267)	სსიპ – შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი	8 <b>დ. ნატროშვილი</b> (პროექტის ხელმძღვანელი), <b>თ. ბუჩუკური</b> (პროექტის კოორდინატორი), <b>ო. ჭკადუა,</b> <b>მ. მრევილიშვილი,</b> <b>თ.ცერცვაძე.</b> უცხოელი კონსულტანტები: <b>E.Shargorodsky</b> (King's College London, UK), <b>S.Mikhailov</b> (Brunel University London,UK), <b>M.Kaltenbacher</b> (Graz Univeersity of Tecnology, Austria)	2 თ. ბუჩუკური, ო. ჭკადუა

*ანოტაცია*

- შესწავლილია წერილი ჭრილის დიფრაქციის ამოცანებს ორგანოზომილებიანი სამკუთხა ბადეში გავცელებული ტალღებისთვის. სპეციალური სტრუქტურა საშუალებას გვაძლევს განვიხილოთ დირიხლეს ამოცანები ჰელმჰოლცის დისკრეტული განტოლებისთვის ნახევარ სიბრტყეში. მიღებულია ახალი შედეგები ამოხსნის არსებობისა და ერთადერთობის შესახებ. ასევე მიღებულია ამოხსნის ზუსტი წარმოდგენის ფორმულა.
- გამოკვლეულია თერმო-დრეკადი და თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადი თვისებების მქონე ნაწილების შემცველი მრავალკომპონენტიანი დრეკადი სტრუქტურებისთვის დინამიკის შერეული საკონტაქტო ბზარის ტიპის საწყის-სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანებისაკონტაქტო ბზარით. დინამიკის ამოცანა ლაპლასის გარდაქმნით დაიყვანება შესაბამის ელიფსურ ფსევდორხევის ამოცანაზე, რომელიც დამოკიდებულია კომპლექსურ პარამეტრზე. მიღებულია ამ ფსევდორხევის ამოცანის ამონახსნის შეფასებები კომპლექსური პარამეტრის მიმართ, ამ შეფასებების საშუალებით ლაპლასის შებრუნებული გარდაქმნის გამოყენებით მიღებულია დინამიკის ამოცანის ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა შესაბამის ფუნქციურ სივრცეებში. ამჟამად მიმდინარეობს მუშაობა ამ სასაზღვრო-ტრანსმიისიის დინამიკის ამოცანის ამონახსნების ასიმ-პტოტური ფორმულების დასადგენად საკონტაქტო ბზარის კიდის მიდამოში, და ამონახსნების ოპტიმალური სიგლუვის დასადგენად.



### III. სამეცნიერო პუბლიკაციები

#### გ) სტატია: ადგილობრივ ჟურნალებში

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	საერთ. კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	O. Chkadua	Mixed Type Transmission Dynamical Problems with Interior Cracks of the Thermo-Piezo-Electricity Theory Without Energy Dissipation	Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics. Vol. 92, 2024, pp. 69-90	ISSN 1512-0015	22	A. Toloraia
2	O. Chkadua	Thermo-elastic and thermo-piezo-elastic interaction crack type boundary-transmission problems with regard to microrotation.	Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute. Vol. 178, Issue 1, (2024),	ISSN 2346-8092	18	A. Danelia

#### ანოტაცია

1. ნაშრომში შესწავლილია თერმო-ელექტრო-დრეკადობის თეორიის შერეული ტიპის ურთიერთქმედების დინამიკის ტრანსმისიის ფსევდორხევის ამოცანა შიგა ბზარებით. განხილული თერმო-პიეზო-ელექტრული მოდელი ეფუძნება გრინ-ნახდის თეორიას ენერჯის დისიპაციის (გაბნევის) გარეშე. ლაპლასის გარდაქმნის, პოტენციალთა და საზღვრიან ზედაპირზე განსაზღვრულ ფსევდოდიფერენციალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით დამტკიცებულია ბზარის ტიპის ტრანსმისიის ამოცანის ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემა. გამოკვლეულია ამონახსნის რეგულარობა სინგულარული წირების მიდამოში. სიგულარული წირებია ბზარის კიდე და ის წირი, სადაც იცვლებიან სასაზღვრო პირობები. ამონახსნის რეგულარობა საზოგადოდ დამოკიდებულია მასალის პარა-მეტრებზე და არ არიან დამოკიდებული იმ წირის გეომეტრიაზე სადაც იცვლებიან სასაზღვრო პირობები, ხოლო ბზარის კიდის მიდამოში ამონახსნის სიგლუვე  $C^{1/2}$  უდრის.

2. ნაშრომში შესწავლილია თერმო-ელექტრო-დრეკადობის თეორიის შერეული ტიპის ურთიერთქმედების დინამიკის ტრანსმისიის ფსევდორხევის ამოცანა საკონტაქტო ბზარით. განხილული თერმო-პიეზო-ელექტრული მოდელი ეფუძნება გრინ-ნახდის თეორიას ენერჯის დისიპაციის (გაბნევის) გარეშე. ლაპლასის გარდაქმნის, პოტენციალთა და საზღვრიან ზედაპირზე განსაზღვრულ ფსევდოდიფერენციალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით დამტკიცებულია საკონტაქტო ბზარის ტიპის ტრანსმისიის ამოცანის ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემა შესაბამის სობოლევის სივრცეებში.

#### დ) პუბლიკაციები უცხოეთში:

##### სტატია:

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	გამოც. ადგილი და კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	T. Buchukuri	Dynamical Mixed Boundary-	Georgian Mathematical	Germany, De Gruyter,	18 pp	O. Chkadua, D. Natroshvili

		transmission Problems of the Generalized Thermo-Electro- Magneto- Elasticity Theory for Composed Structures	Journal ISSN 1572-9176	<a href="https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2051">https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2051</a>		
2	T. Buchukuri	$\Gamma$ -convergence for the bi- Laplace-Beltrami equation on hypersurfaces	Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center", Trends in Mathematics Series, Birkhäuser/Springer 2024.	Birkhäuser/ Springer <a href="https://doi.org/10.1007/978-3-031-48579-4_8">https://doi.org/10.1007/978-3-031-48579-4_8</a>	8 pp	<b>R. Duduchava,</b> G. Tephnadze, M. Tsaava
3.	G. Chkadua	Asymptotic Analysis of Fundamental Solutions of Hypoelliptic Operator	Georgian Mathematical Journal, 31 (2) (2024), 205-228.	Germany, De Gruyter, ISSN 1512- 0015	24	E. Shargorodsky
4	R. Duduchava	Laplace-Beltrami Equation on Lipschitz Hypersurfaces in the Generic Bessel Potential Spaces	Trends in Mathematics Research Perspectives Ghent Analysis and PDE Center, Vol. 3, Series Editor M. Ruzhansky, Extended Abstracts 2021/2022, Methusalem Lectures, Birkhauser, 2024.	Birkhauser, <a href="https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-48579-4_11">https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-48579-4_11</a>	12	
5	R. Duduchava	Generic Bessel potential spaces on Lie groups	Tbilisi Analysis & PDE Seminar- Extended Abstracts of the 2020-2023 Seminar Talks, Trends in Mathe- matics Series, Birk häuser/Springer, 2024, Editors: R. Duduchava, E. Shargorodsky, G. Tephnadze	Birkhäuser/ Springer <a href="https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-62894-8_5">https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-62894-8_5</a>	12	D. Cardona, A. Hendrix, M. Ruzhansky
6	R. Duduchava	MixedBoundary Value Problem	Trends in Mathematics,	Birkhauser, <a href="https://link">https://link.</a>	10	M. Tsaava, M. Tutberidze

		Forthe Helm-HoltzEquation in aModel 2D-Double Angular Domain	Research Perspec-tives Ghent Analysis and PDE Center, Vol. 5, Women in Analysis and PDE, 2024,	<a href="https://www.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-57005-6_17">springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-57005-6_17</a>		
7.	D. Kapanadze	Wave propagation on hexagonal lattices	Georgian Mathematical Journal ISSN 1572-9176	Germany, De Gruyter, <a href="https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2035">https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2035</a>	10	E. Pesetskaya

*ანოტაცია*

1. გამოკვლეულია თერმო-ელექტრო-მაგნიტო დრეკადობის თეორიის დინამიკის შერეული საკონტაქტო-სასაზღვრო ამოცანები ანიზოტროპული შედგენილი სხეულების შემთხვევაში. პოტენციალთა მეთოდისა და ფსევდოდოფერენციალური განტოლებების თეორიის გამოყენებით დადგენილია ამონახსნების არსებობისა და ერთადერთობის თეორემები. ასევე გამოკვლეულია ამონახსნების სიგლუვე და ასიმპტოტური ყოფაქცევა სინგულარული წირების მიდამოში.
2. შესწავლილია შერეული სასაზღვრო ამოცანა ბი-ლაპლასის განტოლებისთვის ზედაპირის გარშემო თხელ ფენაში საზღვრით. ჩვენი მიზანი იყო დაგვედგინა რა სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნისკენ მიისწრაფის ამ ამოცანის ამონახსნი, როდესაც ფენის სისქე მიისწრაფის ნულისკენ. ნაჩვენებია, რომ ბი-ლაპლასის განტოლება საწყის თხელ ფენაში ზღვარში გარდაიქმნება შესაბამის დირიხლეს ამოცანად ბი-ლაპლას-ბელტრამის განტოლებისთვის ზედაპირზე. კვლევის დროს ვიყენებთ ვარიაციულ ფორმულირებას და გიუნტერის მხები დიფერენციალური ოპერატორების აღრიცხვას ჰიპერზედაპირზე და შესაბამის შრეზე.
3. ჰიპოელიფსური კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლების

$$P(i \partial_x) = (P_1(i \partial_x))^{m_1} \dots (P_n(i \partial_x))^{m_n}$$

ფუნდამენტური ამონახსნისთვის შესწავლილია ასიმპტოტური ყოფაქცევა უსასრულობაში, როდესაც მახასიათებელ პოლინომს გააჩნია ჯერადი ნამდვილი ფესვები. ფუნდამენტური ამონახსნის ასიმპტოტური გაშლის საფუძველზე შმოტანილია ასიმპტოტური კლასები სადაც დამტკიცებულია განტოლების

$$P(i \partial_x)u = f \quad R^n - \partial \tau$$

არსებობის და ერთადერთობის თეორემები მთელს სივრცეში. მიღებული შედეგებიდან გამოდის ახალი ერთადერთობის თეორემა კლასიკური ჰელმჰოლცის განტოლების შემთხვევაში.

4. ნაშრომის მიზანია ახალი მიდგომის გამოვლენა ლაპლას-ბელტრამის სასაზღვრო პრობლემების (BVPs) გამოკვლევისთვის ჰიპერზედაპირზე  $S \subset R^3$  ლიფშიცის საზღვრით  $\Gamma = \partial S$ , რომელიც შეიცავს  $c_j$  კუთხოვანი წერტილების (კვანძების) სასრული რაოდენობას კუთხით  $\alpha_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ . განხილულია დირიხლეს, ნეიმანის და შერეული ტიპის სასაზღვრო ამოცანები არაკლასიკური დასმით, როდესაც ამონახსნებს ეძებენ ადაპტირებულ (Generic) ბესელის პოტენციალთა სივრცეებში (GBPS). ლოკალიზაციის პრინციპის გამოყენებით პრობლემა დაყვანილია მოდელებდირიხლეს, ნეიმანის და შერეული ტიპის სასაზღვრო ამოცანების გამოკვლევაზე ლაპლასის განტოლებისთვის ბრტყელ კუთხოვან არეში კუთხის სიდიდით  $\alpha_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ . შემდგომი მოდელებური პრობლემები გამოკვლეულია მელინის კონვოლუციის ოპერატორების საშუალებით.

ნახევარღერძზე  $R_+ = (0, \infty)$ . მიღებულია დასმული საწყისი ამოცანის ფრედჰოლმურობის და ამოხსნადობის და ამონახსნების კრიტერიუმები, დადგენილია კვანძებში ამონახსნთა სინგულარობის მაჩვენებლები ცხადი სახით.

მიღებული შედეგები გაცილებით მარტივია ვიდრე იგივე ამოცანების ფრედჰოლმურობის და ამოხსნადობის კრიტერიუმები კლასიკურ ბესელის პოტენციალთა სივრცეებში.

5. ნაშრომის მიზანია განსაზღვროს შესაფერისი ბესელის პოტენციალთა სივრცეები (Generic Bessel Potential Spaces-GBPS) რომლებიც იქნება ბუნებრივი ლისჯგუფზე  $G$ , კონვოლუციის ინტეგრირ-დიფერენციალური განტოლების განსახილველად. განსახილ-ველი ლის ჯგუფები ჰომორფულია ევკლიდური  $R^s$  სივრცის.. დამტკიცებულია, რომ კონვოლუციის ინტეგრირ-დიფერენციალური განტოლების სიმბოლოს ელიფსურობაწარმოადგენს ფრედჰოლმურობის აუცილებელ პირობას მაგრამ არა საკმარის პირობას..ელიფსურობის საკმარისი პირობაა ემთხვევა აუცილებელს როდესაც  $p = 2$  ყველა შემთხვევაში, ხოლო როდესაც  $p = 2$ , სიმბოლოების გარკვეული კლასებისათვის.
6. სტატიაში განიხილება შერეული დირიხლე-ნეიმანის სასაზღვრო ამოცანა ჰელმჰოლცის განტოლებისთვის მოდელურ 2-განზომილებიან (ბრტყელ)კუთხოვან არეში.  $\Omega_{\alpha,\beta} := \Omega_{\alpha} \cup \Omega_{-\beta} \subset R^2$ , სადაც  $\Omega_{\alpha}$  კუთხოვანი არეების ის  $\Omega_{\alpha}$  და  $\Omega_{-\beta}$  გაშლილობაა  $\alpha > 0$  და  $-\beta$  კუთხოვანარეებს  $\Omega_{\alpha}$  და  $\Omega_{-\beta}$  აქვთ საერთო საზღვარი დადებითი ნახევრადღერძის გასწვრივ  $R^+ := (0, \infty)$ . სასაზღვრო ამოცანაგანიხილება არაკლასიკური დასმით, როდესაც ამონახსნებს ეძებენ ბესელის პოტენციალთა სივრცეებში  $H^s_p(\Omega_{\alpha, \beta})$ ,  $s > 1/p$ ,  $1 < p < \infty$ . ამოცანები შესწავლილია პოტენციალთა მეთოდის გამოყენებით. ამოცანები დაიყვანება ეკვივალენტურ სასაზღვრო ინტეგრალურ განტოლებამდებესელის პოტენციალთა სივრცეი ნახევრად უსასრულო ღერძებზე  $H^{s-1/p}(R^+)$ , რომელიც არის მელინის კონვოლუციის ტიპის. განტოლება.ადრე მიღებული შედეგების გამოყენებით მელინის კონვოლუციის ტიპის. განტოლებებისათვის. ბესელის პოტენციალთა სივრცეებში, რომელიც მიღებულია დიდენკოსა და დუდუჩავას მიერ (J Anal Appl 443:707–731, 2016), დადგენილია ზემოთ ხსენებული სასაზღვრო ამოცანების ფრედჰოლმურობის და ცალსახად ამოხსნადობისაუცილებელი და საკმარისი პირობები ბესელის პოტენციალთა სივრცეებში.
7. განვიხილეთ ორგანზომილებიანი ტალღების გავრცელება უსასრულო ექვსკუთხა მესერში. კერძოდ, შევისწავლეთ დისკრეტული ჰელმჰოლცის განტოლება როგორც უსაზღვრო, ასევე საზღვრის მქონე ექვსკუთხა მესერზე. ნაჩვენებია, რომ ზოგიერთი კონფიგურაციის შემთხვევაში ეს ამოცანები შეგვიძლია ეკვივალენტურად დავიყვანოთ მსგავს ამოცანებზე სამკუთხა მესერისთვის. ამ ფაქტზე დაყრდნობით, მიღებულია ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის შედეგები არაერთგვაროვანი ჰელმჰოლცის განტოლებისთვის ექვსკუთხა მესერში, როდესაც ტალღური რიცხვი  $k \in (0, \sqrt{6}) \setminus \{\sqrt{2}, \sqrt{3}, 2\}$  და გარე დირიხლეს ტიპის ამოცანისთვის, როდესაც  $k \in (0, \sqrt{2}) \cup (2, \sqrt{6})$ .

**IV. სამეცნიერო ფორუმებში მონაწილეობა:**

ა) საქართველოში:

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	T. Buchukuri	Dynamical Boundary-Transmission Problems of the Generalized Thermo-Electro-Magneto-Elasticity Theory for Composed Structures with Interface and Interior Cracks	Tbilisi Analysis & PDE Workshop(TAPDE)	August 28 - August 31, 2024 The University of Georgia, Tbilisi	O.Chkadua, D. Natroshvili
2	რ. დუდუჩავა	ინტეგრირ-დიფერენციალური განტოლებები ლის	თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის	თბილისი, 19-23 თებერვალი,	

		ჯგუფებზე დაკლონირებული (generic) ბესელის პოტენციალთა სივრცეები	მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი პროფესორ გიორგი მანჯავიძის 100 წლისთავისა და აკადემიკოს ნოდარ ბერიკაშვილის 95 წლისთავისადმი	2024 წელი	
3	რ. დუდუჩავა	Transmission problems for a second order differential equation on a hypersurface with Lipschitz boundary in the Generic Bessel Potential Spaces	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIV საერთაშორისო კონფერენცია	ბათუმი, 2-7 სექტემბერი	რ. გაჩეჩილაძე
4	ო. ჭკადუა	განზოგადებული თერმო-ელექტრო-მაგნეტო დრეკადობის დინამიკის ამოცანები შედგენილი სტრუქტურებისათვის	ოსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი პროფესორ გიორგი მანჯავიძის 100 წლისთავისა და აკადემიკოს ნოდარ ბერიკაშვილის 95 წლისთავისადმი.	თბილისი, 19-23 თებერვალი, 2024 წელი	
5	გ. ჭკადუა	ახალი ასიმპტოტური კლასები და მათი გამოყენებები.	ოსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიძღვნილი პროფესორ გიორგი მანჯავიძის 100 წლისთავისა და აკადემიკოს ნოდარ ბერიკაშვილის 95 წლისთავისადმი.	თბილისი, 19-23 თებერვალი, 2024 წელი	
6	დ. კაპანაძე	დირიხლეს ამოცანა დისკრეტული ჰელმჰოლცის განტოლებისთვის ექვსკუთხა მესერზე	ოსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია,	თბილისი, 19-23 თებერვალი, 2024 წელი	

			მიმდევნილი პროფესორ გიორგი მანჯავიძის 100 წლისთავისა და აკადემიკოს ნოდარ ბერიკაშვილის 95 წლისთავისადმი		
7	როლანდ გაჩეჩილაძე	ბლანტი მომენტური დრეკადობის თეორიის სასაზღვრო საკონტაქტო ამოცანები ხახუნის გათვალისწინებით არაერთგვაროვანი, ანიზოტროპული სხეულებისათვის	თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია, მიმდევნილი პროფესორ გიორგი მანჯავიძის 100 წლისთავისა და აკადემიკოს ნოდარ ბერიკაშვილის 95 წლისთავისადმი	თბილისი, 19-23 თებერვალი, 2024 წელი	ა. გაჩეჩილაძე
8	ავთანდილ გაჩეჩილაძე	Boundary contact problems with regard to friction of couple-stress viscoelasticity for inhomogeneous anisotropic bodies (non-coercive, quasi-static cases)	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIV საერთაშორისო კონფერენცია	ბათუმი, 2-7 სექტემბერი	რ. გაჩეჩილაძე

ბ) უცხოეთში:

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	Otar Chkadua	Dynamical interface crack type boundary-transmission problems of the generalized thermo-electro-magneto-elasticity theory	Conferences CMMSE and CHPC 2024, Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering, International Conference in HPC. <a href="https://cmmse.usal.es/cmmse2024/welcom">https://cmmse.usal.es/cmmse2024/welcom</a>	Costa Ballena, Cádiz, Spain July 2 –8, 2024	
2	R. Duduchava	Convolutions on Lie groups, generic Bessel potential spaces and applications	Pseudo-Differential Operators and Related Topics	29 January – 2 February 2024, University of Ghent, Belgium	
3	R. Duduchava	Convolution	The 50:70:80: -	August 20-24.	

		integro-differential equations on Lie groups in Generic Bessel Potential Spaces	infinity, Conference in Mathematics, Dedicated to Lars Eric Person's 80-th birthday anniversary	2024. Karstadt, Sweden	
4	R. Duduchava	<b>3 ლექცია:</b> Calculus of Guent-er's derivatives on hypersurfaces and $\Gamma$ -convergence. <b>მობსენება:</b> Convolution equations on Lie groups, Generic Bessel Potential Spaces and applications	Analysis, PDEs and Applications <a href="https://www.gmg70.com/">https://www.gmg70.com/</a>	July 24-August 6, 2024, Yerevan University, Armenia	
5	R. Duduchava	<b>4 ლექცია:</b> Calculus of Guent-er's derivatives on hypersurfaces and $\Gamma$ -convergence. <b>მობსენება:</b> Transmission problems for a second order differential equation on Hypersurface with Lipschitz boundary in the generic Bessel potential spaces	Evolution Equations, Approximation and Spectral Optimization <a href="https://sites.google.com/view/eeaso-2024/home">https://sites.google.com/view/eeaso-2024/home</a>	September 10-17, 2024, University of Alma Aty, Kazakhstan	
6	R. Duduchava	Convolution equations on Lie groups, Generic Bessel Potential Spaces and applications	International Workshop on Toeplitz Operators, Wiener-Hopf Method, and Applications dedicated to deceased Emeritus Professor at Cinvestav Nikolai Vasilevski.	October 6-12, 2024 University of Cartagena, Columbia	
7	R. Duduchava	5 Lectures at the Hangzhou Jiliang University: Wiener-Hopf method Presentation at the conference: Convolution equations on Lie groups, Generic Bessel Potential Spaces and applications	Cross-Fertilisation of ideas from the Riemann-Hilbert Technique and the Wiener-Hopf Method. <a href="https://www.birs.ca/events/2024/5-day-workshops/24w5506">https://www.birs.ca/events/2024/5-day-workshops/24w5506</a>	October 26-November 25, 2024, Hangzhou, China	

## V. სხვა აქტივობები:

### ა) სამეცნიერო კრებულები:

Tbilisi Analysis & PDE Seminar- Extended Abstracts of the 2020-2023 Seminar Talks, Trends in Mathematics Series, Birkhauser/Springer, 2024, <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-031-62894-8>

Editors: R. Duduchava, E. Shargorodsky, G. Tephnadze

### ბ) კონფერენციების ორგანიზაცია:

#### როლანდ დუდუჩავა -

1. საერთაშორისო ვორკშოპის Tbilisi Analysis & PDE Workshop (TAPDE) საორგანიზაციო კომიტეტის თავმჯდომარე, <https://tapde-workshop.ug.edu.ge/>
2. ვებელმძღვანელობ ონლაინ სემინარებს Tbilisi analysis @ PDE seminar 2 კვირაში ერთჯერ ევგენი შარგოროდსკისთან ერთად (კინგს კოლეჯი, ლონდონი). 2021 წელს შედგა 20 მსოფლიოში ცნობილი მრავალი მათემატიკოსის მოხსენება მომხსენებელთა სია, მოხსენებათა ბანერები და თვით მოხსენებების ჩანაწერები განთავსებულია ვებ გვერდზე <https://www.ug.edu.ge/tbilisi-analysis-and-pde-seminar>
3. საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIV-ე საერთაშორისო კონფერენციის სამეცნიერო კომიტეტის წევრი, სექციის „დიფერენციალური განტოლებები და გამოყენებები“ თანათავმჯდომარე, 2. 09 -9.09, 2024, ბათუმი.

#### ოთარ ჭკადუა -

1. საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIV-ე საერთაშორისო კონფერენციის სამეცნიერო კომიტეტის წევრი, სექციის „დიფერენციალური განტოლებები და გამოყენებები“ თანათავმჯდომარე, 2. 09 -9.09, 2024, ბათუმი.

### სამეცნიერო გამოცემების რედაქლეციების წევრი:

#### თენგიზ ბუჩუკური

1. Georgian Mathematical Journal-ის პასუხისმგებელი რედაქტორი

#### როლანდ დუდუჩავა

1. Integral Equations and Operator Theory, Birkhauser
2. Georgian Mathematical Journal, De Gruyter
3. Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics, A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi.
4. Tbilisi Mathematical Journal, Tbilisi.

#### ოთარ ჭკადუა

1. Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi

### მუშაობა საერთაშორისო სამეცნიერო ორგანიზაციებში

#### რ. დუდუჩავა

1. ევროპის მათემატიკოსთა კავშირის სოლიდარობის კომიტეტის წევრი 2. აბრეშუმის გზის მათემატიკის ინსტიტუტის მმართველი საბჭოს წევრი, პეკინი, ჩინეთი
2. IWOTA-ს (International Workshops on Operator Theory and Applications) საერთაშორისო კონფერენციების სერიის მმართველი საბჭოს წევრი
3. კავკასიის მათემატიკოსთა კონფერენციების CMC მმართველი საბჭოს წევრი



## საერთაშორისო სამეცნიერო გამოცემების რეცენზენტი

### როლანდ დუდუჩავა

10-მდე საერთაშორისო მათემატიკური ჟურნალის რეცენზენტი. 2024 წელს დაწერილი მაქვს 20 რეცენზია.

### ოთარ ჭკადუა

1. Georgian Mathematical Journal;
2. Memoirs on Partial Differential Equations and Mathematical Physics, A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi;
3. Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi;
4. Communications on Pure and Applied Analysis;
5. Complex Variables and Elliptic Equations;
6. Mathematical Methods in the Applied Sciences;
7. Journal of Mathematical Sciences.

### მიმდინარეობს მუშაობა მონოგრაფიებზე:

- 1) O. Chkadua, S.E. Mikhailov, D. Natroshvili, -“ *Boundary-Domain Integral and Integro-Differential Equations for Elliptic BVPs*”. ამ მონოგრაფიის გამოცემა იგეგმება “Springer”-ის გამოცემაში.
- 2) T. Buchukuri, O. Chkadua, D. Natroshvili, -“ *Mathematical Problems of Generalized Thermo-Electro-Magneto\_Elasticity Theory*”. რომლის გამოცემაც იგეგმება “Nova Science Publishers” გამოცემაში.

საანგარიშო პერიოდში დაგეგმილია ოთარ ჭკადუას დოქტორანტის ანიკა თოლორაიას სადისერტაციო ნაშრომის „*ფსევდორხევისა და დინამიკის სასაზღვრო-ტრანსმისიის ამოცანები თერმო-ელექტრო-დრეკადობის თეორიაში ენერჯის გაზნევის გარეშე*“ დაცვა სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის საბუნებისმეტყველო, მათემატიკის, ტექნოლოგიებისა და ფარმაციის ფაკულტეტზე.

## დრეკადობის მათემატიკური თეორიის განყოფილება

ნუგზარ შავლაყაძე (განყოფილების ხელმძღვანელი, მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 გიორგი კაპანაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 სერგო კუკუჯანოვი (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ლუიზა შაფაქიძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ლიდა გოგოლაური (მეცნიერი თანამშრომელი).

### I. სახელმწიფო პროგრამით (ბიუჯეტით) დაფინანსებული თემა/თემები (საანგარიშო წლისათვის):

№	თემის დასახელება	ვადები	კონკრეტული ეტაპი	შემსრულებლები (მათი როლებით)
1	უწყვეტ გარემოთა მექანიკის ზოგიერთი საკონტაქტო და შერეული სასაზღვრო ამოცანა	2024-2028	I ეტაპი, 2024 წელი	ნუგზარ შავლაყაძე, მთავარი მეცნიერ თანამშრომელი გიორგი კაპანაძე, უფროსი მეცნიერ თანამშრომელი სერგო კუკუჯანოვი, უფროსი მეცნიერ თანამშრომელი ლუიზა შაფაქიძე, უფროსი მეცნიერ თანამშრომელი ლიდა გოგოლაური, მეცნიერ თანამშრომელი

#### ანოტაცია

კვლევის ძირითად მიზანს წარმოადგენს დინამიკური ბლანტიდრეკადობის თეორიის იმ საკონტაქტო ამოცანების გამოკვლევა, რომლებიც უკავშირდებიან სხვადასხვა კონტაქტის პირობებში ცოცვადობის თვისების მქონე არაერთგვაროვანი თხელკედლიანი სასრული ან ნახევრად უსასრულო ელემენტებისა (ჩართვები, სტრინგერები) და ამავე თვისების მქონე ნახევარსიბრტყის/სიბრტყის, ნახევარსივრცის და სხვა ფორმის სხეულების ურთიერთქმედებას, როდესაც თხელკედლიანი ელემენტები იმყოფებიან ტანგენციალური ან ნორმალური დატვირთვების პირობებში. აგრეთვე განიხილება ანალიზური სასაზღვრო ამოცანები, როდესაც სხვადასხვა ფორმის სხეულები შეიცავს დეფექტებს ბზარების სახით. ანალიზურ ფუნქციათა და ინტეგრალურ განტოლებათა თეორიის მეთოდების, ინტეგრალური გარდაქმნების, ანალიზურ ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანებისა და ორთოგონალურ პოლინომთა მეთოდების გამოყენებით სხვადასხვა ტიპის სასაზღვრო ამოცანაზე ან უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემაზე. განსაზღვრება საძიებელი ტანგენციალური და ნორმალური საკონტაქტო ძაბვები, აგრეთვე ძაბვებისა და გადაადგილების ველის კომპონენტის უცნობი ნახტომები ბზარის გასწვრივ. გამოკვლეულია უცნობი სიდიდეების ასიმპტოტური ყოფაქცევა განსაკუთრებულ(სინგულარულ) წერტილთა მახლობლობაში.

შესწავლილია კონკრეტული სასაზღვრო ამოცანები ბლანტი დრეკადი ორადბმული ფირფიტისათვის. კერძოდ, ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის სასაზღვრო ამოცანა რომბისათვის წრიული ხვრელით, როგა რომბის საზღვარზე მოქმედებენ მოცემული მთავარი ვექტორის მქონე მკუმშავი ძალები, ხოლო შიგა საზღვარზე (წრეწირზე) - მუდმივი ინტენსივობის მკუმშავი დატვირთვა . მიღებული იქნა მოცემული არის წრიულ რგოლზე კონფორმულად გადამსახავი ფუნქციის ანალიზური გამოსახულება და ამოცანა მიყვანილი იქნა რიმან-ჰილბერტის ამოცანაზე წრიული რგოლისათვის. ამ უკანასკნელის ეფექტურად ამოხსნის საფუძველზე საძიებელი კომპლექსური პოტენციალები აგებული იქნა ეფექტურად.

გამოკვლეულია ორთოტროპიის გავლენა ხისტად დამაგრებული დრეკადმემავსებლიანი ბრუნვითი გარსების დინამიკურ თერმომდგრადობაზე. განხილულია რხევისა და დინამიური

მდგრადობის ამოცანები ჩაკეტილი წინასწარ დატვირთული ბრუნვითი გარსებისათვის. მიღებულია ფორმულები და აგებულია გრაფიკები უმცირესი სიხშირეების ტალღების ფორმებისთვის და დადგენილია საზღვრები დინამიკური არამდგრადობის არეებისათვის, რომლებიც დამოკიდებულია ხისტად დამაგრების სასაზღვრო პირობებზე, ორთოტროპიის პარამეტრებზე, ტემპერატურაზე, წნევაზე, დრეკადი ფუძის სიმტკიცესა და გარსის ცილინდრული ფორმიდან გადახრის ამპლიტუდაზე.

შესწავლილია ბლანტ უკუმში სითხეში წრიული ფოროვანი ცილინდრების ბრუნვით გამოწვეული სითხის მოძრაობა, როდესაც დინებაზე მოქმედებს აზიმუტური წნევის გრადიენტი. ნაჩვენებია ბლანტი უკუმში სითხის ლამინარული დინებების არსებობა, როდესაც ცილინდრის გარე რადიუსი უსასრულოდ იზრდება. ცნობილია რომ, არსებობს მრავალი შეუსაბამობა ბლანტი სითხის მათემატიკურ მოდელსა და რეალურ მოვლენებს შორის. ამიტომ წარმოიშვა პარადოქსები ბლანტი უკუმში სითხისათვის, კერძოდ, ნავიე-სტოქსის განტოლებათა სისტემის ამოხსნათა ერთადერთობის საკითხებთან დაკავშირებით. (მაგ. დ. დოლიძის პარადოქსი, რომელიც ეხება ბლანტ უკუმში სითხეში ჩამირული ფოროვანი ცილინდრის ბრუნვით გამოწვეულ სითხის მოძრაობას. ამ პარადოქსს მიემდგვნა ვ.იუდოვიჩის ნაშრომი, სადაც დადგენილია ე.წ. „დოლიძის დინებების“ არსებობა.

დადგინილია აზიმუტური წნევის გრადიენტის გავლენა ორ ფოროვან ცილინდრის ბრუნვით გამოწვეულ გარე არეში სითხის მოძრაობაზე, როდესაც ცილინდრის გარე რადიუსი უსასრულოდ იზრდება. ამ შემთხვევაში აზიმუტური წნევის გრადიენტს შეუძლია გამოიწვიოს რთული რეჟიმები შიგა და გარე დინებებს შორის. ნაჩვენებია, რომ როგორც დ.დოლიძის ამოცანის შემთხვევაში, ზღვრული დინებები არსებობენ და არიან დამოკიდებული შესაბამისი პარამეტრების მნიშვნელობებზე.

**II. სამეცნიერო საგრანტო პროექტები (სამამულო დაფინანსებით):**

**ა) დასრულებული:**

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურულიდან
1	მრავალპორტიანი ტალღამტარული შესახსრების კომპიუტერული პროექტირება ადამიანის ნერვული ცენტრის ანალოგიით (STEM-22-1210)	შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი	5 <b>ნ. შავლაყაძე</b> (პროექტის ხელმძღვანელი), <b>გ. კეკელია,</b> <b>მ. შენგელია,</b> <b>მ. ქევხიშვილი,</b> <b>გ. ყიფიანი</b> (პროექტის ძირითადი პერსონალი)	1 ნუგზარ შავლაყაძე

*ანოტაცია*

განხილულია დიელექტრიკული არაერთგვაროვნების შემცველი სამკაპა ტალღამტარის მათემატიკური მოდელის აგება, როდესაც სისტემის ალგუნება ხდება სხვადასხვა პორტების მხრიდან ერთდროულად. სხვადასხვა არეთა გამყოფ რეალურ და წარმოსახვით ზედაპირებზე სასაზღვრო პირობების, ველის უწყვეტობისა და სიგლუვის პირობების რეალიზაციის შედეგად მიღებულია წრფივ ალგებრულ განტოლებათა უსასრულო სისტემა. ნაჩვენებია, რომ სისტემა კვაზირეგულარულია, რაც რედუქციის მეთოდის გამოყენებით სისტემის მიახლოებითი ამონახსნის მიღების საშუალებას იძლევა.

**ბ) გარდამავალი** (ანოტაცია - მხოლოდ საანგარიშო წელს შესრულებულ სამუშაოს):

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურიდან
1	ბლანტი დრეკადი დინამიკისა და არაწრფივი რხევის ზოგიერთი საკონტაქტო და სასაზღვრო ამოცანა (FR-21-7307)	შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი	6 <b>ნ. შავლაყაძე</b> (პროექტის ხელმძღვანელი), <b>ნ. ოდიშელიძე</b> (პროექტის კოორდინატორი), <b>ს. ხარიბეგაშვილი,</b> <b>ო. ჯოხაძე,</b> <b>ბ. ფაჩულია,</b> <b>ც. ჯამასპიშვილი</b> (პირითადი პერსონალი)	3 ნ. შავლაყაძე ს. ხარიბეგაშვილი ო. ჯოხაძე

**ანოტაცია**

ბოლცანო-ვოლტერას ბლანტი დრეკადი მოდელის პირობებში განხილულია დინამიკური სასაზღვრო და საკონტაქტო ამოცანები ნახევარსიბრტყისათვის/ნახევარსივრცისათვის. ინტეგრალური გარდაქმნების გამოყენებით ამოცანები დაყვანილია ინტეგრო-დიფერენციალურ ან ინტეგრალურ განტოლებაზე. ორთოგონალურ პოლინომთა მეთოდის გამოყენებით მიღებულია უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემები. ისინი გამოკვლეულია რეგულარობაზე და დადგენილია შესაბამისი ამოცანების ამოხსნადობის პირობები. უბან-უბან ერთგვაროვანი დრეკადი ჩართვის მქონე ბლანტიდრეკადი ფორფიტისათვის მიღებული ვოლტერას მეორე გვარის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლება გამოკვლეულია ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის სასაზღვრო ამოცანის (კერძოდ, კარლემანის ტიპის ამოცანის) მეთოდის გამოყენებით. ამოცანის ამონახსნი წარმოდგენილია ცხადი (ეფექტური) სახით და დადგენილია საკონტაქტო ძაბვების ყოფაქცევა სინგულარულ წერტილებში. ჩატარებულია მიღებული შედეგების თეორიული და რიცხვითი ანალიზი.

სიმის რხევის არაერთგვაროვანი განტოლებისათვის დადგენილია დირიხლესა და ნეიმანის ამოცანების ამოხსნადობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები არაერთგვაროვანი სასაზღვრო მონაცემებით კვადრატში. ამ პირობების შესრულების შემთხვევაში მოტანილია ამოცანათა ამონახსნები კვადრატურებში. კერძოდ, ნაჩვენებია, რომ შესაბამის ერთგვაროვან ამოცანებს აქვთ უსასრულო რაოდენობა წრფივად დამოუკიდებელი ამონახსნები, რომლებიც ამოწერილია ცხადი სახით. ასევე დადგენილია ზარემბას ამოცანის ერთი ვარიანტის კორექტულობა და მისი ამონახსნი მოცემულია კვადრატურებში. სიმის რხევის ნახევრადწრფივი განტოლებისათვის შესწავლილია სივრცითი ცვლადის მიმართ პერიოდული ამოცანა. მოტანილია საკმარისი პირობები, რომელთა შესრულების შემთხვევაში ადგილი აქვს განხილული ამოცანის ამონახსნის არსებობასა და ერთადერთობას. განხილულია ამ პირობების ოპტიმალურობის საკითხი, კერძოდ ნაჩვენებია, რომ მათი დარღვევის შემთხვევაში ადგილი აქვს ამონახსნის არარსებობას.

ამოცანა ამოხსნილია მაღალი ჰარმონიკების გათვალისწინებით, რითაც გამოვლენილია სისტემის ისეთი ახალი ფიზიკური თვისებები, როგორიცაა არეთა გამყოფი ზედაპირების სიახლოვეს არავაცელებადი ჰარმონიკების რეაქტიული ველების წარმოშობა.

### III. სამეცნიერო პუბლიკაციები:

#### გ) სტატია:

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	საერთ. კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	L. Gogolauri	On one problem for a viscoelastic quadrangular plate (rhombus) with a circular hole.	Transactions of A. Razmadze Math. Inst. <b>178</b> (2024), no. 2, 231-236	ISSN 2346-8092	6	<b>G. Kapanadze</b>
2	S. Kukudzhyanov	The influence of boundary conditions of rigid fastening on the dynamical thermo-stability of shells of revolution, with an elastic filler.	Transactions of A. Razmadze Math. Inst. <b>178</b> (2024), no. 2, 237-245	ISSN 2346-8092	9	
3	N. Shavlakadze	The boundary-contact problem of dynamical viscoelasticity	Transaction of A. Razmadze Math. Inst. <b>178</b> (2024), no. 3, 495-502	ISSN 2346-8092	8	G. Kekelia

#### ანოტაცია

- განხილულია ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი ამოცანა ოთხკუთხა ფირფიტისათვის (რომში) წრიული ხვრელით. იგულისხმება, რომ ფირფიტის შიგა საზღვარზე მოქმედებენ მოცემული ინტენსივობის მქონე თანაბრად განაწილებული მკუმშავი ძალები (წნევა), ხოლო გარე საზღვარზე მოდებულია ცნობილი მთავარი ვექტორის მქონე სწორხაზოვანი ხისტი გლუვი შტამპები, რომლებიც გადაადგილდებიან მხოლოდ საზღვრისადმი ვერტიკალური მიმართულებით. კონფორმულ ასახვათა და ანალიზურ ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანების თეორიის მეთოდებზე დაყრდნობით განხილული ამოცანა მიყვანილია რიმან-ჰილბერტის ამოცანაზე წრიული რგოლისათვის და კელვინ-ფოიგტის მოდელის საფუძველზე საძიებელი კომპლექსური პოტენციალები აგებულია ეფექტურად (ანალიზური ფორმით). განხილულია ზღვრული შემთხვევა (ზოლი წრიული ხვრელით).
- გამოკვლეულია ხისტად დამაგრების სასაზღვრო პირობების გავლენა დრეკადმემავსებლიანი ცილინდრულ ფორმასთან მიახლოებული ჩაკეტილი ბრუნვითი გარსების დინამიკური არამდგრადობის არეების საზღვრებზე. იგულისხმება, რომ გარსზე მოქმედებს გარეგანი წნევა (დროზე დამოკიდებული) და ტემპერატურა. განიხილება საშუალო სიგრძის გარსები, რომელთა შუა ზედაპირის მსახველის ფორმა პარაბოლურ ფუნქციას წარმოადგენს. მიღებულია ფორმულები დინამიკური არამდგრადობის საზღვრების და უმცირესი საკუთარი სიხშირეების გამოსათვლელად, ხისტი დამაგრების სასაზღვრო პირობების, გაუსის სიმრუდის, საწყისი დაძაბული მდგომარეობის, ტემპერატურის და გარსის ცილინდრული ფორმიდან გადახრის ამპლიტუდაზე დამოკიდებულების გათვალისწინებით. განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა განსახილავი გარსების დინამიკური არამდგრადობის ყველაზე სახიფათო არეების და უმცირესი საკუთარი სიხშირეების მოძებნას.
- განხილულია დინამიკური სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანა ბლანტიდრეკადი ნახევარ-სიბრტყისათვის. ნახევარსიბრტყე საზღვრის გასწვრივ დამაგრებულია თხელი დრეკადი დაკვრით,

რომელიც ზოგადად დატვირთულია ტანგენციალური და ნორმალური ძალებით. ინტეგრალური გარდაქმნების მეთოდით ამოცანა დაყვანილია ინტეგრო-დიფერენციალურ განტოლებაზე უცნობი საკონტაქტო ძაბვების მიმართ. ორთოგონალურ პოლინომთა თვისებებისა და მეთოდის გამოყენებით მიღებულია უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემა. დამტკიცებულია მიღებული სისტემის კვაზი-სრულად რეგულარობა.

**დ) პუბლიკაციები უცხოეთში:**

**სტატია:**

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	გამოც. ადგილი და კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	N. Shavlakadze	Dynamical contact problems for viscoelastic half-space with cut	Zeitschrift fur angewandte Mathematik und Physic (J. of Appl. Math.Physics)	springer	9	F. Criado-Aldeanueva, N. Odishelidze, B. Pachulia

**ანოტაცია**

1. განხილულია დინამიკური საკონტაქტო ამოცანა ბლანტიდრეკადი ნახევარსივრცისათვის ზოლის ფორმის უსასრულო ჭრილით. ამოცანა ექვივალენტურად დაიყვანება პირველი გვარის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებაზე, რომელიც ორთოგონალურ პოლინომთა მეთოდის გამოყენებით დაყვანილია უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემაზე. დამტკიცებულია მიღებული სისტემის კვაზი-რეგულარობა და დაფუძნებულია მიახლოებითი ამონახსნის აგების რედუქციის მეთოდი.

**IV. სამეცნიერო ფორუმებში მონაწილეობა:**

**ა) საქართველოში:**

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	N. Shavlakadze	The contact problem for piecewise-homogeneous viscoelastic plate with elastic patch.	XIV International conference of the Georgian Mathematical Union.	Batumi, September 2-7, 2024	B. Pachulia
2	N. Shavlakadze	The viscoelastic models for a dynamical boundary value and boundary-contact problems.	XV Annual International meeting of the Georgian Mechanical Union.	Batumi, August 29-31, 2024.	
3	N. Shavlakadze	The boundary value problem of dynamics for a Bolzano-Volterra viscoelastic model	ოსუ ანდრია რაზმადის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია	თბილისი, 19-23 თებერვალი.	B. Pachulia

4	გ. კაპანაძე	დრეკადობის ბრტყელი თეორიის თანაბრადმტკიცე კონტურის მოძებნის ამოცანა რომბისათვის.	საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XV ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია	29 – 31 აგვისტო, 2024, ბათუმი.	
5	გ. კაპანაძე	ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის ერთი ამოცანა სამკუთხა არისათვის წრიული ხვრელით.	ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თსუ ი. ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის XXXVIII საერთაშორისო გაფართოებული სხდომები.	22-24 აპრილი, 2024, თბილისი.	
6	გ. კაპანაძე	ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის ერთი ამოცანის შესახებ რომბისათვის წრიული ხვრელით.	თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია,	19-23 თებერვალი, 2024, თბილისი.	

**ბ) უცხოეთში:**

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	N. Shavlakadze	The boundary value-contact problem of dynamics for viscoelastic half-space with elastic inclusion.	The 13 <sup>th</sup> International Conference of Pure and Applied Mathematics(ICPAM 2024)	Zagreb, Croatia, July 17-20, 2024.	

**V. სხვა აქტივობები:**

ა) სამეცნიერო კრებულები:

**ლუიზა შავლაყაძე** არის ჟურნალ Transaction of A.Razmadze Mathematical Institute პასუხისმგებელი რედაქტორი

გ) ლექცია-სემინარები:

**ნუგზარ შავლაყაძის** ხელმძღვანელობით 2024 წლის 13 ივლისს საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის დოქტორანტმა ბაჩუკი ფაჩულიამ დაიცვა დისერტაცია და მას მიენიჭა მათემატიკის აკადემიური დოქტორის ხარისხი.

**ნუგზარ შავლაყაძე** ეწევა პედაგოგიურ საქმიანობას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტზე.

გამოსაქვეყნებლად მიღებული შრომები:

3. \*N. Shavlakadze, H. Altenbach, The boundary value problem of dynamics for a Bolzano-Volterra viscoelastic model. *ZAMM, Z. Angew. Math. Mech.* (accepted).
4. \*N. Shavlakadze, F. Criado-Aldeanueva, N. Odishelidze, B. Pachulia, Dynamical contact problems for viscoelastic half-space with cut, *Zeitschrift fur angewandte Mathematik und Physic (J. of Appl. Math. Physics)*, 9pp (accepted)

გამოსაქვეყნებლად გადაცემული შრომები:

1. S. Kukudzhanov, Dynamical thermostability prestressed, orthotropic, rigid fastening shells of rotation with an elastic filler. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*
2. L. Shapakidze, On the liquid flows between two infinitely distant rotating cylinders. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*
3. N. Shavlakadze, The contact problem for piecewise-homogeneous viscoelastic plate with elastic inclusion. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*
4. N. Shavlakadze, Boundary value problem for piecewise-homogeneous viscoelastic plate with finite crack. *Memoirs of Differential Equations and Mathematical Physics.*
5. N. Shavlakadze, H. Altenbach, Dynamic boundary value problem for the half-space under the condition of a Volterra viscoelastic model, *Acta Mechanica*



## გეომეტრიისა და ტოპოლოგიის განყოფილება

თორნიკე ქადეიშვილი (განყოფილების ხელმძღვანელი, უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 სამსონ სანებლიძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ალექსანდრე ელაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 თეიმურაზ ფირაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი - მუშაობდა 2024 წლის 9 დეკემბრამდე),  
 მალხაზ ბაკურაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ვახტანგ ლომაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი).

### I. სახელმწიფო პროგრამით (ბიუჯეტით) დაფინანსებული თემა/თემები (საანგარიშო წლისათვის):

№	თემის დასახელება	ვადები	კონკრეტული ეტაპი	შემსრულებლები (მათი როლებით)
1	განზოგადებული ალგებრული სტრუქტურების აგება, რომელთა მეშვეობით შეიქმნება ტოპოლოგიურ, გეომეტრიულ, ფიზიკურ ობიექტთა მდიდარი ალგებრული მოდელები	2024-2028	I ეტაპი - 2024	თ. ქადეიშვილი, ხელმძღვანელი ა. ელაშვილი, მთავარი მეცნიერ თანამშრომელი ს. სანებლიძე, მთავარი მეცნიერ თანამშრომელი თ. ფირაშვილი, მთავარი მეცნიერ თანამშრომელი მ. ბაკურაძე, უფროსი მეცნიერ თანამშრომელი ვ. ლომაძე, უფროსი მეცნიერ თანამშრომელი

#### ანოტაცია

განყოფილება უკვე დიდი ხანია მუშაობს თემის დასახელებაში ნახსენები ახალი ალგებრული სტრუქტურების და მათი მეშვეობით ახალი ალგებრული მოდელების შექმნაზე, რაც თანამდეროვე მათემატიკის ერთერთი ძირითადი მიმართულებაა. ამ ნაშრომებმა უკვე მოიპოვეს საერთაშორისო ცნობადობა და აღიარება. განყოფილების თანამშრომლები აგრძელებენ მუშაობას ამ მიმართულებით. გასულწლი წლის განმავლობაში მიღებული შედეგები წარმოდგენილია ამ ანგარიშში.

### II. სამეცნიერო საგრანტო პროექტები (სამამულო დაფინანსებით):

#### ა) დასრულებული:

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურულიდან
1	ასოციაციურ და ლის ალგებრათა დეფორმაციები, გამოყენებები განსაკუთრებულ ობათა თეორიაში და ფიზიკაში	შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი STEM-22-604	თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი	3 თ. ქადეიშვილი (ხელმძღვანელი), ა. ელაშვილი (მკვლევარი), გ. ხიმშიაშვილი (მკვლევარი)	2 თორნიკე ქადეიშვილი ალექსანდრე ელაშვილი
2	ალგებრული გეომეტრია ჯგუფებზე, 1.1.1 წმინდა	შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო	ი. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახელმწიფო	2 ა. მიასნიკოვი (სტივენსის ინსტიტუტი) -	1 მალხაზ ბაკურაძე

	მათემატიკა	ფონდი, გრანტი FR-21-4713	უნივერსი- ტეტი	(ხელმძღვანელი) მ. ბაკურაძე (კოორდინატორი)	
--	------------	-----------------------------	-------------------	---	--

**ანოტაცია**

1. **თორნიკე ქადეიშვილი:** აიგო მგრები კოჯაჭვის და მათ გარდაქმნათა ცნებები გერსტენჰაბერის ჰომოტოპიური ალგებრებისათვის. მათი გამოყენებით ჩამოყალიბდა ასოციატური ალგებრის დეფორმაციის და მათი გარდაქმნების ტექნიკა.

**ალექსანდრე ელაშვილი:** დამტკიცებულია, რომ ბინომიალურ შებრუნებად განსაკუთრებულობასთან ასოცირებული ლოკალური ფლექს-ალგებრა სასრულგანზომილებიანია და მისი განზომილება გამოთვლილია კვაზიერთგვაროვნობის მაჩვენებლების ტერმინებში. დამტკიცებულია, რომ ფლექს-ალგებრის დერივაციების ლის ალგებრა ამოხსნადია და გამოთვლილია ამ ლის ალგებრის განზომილება კვაზიერთგვაროვნობის მაჩვენებლების ტერმინებში. დადგენილია აგრეთვე ზემოთხსენებული ლის ალგებრის სტრუქტურა და მოყვანილია ამ შედეგების გამოყენება განსაკუთრებულობის კლასიფიკაციის ამოცანაში.

**გიორგი ხიმშიაშვილი:** კომპუტაციური ალგებრის და დეფორმაციების თეორიის მეთოდების გამოყენებით დამტკიცებულია, რომ მაქსველის ჰიპოთეზა სამართლიანია სამი კოლინეარული წერტილოვანი მუხტის შემთხვევაში, და მიღებულია აგრეთვე ზუსტი ფორმულები წონასწორობების რაოდენობისთვის მუხტების კონფიგურაციის გეომეტრიული მახასიათებლების ტერმინებში. გამოთვლილია აგრეთვე სკლიანინის განზოგადებული ალგებრების ზოგიერთი ტოპოლოგიური ინვარიანტი.

2. პროექტი სწავლობს ალგებრული სიმრავლეთა კოორდინატა ჯგუფებს და მათ დაუყვანად კომპონენტებს 2-კლასის N-ჯგუფის თავისუფალ არააბელურ ნილპოტენტზე (ზარისკის ტოპოლოგია ნოლთერისაა N-სთვის, ამიტომ ყველა ალგებრული სიმრავლე წარმოადგენს მისი დაუყვანადი კომპონენტების სასრულ გაერთიანებას). გასათვალისწინებელია, რომ თავისუფალი არააბელური F ჯგუფის შემთხვევაში, შეუზღუდავ ალგებრული სიმრავლეთა კოორდინატა ჯგუფები F-ზე არიან სასრულად წარმოიქმნილი F-ლინდონის თავისუფალი ექსპონენციალური Z[t]-ჯგუფის FZ[t] ქვეჯგუფები, სადაც Z[t] არის მთელი მრავალწევრების რგოლი. ნილპოტენტური N ჯგუფის შემთხვევაში, ჩვენი შემოთავაზება ანალოგიურია, სადაც ლინდონის გასრულება FZ[t] ჩანაცვლდება N-ის ჰოლის გასრულებით NZ[t]. თუ დამტკიცდება, ეს მოგვცემს N-ზე კოორდინატების ჯგუფების კარგ ალგებრულ აღწერილობას და საშუალებას მოგვცემს მრავალი საინტერესო პროგრამისთვის. ჰოლის გასრულება GZ[t] გრებისგან თავისუფალ ნილპოტენტურ ჯგუფზე G, ან უფრო ზოგადად GR, სადაც R არის ბინომური დომეინი, მნიშვნელოვან როლს ასრულებს ალგებრული გეომეტრიისა და ნილპოტენტური ჯგუფების მოდელის თეორიაში. ეს ჯგუფები ასევე ბუნებრივად გვევლინებიან როგორც ნილპოტენტური რადიკალები კლასიკური მატრიცული ჯგუფებისა და ალგებრული ჯგუფების თეორიაში. პროექტის მეორე ნაწილში, ჩვენ გთავაზობთ GR ჯგუფების აბსტრაქტული ავტომორფიზმების შესწავლას და იმის ჩვენებას, რომ, კლასიკური მატრიცული ჯგუფების შემთხვევაში, ყველა ასეთი აბსტრაქტული იზომორფიზმი ნახევრად ალგებრულია. უფრო მეტიც, ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ პროექტიული გეომეტრიის ფუნდამენტური თეორემის ანალოგი ასევე შეიცავს GR ჯგუფებს, ანუ GR-ის ყველა მესერული ავტომორფიზმი გამოწვეულია ნახევრად ალგებრულით.

**ბ) გარდამავალი (ანოტაცია - მხოლოდ საანგარიშო წელს შესრულებულ სამუშაოს):**

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურიდან
1	ალგებრული ტოპოლოგიის კომბინატორული მოდელების	შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო	თსუ ანდრია რაზმადის სახელობის მათემატიკის	3	სამსონ სანებლიძე (ხელმძღვანელი)

გამოყენება სიმის ტოპოლოგიაში	ფონდი, გრანტი FR-23-5538	ინსტიტუტი		
---------------------------------	-----------------------------	-----------	--	--

*ანოტაცია*

აგებულია სიმის ტოპოლოგიური ნამრავლის განმარტება და მისი გამოყენებით გამოთვლილია ზოგიერთ სივრცეთა თავისუფალი მარყუქების ჰომოლოგიის მულტიპლიკატური სტრუქტურა.

**III. სამეცნიერო პუბლიკაციები:**

**გ) სტატია:**

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	საერთ. კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	M. Bakuradze	Complex cobordism modulo spherical cobordism	Trans. Razmadze Math. Inst. <b>178</b> (2024), no. 3, 529-531	ISSN 2346-8092	3	
2	A. Elashvili	Computing with the stratification of the nullcone for spin15	Transactions of A. Razmadze Math. Inst. <b>178</b> (2024), 393-431	ISSN 2346-8092	41	<b>M. Jibladze</b>
3	A. Elashvili	Remarks on invertible binomial singularities	Bull. Georgian Acad. Sci. <b>18</b> (2024), no. 1, 7-16	ISSN 0132-1447	10	<b>M. Jibladze, G.Khimshiashvili</b>
4	T. Kadeishvili	Berikashvili's functor $d$ for homotopy $g$ -algebras and deformation of associative algebras	Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, Vol. 178 (2024)	ISSN 2346-8092	11	
5	S. Saneblidze	S. Saneblidze, On the $L^\infty$ -bialgebra structure of the rational homotopy groups $\pi_*(\Omega\Sigma Y) \otimes \mathbb{Q}$ .	Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, Vol. 178 (2024), 489 - 494	ISSN 2346-8092	5	

*ანოტაცია*

1. გამოთვლილია კომპლექსური კობორდიზმის რგოლის ფაქტორრგოლი იდეალით წარმოქმნილი სფერული კობორდიზმის წარმომქმნელებით.
2. GAP კომპიუტერული ალგებრის სისტემის გამოყენებით აგებულია მარტივ ლის ალგებრათა წარმომქმნელი ორბიტების აღწერა.
3. შესწავლილია კვაზიჰომოგენურ ბრტყელ მრუდთა სინგულარობები შესაბამის ლის ალგებრათა დერივაციების მეშვეობით.
4. აგებულია ნოდარ ბერიკაშვილის ფუნქტორის განზოგადება ჰომოტოპიური ალგებრებისათვის, რომლის მეშვეობითაც აღიწერება ასოციატურ ალგებრათა დეფორმაციები.

5. მოცემულია  $L^\infty$  - ბიალგებრის ცნება და ნაჩვენებია, რომ  $\pi^*(\Omega^2 Y) \otimes Q$  რაციონალური ჰომოტოპიის ჯგუფებში ასეთი სტრუქტურა არსებობს.

**დ) პუბლიკაციები უცხოეთში:**

სტატია:

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	გამოც. ადგილი და კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	M. Bakuradze	Polynomial generators of $msu\{1/2\}$ related to classifying maps of certain formal group laws	Homology, Homotopy and Applications, 26(1),2024, 1-14	ISSN Print 1532-0073 International Press, Boston., USA	14	
2	V. Lomadze	Continuous dependence of linear differential systems on polynomial matrices	IMA Journal of Mathematical Control and Information 41 (2024) 458–477	Oxford University Press ISSN 0022-4049	19	
3	T. Pirashvili	Idempotents in nilpotent and triangulated categories	J. Pure and Appl. Algebra. 228(2024), Issue 12, December 2024, 107755; DOI:10.1016/j.jpaa.2024.107755	ScienceDirect.com, Elsevier ISSN/ISBN: 0022-4049	5	

**ანოტაცია**

- აგებულია სპეციალური უნიტარული კობორდიზმის წარმომქმნელები.
- ცნობილია, რომ არსებობს კანონიკური ზე-ასახვა პოლინომური მატრიცების სიმრავლიდან წრფივი დიფერენციალური სისტემების სიმრავლეზე. ადრეულ ნაშრომში წრფივი დიფერენციალური სისტემების სიმრავლეზე უკვე შემოტანილი გვექონდა, ე.წ., ჯეტ-ტოპოლოგია. ამ ნაშრომში განხილულია ერთი ცვლადის შემთხვევა, და ამ შემთხვევაში პოლინომური მატრიცების სიმრავლეზე ვიხილავთ ტოპოლოგიას, რომელიც უფრო სუსტია ვიდრე სტანდარტული ტოპოლოგია და რომლის მიმართ სამი მნიშვნელოვანი მთელი ინვარიანტი (სახელოდობრ, რანგი მაკმილანის ხარისხი და ფორნის ხარისხი) უწყვეტია. ვაჩვენებთ, რომ ამ ტოპოლოგიის მიმართ ზემოთ ხსენებული ასახვა ხდება უწყვეტი და ღია.
- დადგენილია ადიციური კატეგორიის ნილპოტენტური იდეალის იდეპოტენტის გახლეჩადობის პირობები. ამ შედეგის გამოყენებით მოცემულია მოკლე დამყვილება ლის და ჩენის ცნობილი პრობლემისა.

**IV. სამეცნიერო ფორუმებში მონაწილეობა:**

ა) საქართველოში:

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	თ. ქადეიშვილი	ასოციატურ ალგებრათა	ა.რაზმაძის მათემატიკის	19-23 თებერვალი,	

		დეფორმაციები	ინსტიტუტის კონფერენცია	ა. რაზმადის მათემატიკის ინსტიტუტი	
2	ს. სანებლიძე	On the $L^\infty$ -bialgebra structure of the rational homotopy groups $\pi_*(\Omega\Sigma Y) \otimes \mathbb{Q}$	ა.რაზმადის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია	19-23 თებერვალი, ა. რაზმადის მათემატიკის ინსტიტუტი	
3	ს. სანებლიძე	მეორე რიგის კოჰომოლოგიური ოპერაციები და მარყუჟთა სივრცის კოჰომოლოგიები	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIV კონფერენცია	2-7 სექტემბერი, შოთა რუსთაველის ბათუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი	
4	თ. ფირაშვილი	მოდულები სქვერ რგოლებზე	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIV კონფერენცია	2-7 სექტემბერი, შოთა რუსთაველის ბათუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი	
5	მ. ბაკურაძე	კომპლექსური კობორდიზმი მოდულით სპეციალური უნიტარული კობორდიზმი	ა. რაზმადის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია	19-23 თებერვალი, ა.რაზმადის მათემატიკის ინსტიტუტი	
6	ვ. ლომაძე	მარტივი და ელემენტარული დამტკიცება გროტენდიკის თეორემისა რიმანის სფეროზე ჰოლომორფული ვექტორული ფიბრაციების შესახებ	ა.რაზმადის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია	19-23 თებერვალი, ა.რაზმადის მათემატიკის ინსტიტუტი	

**ბ) უცხოეთში:**

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	T. Kadeishvili	Homotopy algebras : $A(\infty)$ , $C(\infty)$ , $B(\infty)$ , $hGa$ , and their applications	“Higher Algebra, Geometry, and Topology	CIRM Luminy (Marseille) from May 6 to May 10, 2024	
2	T. Kadeishvili	Homotopy Algebras and their Applications in Topology and	Satellite ECM 2024 Conference: Joint Perspectives in	Barcelona July 01, 2024 to July 05, 2024	

		Algebra	Geometry, Algebra and Topology		
3	A. Elashvili	Something about indecomposable solutions of the congruence $x(1)+2x(2)+\dots+nx(n) = 0 \pmod{n+1}$	From June 1 to July 28 visit to the University of Jena (Germany), report on June 25	June 1 – July 18, Friedrich-Schiller-Universität Jena, Germany,	
4	A. Elashvili	Classification of Hesselink strata for spinors in dimension 15.	The XXVIII International Conference on Integrable Systems and Quantum Symmetries (ISQS28) will be held at Czech Technical University in Prague, Czech Republic	from Monday July 1 until Friday July 5, 2024.	
5	ს.სანებლიძე	სიმის ტოპოლოგიური ნამრავლის შესახებ	სართაშორისო ვორკშოპი : ალგებრული სტრუქტურები ტოპოლოგიაში	4-14 ივნისი, სან ხუანის უნივერსიტეტი, პუერტო რიკო (აშშ)	
6	ს. სანებლიძე	სიმის ტოპოლოგიური ნამრავლის კომბინატორული განმარტება	საერთაშორისო კონფერენცია: კომბინატორული ალგებრული ტოპოლოგია და გამოყენებები	1-5 ოქტომბერი, პიზის ენიო ჯორჯის მათემატიკის კვლევის ცენტრი, პიზა (იტალია)	
7	T. Pirashvili	A new centre for crossed modules	International Category Theory Conference CT2024	Santiago de Compostela, June 23-29, 2024	
8	V. Lomadze	Continuity of linear dynamical systems	Seventh International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2024)	Antalya September 23-28 (2024)	

## ალგებრის განყოფილება

ხვედრი ინსარიძე (განყოფილების ხელმძღვანელი, უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ნიკოლოზ ინსარიძე (მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი),  
 თამარ დათუაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ბაჩუკი მესაბლიშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 გურამ დონაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ემზარ ხმალაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 დალი ზანგურაშვილი (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ალექსი პაჭკორია (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი).

### I. სახელმწიფო პროგრამით (ბიუჯეტით) დაფინანსებული თემა/თემები (საანგარიშო წლისათვის):

№	თემის დასახელება	ვადები	კონკრეტული ეტაპი	შემსრულებლები (მათი როლებით)
1	ალგებრული ობიექტების ჰომოლოგიური, ჰომოტოპიური და კატეგორიული თვისებები	2024-2028	I ეტაპი, 2024 წელი	ხ. ინსარიძე (ხელმძღვანელი), თ. დათუაშვილი (მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი), გ. დონაძე (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), დ. ზანგურაშვილი (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), ნ. ინსარიძე (მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი), ბ. მესაბლიშვილი (მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი), ა. პაჭკორია (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), ე. ხმალაძე (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი),

#### ანოტაცია

დადგენილია, რომ კოჰერენტულ კატეგორიულ ჯგუფში ისრების კომპოზიცია საგანგებო იზომორფიზმამდე სიზუსტით განისაზღვრება შეკრების ოპერაციის საშუალებით. დამტკიცებულია, რომ ჩვენს მიერ მიღებული შესაბამისობა განსაზღვრავს ფუნქტორს კატეგორიული ჯგუფების კატეგორიიდან  $c$ -ჯვარედინა მოდულების კატეგორიაში. დამტკიცებულია, რომ ჩვენს მიერ აგებული  $cssc$ -ჯვარედინა მოდულის შესაბამისი კატეგორიული ჯგუფის თანადობა ფინქტორულია.

გრეხვის თეორიის გამოყენებით ნაპოვნია მარცხნიდან მემკვიდრეობითი  $QF\text{-}3^{\{+\}}$  რგოლების ზოგიერთი თვისება. ასევე მოყვანილია ასეთი რგოლების რამოდენიმე დახასიათება.

დადგენილია, რომ ნახევრადმოდულების ჯაჭვური კომპლექსების შრაიერის ტიპის მოკლე ზუსტი მიმდევრობით ინდუცირდება ჰომოლოგიის ნახევრადმოდულების გრძელი მიმდევრობა. მნიშვნელოვან კერძო შემთხვევაში დამტკიცებულია ამ მიმდევრობის სიზუსტის თეორემა.

შემოვიტანეთ და შევისწავლეთ ორი ე. წ. ფრჩხილით ალგებრის არააბელიური ტენზორულ ნამრავლი ერთმანეთზე თავსებადი მოქმედებების შემთხვევაში. გამოვიკვლიეთ მისი გამოყენება უნივერსალურ ცენტრალურ გაფართოებებში და სრულყოფილი ფრჩხილით ალგებრების დაბალგანზომილებიან ჰომოლოგიებში.

შევისწავლეთ საკმარისი პირობები იმისათვის, რომ ცნობილი დავიწყების და დალეტსკის ფუნქტორები ლაიბნიცისა და ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების კატეგორიებს შორის ინახავდნენ ცენტრალურ დერივაციებს და ცენტროიდებს. მეორე მხრივ, შევისწავლეთ ანტი-სიმეტრიულ

ბიდერივაციებს და კომპუტაციურ წრფივი ასახვები და დავამტკიცეთ, რომ გარკვეულ პირობებში ორივე მათგანი არის ცენტროიდი.

**II. სამეცნიერო საგრანტო პროექტები (სამამულო დაფინანსებით):**

**ა) დასრულებული:**

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურიდან
1	მათემატიკური მოდელები მოლეკულურ ბიოლოგიასა და გენეტიკაში, STEM 22-1601	შოთა რუსთაველის სახ. ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახ. უნივერსიტეტი	4 <b>ვ. ლომაძე</b> (ხელმძღვანელი), <b>დ. ზანგურაშვილი</b> , <b>ო. ჯოხაძე</b> , <b>ე. ზალდასტანიშვილი</b> (მკვლევარები)	3 ვ. ლომაძე დ. ზანგურაშვილი ო. ჯოხაძე

*ანოტაცია*

- ნაპოვნია ბარიკული ალგებრის წონის ჰომომორფიზმის ერთადერთობისათვის აუცილებელი და საკმარისი პირობები. ერთ-ერთი მათგანის გამოყენებით აგებულია მაგალითი, რომელიც აჩვენებს, რომ ჰოლოგიის კარგად-ცნობილი საკმარისი პირობა იმისათვის, რომ ალგებრას ჰქონდეს ერთადერთი წონის ჰომომორფიზმი არ არის აუცილებელი. ასევე აგებულია მაგალითი, რომელიც აჩვენებს, რომ ეტერინგტონის საკმარისი პირობა იმისათვის, რომ ალგებრას ჰქონდეს ერთზე მეტი წონის ჰომომორფიზმი არაა აუცილებელი.

**ბ) გარდამავალი (ანოტაცია - მხოლოდ საანგარიშო წელს შესრულებულ სამუშაოს):**

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურიდან
1	კატეგორიული მიდგომა განზოგადებული ბიალგებრების, ჰოფის ალგებროიდების და მათთან დაკავშირებული სტრუქტურები-სადმი; დაწევა და ტერმების გადაწერა. FR 22-4923	შოთა რუსთაველის სახ. ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახ. უნივერსიტეტი	4 <b>ბ. მესაბლიშვილი</b> (ხელმძღვანელი), <b>დ. ზანგურაშვილი</b> (კოორდინატორი), <b>თ. მესაბლიშვილი</b> , <b>კ. რაზმაძე</b> (მკვლევარები)	2 ბ. მესაბლიშვილი დ. ზანგურაშვილი
2	ალგებრული სტრუქტურების ფაქტორიზაციები და ჰომოლოგიური ინვარიანტები: კატეგორიული მიდგომა	შოთა რუსთაველის სახ. ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახ. უნივერსიტეტი	4 <b>ე. ხმალაძე</b> (ხელმძღვანელი), <b>ბ. მესაბლიშვილი</b> (კოორდინატორი), <b>ა. ბერიძე</b> (მკვლევარი), <b>თ. მესაბლიშვილი</b>	2 ე. ხმალაძე, ბ. მესაბლიშვილი



	FR 23-271			(ახალგაზრდა მეცნიერი)	
3	ჰომოლოგიური ალგებრა და ჯვარედინა მოდულების ახალი ინვარიანტები; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: ჰომოლოგიური ალგებრა; FR 22-199;	შოთა რუსთაველის სახ. ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	ივ. ჯავახიშვილის სახ. თბილისის სახ. უნივერსიტეტი	4 <b>თ. ფირაშვილი</b> (ხელმძღვანელი), <b>ე. ხმალაძე</b> (კოორდინატორი), <b>გ. დონაძე</b> (მკვლევარი), <b>მ. ფირაშვილი</b> (ახალგაზრდა მეცნიერი)	3 თ. ფირაშვილი ე. ხმალაძე გ. დონაძე

*ანოტაცია*

1. დახასიათებულია  $n$ -კვაზიჯგუფების და  $n$ -ლუპების ეფექტური კოდაწვევის მორფიზმები. ამისათვის დამტკიცებულია, რომ თუ  $n > 1$ ,  $n$ -ჯგუფების ( $n$ -ლუპების შესაბ. ) ყოველი კოდაწვევის მორფიზმი ეფექტურია. ეს ანზოგადოებს ავტორის ადრე მიღებულ ერთ შედეგს კვაზიჯგუფებზე (ლუპებზე შესაბ.). გარდა ამისა, ნაჩვენებია, რომ  $n$ -კვაზიჯგუფების და  $n$ -ლუპების მრავალნაირობები აკმაყოფილებენ ამაღამირების ძლიერ თვისებას, და რომ  $n$ -ჯგუფების ( $n$ -ლუპების შესაბ.) ამაღამირებული თავისუფალი ნამრავლების ელემენტებს აქვთ ერთადერთი ნორმალური ფორმები. ეს ბოლო ორი დებულება ანზოგადოებს ტ. ევანსის ძველ შედეგებს კვაზიჯგუფებზე და ლუპებზე.

მიღებულია ჯგუფების თავისუფალი ნამრავლის ქვეჯგუფის შესახებ კურომ-მაკლეინის თეორემის ერთი შედეგი. კერძოდ, დამტკიცებულია, რომ ნებისმიერი ჯგუფის ნებისმიერი ნორმალური ქვეჯგუფი არის აღნიშნული ჯგუფის ნებისმიერ ჯგუფებთან თავისუფალ ნამრავლში აღნიშნული ქვეჯგუფის ნორმალური ჩაკეტვის თავისუფალი მამრავლი.

2. პროექტში აღწერილი პირველი ამოცანის განხილვა მოხერხდა უფრო ზოგად კონტექსტში, ვიდრე იყო დაგეგმილი და ნაცვლად ლაიბნიცის ალგებრებისა, შედეგები მიღებულია ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების,  $n \geq 2$ . ლაიბნიცის ალგებრების ჯვარედინა მოდულების თეორია განზოგადებულია ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრებისთვის. კერძოდ, დამტკიცებულია, რომ ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების ჯვარედინა მოდულების კატეგორია ექვივალენტურია შინაგანი კატეგორიების, რაც ერთგვარი ტესტია ჯვარედინა მოდულების განმარტების კორექტულობის. ასევე, ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების ჯვარედინა მოდულების მეორე კოჰომოლოგია დახასიათებულია ჯვარედინა გაფართოებების საშუალებით, რაც  $n=2$ -სთვის არის უკვე ცნობილი შედეგი ლაიბნიცის ალგებრებისთვის. ანალოგიური შედეგები კარგადაა ცნობილი სხვა ალგებრული სტრუქტურებისთვის, როგორცაა ჯგუფები, ლის ალგებრები და მათი კოჰომოლოგიები, ასოციური ალგებრები და მათი ჰომოლოგიის კოჰომოლოგია.

მიმდინარე პერიოდში ჩვენ შევისწავლეთ გაფართოების პრობლემა დერივაციების წყვილისთვის, რომელიც დაკავშირებულია ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების აბელურ გაფართოებასთან და დაბალ განზომილებიან კოჰომოლოგიებთან და ავაგეთ უელსის ტიპის ზუსტი მიმდევრობა.

დამტკიცებულია, რომ (გამდიდრებული) ფუნქტორების კატეგორიის ერთდროულად რეფლექსური და კორეფლექტური სრული ქვეკატეგორია კვლავ ფუნქტორების კატეგორიაა. ეს შედეგი საშუალებას იძლევა, რომ (გამდიდრებული) ფუნქტორების მონოიდალურ კატეგორიებში მოხდეს მონოიდების და ჯგუფების გარკვეული კლასიფიკაცია. მიღებულია ახალი შედეგები მონოიდების და ჯგუფების ფაქტორიზაციების ამოცანების კვლევაზე.

3. შესწავლილია ჯვარედინი მოდულების კოჰომოლოგიები არატრივიალური კოეფიციენტებით. ცხადი სახით დაიწერა კოციკლები პირველ და მეორე განზომილებებში. ამავდროულად განმარტებულია კოჰომოლოგიები ნულოვან განზომილებაში. ნაჩვენებია იქნა, რომ ჯვარედინ მოდულზე მოდულების კატეგორიას გააჩნია საკმაოდ ბევრი პროექციული და ინექციური ობიექტები. შესწავლილია ლის ალგებრების  $q$ -ჯვარედინა მოდულები და ისინი დაკავშირებულია ლის ალგებრების არააბელურ ტენზორულ და გარე ნამრავლებთან მოდულით  $q$ . ლის ალგებრებისთვის შემოტანილია  $q$ -შემძლეობის ორი ახალი ცნება,  $q$ -ტენზორული ცენტრის,  $q$ -გარე ცენტრის ცნებები და გამოკვლეულია მათ შორის კავშირები. მიღებულია  $q$ -შემძლეობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები. ლაიბნიცის ალგებრების და ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების კატეგორიებს შორის კარგად ცნობილი დავიწყების და დალესკის ფუნქტორებისთვის მიღებულია ახალი შედეგები, შესწავლილია მათი ყოფაქცევა სრულყოფილ ობიექტებზე, ჯვარედინა მოდულებზე და (უნივერსალურ) ცენტრალურ გაფართოებებზე.

**გ) პროექტები უცხოური დაფინანსებით:**

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურებიდან
1	Homology, homotopy and categorical invariants in groups and nonassociative algebras PID2020-115155GB-I00;	ესპანეთის კვლევების სახელმწიფო სააგენტო (Agencia Estatal de Investigación de Espana)	სანტიაგო დე კომპოსტელას უნივერსიტეტი	8 <b>მანუელ ლადრა</b> (სანტიაგო დე კომპოსტელას უნივერსიტეტი), <b>ხელმძღვანელი.</b> <b>ე. ხმალაძე,</b> <b>ნ. ინასარიძე</b> (თსუ), <b>ხოსე მანუელ კასასი,</b> <b>ხავიერ გარსია მარტინესი</b> (ვიგოს უნივერსიტეტი), <b>მარია პილარ პაეზი, რაფაელ ფერნანდეს კასადო</b> (სანტიაგო დე კომპოსტელას უნივერსიტეტი).	2 ემზარ ხმალაძე, ნიკოლოზ ინასარიძე

**ანოტაცია**

პროექტში აღწერილი ზოგიერთი ამოცანის განხილვა მოხერხდა უფრო ზოგად კონტექსტში, ვიდრე იყო დაგეგმილი და ნაცვლად ლაიბნიცის ალგებრებისა, შედეგები მიღებულია ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების,  $n \geq 2$ . ლაიბნიცის ალგებრების ჯვარედინა მოდულების თეორია განზოგადებულია ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრებისთვის. კერძოდ, დამტკიცებულია, რომ ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების ჯვარედინა მოდულების კატეგორია ექვივალენტურია შინაგანი კატეგორიების, რაც ერთგვარი ტესტია ჯვარედინა მოდულების განმარტების კორექტულობის. ასევე, ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების ჯვარედინა მოდულების მეორე კოჰომოლოგია დახასიათებულია ჯვარედინა გაფართოებების საშუალებით, რაც  $n=2$ -სთვის არის უკვე ცნობილი შედეგი ლაიბნიცის ალგებრებისთვის. ანალოგიური შედეგები კარგადაა ცნობილი სხვა ალგებრული სტრუქტურებისთვის, როგორცაა

ჯგუფები, ლის ალგებრები და მათი კოჰომოლოგიები, ასოციური ალგებრები და მათი ჰომოლოგიის კოჰომოლოგია.

**III. სამეცნიერო პუბლიკაციები:**

**გ) სტატია:**

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	საერთ. კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	Nick Inassaridze	Machine Learning in Financial Data Analysis and Forecasting	Bull. Georgian Acad. Sci., Vol. 18, No. 3, 2024	ISSN 0132-1447	8	Vladislav Dashtu

**ანოტაცია**

თანამედროვე სამყაროში მონაცემთა ანალიზი და პროგნოზირება ძალზე აქტუალური გახდა იმის გამო, რომ კაცობრიობამ ყოველდღიურად უნდა დაამუშაოს დიდი მოცულობის ინფორმაცია. ამ საკითხის დასაძლევად მანქანური სწავლების ალგორითმები გამოვლინდა, როგორც ერთ-ერთი ყველაზე პერსპექტიული მიდგომა. ამ სტატიაში წარმოვადგენთ ნეირონულ ქსელზე დაფუძნებულ მიდგომას, რომელიც იძლევა კომპანიის აქციების ფასის ისტორიული მონაცემების ანალიზისა და ასევე კომპანიის შესახებ გამოქვეყნებული მოსაზრებების საფუძველზე, მომავალი ფასების დინამიკის პროგნოზირების შესაძლებლობას ნაშრომში განვიხილავთ მხოლოდ კომპანიების აქციების ფასის ისტორიული მონაცემების დამუშავებას, მაგრამ წარმოდგენილი მიდგომა პოტენციურად შეიძლება განზოგადდეს ნებისმიერი სახის დროით მწკრივზე.

**დ) პუბლიკაციები უცხოეთში:**

**სტატია:**

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	გამოც. ადგილი და კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	Tamar Datuashvili	From cssc-crossed modules to categorical groups	Advanced Studies: Euro-Tbilisi Mathematical Journal 17(3) (2024), 1–24. DOI: 10.32513/asetmj/1932200824026	Project Euclid ISSN Online 2667-9930	24	Osman Mucuk, Nazmiye Alemdar, Tuncar Sahan
2	Emzar Khmaladze	Notes on Leibniz n-algebras	J. Geometry and Physics 195 (2024), 105035. <a href="https://doi.org/10.1016/j.geomphys.2023.105035">https://doi.org/10.1016/j.geomphys.2023.105035</a>	Elsevier, Online ISSN: 1879-1662 Print ISSN: 0393-0440	11	Jose Manuel Casas, Manuel Ladra
3	Emzar Khmaladze	Extensibility for derivations of abelian extensions of Leibniz n-algebras and	Advanced Studies: Euro-Tbilisi Mathematical Journal 17 (2024), no. 3, 79-91. DOI: 10.32513/asetmj/1	Project Euclid ISSN Online: 2667-9930	12	

		Wells exact sequence	932200824030			
4	Emzar Khmaladze	Wells-type exact sequence and crossed extensions of algebras with bracket	Forum Math. <b>36</b> (2024), no. 6, 1565-1584; <a href="https://doi.org/10.1515/forum-2023-0355">https://doi.org/10.1515/forum-2023-0355</a>	De Gruyter, Germany, ISSN Online: 1435-5337	20	Jose Manuel Casas, Manuel Ladra
5	Bachuki Mesablishvili	On simultaneously reflective and coreflective subcategories of functor categories.	Advanced Studies: Euro-Tbilisi Mathematical Journal 17 (2024), no. 3, 101--111. DOI: 10.32513/asetmj/1932200824032	Project Euclid ISSN Online 2667-9930	11	
6	Dali Zangurashvili	Effective codescent morphisms of $n$ -quasigroups and $n$ -loops	Advanced Studies: Euro-Tbilisi Mathematical Journal 17(3) (2024), pp. 53-62. DOI: 10.32513/asetmj/1932200824028	Project Euclid ISSN Online 2667-9930	10	
7	Dali Zangurashvili	The binary products of algebras with genetic realization	Georgian Mathematical Journal	De Gruyter ISSN: 1572-9176	5	

*ანოტაცია*

1. ჩვენს მიერ ადრე განმარტებული  $cssc$ -ჯვარედინა მოდულებისთვის აგებულია კატეგორია და დამტკიცებულია, რომ ეს კატეგორია არის კოჰერენტული კატეგორიული ჯგუფი. მიებული შედეგი საშუალებას გვაძლევს კატეგორიული ჯგუფებისთვის განვიხილოთ პრობლემები  $cssc$ -ჯვარედინა მოდულების ტერმინებში, როგორც ეს მოხდა შინაგანი კატეგორიების შემთხვევაში, რომლებიც წარმოადგენენ მკაცრ კატეგორიულ ჯგუფებს. უპირველეს ყოვლისა სჭირო იყო ასაგები კატეგორიის ობიექტებისა და ისრების სიმრავლეების განსაზღვრა. მეორე ამოცანა საკმაოდ რთული არმოჩნდა, საჭირო გახდა სტანდარტული გზით განსაზღვრული ჯვარედინა მოდულის ნახევრად პირდაპირი ნამრავლის როგორც სიმრავლის გაფართოება; ეს მოხდა ე.წ. საგანგებო კონგრუენტული მიმართებების მონაწილეობით განსაზღვრული წყვილებით. შემდგომი ნაბიჯი იყო ამ ახალ სიმრავლეში ელემენტების ორი სხვადასხვა სახის გაიგივება. ამის შედეგად მიღებული სიმრავლე არის ჩვენი მომავალი კატეგორიული ჯგუფის ისრების სიმრავლე. განიმარტა ისრების კომპოზიცია, და დამტკიცდა, რომ ეს ოპერაცია არ არის დამოკიდებული წარმომადგენლების არჩევაზე. ასევე ყოველი ობიექტისთვის აიგო ერთეულოვანი ისარი, ყოველი ისრისთვის მისი შებრუნებული და განიმარტა ისრებს შორის შეკრების ოპერაცია. დამტკიცდა, რომ აღნიშნული ოპერაციები არ არის დამოკიდებული წარმომადგენლის არჩევაზე და რომ შეკრების ოპერაციის მიმართ ისრების სიმრავლე არის ჯგუფი იზომორფიზმამდე სიზუსტით. გარა ამისა, ნაჩვენებია, რომ შეკრება განსაზღვრავს ბიფუნქტორს. ამის შემდეგ დამტკიცებულია, რომ აგებული კატეგორია არის კოჰერენტული კატეგორიული ჯგუფი.

2. გაანალიზებულია განზოგადებული დავიწყებისა და დალეკვი-ტახტაჯანის ფუნქციების ქცევა სრულყოფილ ობიექტებზე და ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების ჯვარედინა მოდულებზე. მიღებულია გამოყენებები ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების ჰომოლოგიასა და უნივერსალურ ცენტრალურ გაფართოებებში.
3. შესწავლილია გაფართოების პრობლემა დერივაციების წყვილისთვის, რომელიც დაკავშირებულია ლაიბნიცის  $n$ -ალგებრების აბელურ გაფართოებასთან და დაბალ განზომილებიან კოჰომოლოგიებთან. აგებულია უელსის ტიპის ზუსტი მიმდევრობა.
4. შესწავლილია დერივაციების წყვილის გაფართოების პრობლემა, რომელიც დაკავშირებულია ფრჩხილით ალგებრების აბელურ გაფართოებებთან და მიღებულია უელსის ტიპის ზუსტი მიმდევრობა. შემოტანილია ჯვარედინი მოდულების ცნება ალგებრებისთვის ფრჩხილით და დამტკიცებულია მათი ეკვივალენტობა შიდა კატეგორიებთან ფრჩხილით ალგებრების კატეგორიაში. ჯვარედინი გაფართოებების ეკვივალენტობის კლასები დახასიათებულია როგორც მეორე კოჰომოლოგია. და ბოლოს, აგებულია რვაწევრა ზუსტი მიმდევრობა ფრჩხილით ალგებრების კოჰომოლოგიებისთვის.
5. დამტკიცებულია, რომ (გამდიდრებული) ფუნქტორების კატეგორიის ერთდროულად რეფლექსური და კორეფლექტური სრული ქვეკატეგორია კვლავ ფუნქტორების კატეგორიაა.
6. დახასიათებულია  $n$ -კვაზიჯგუფების და  $n$ -ლუპების ეფექტური კოდაწევის მორფიზმები. ამისათვის დამტკიცებულია, რომ თუ  $>1$ ,  $n$ -ჯგუფების ( $n$ -ლუპების შესაბ.) ყოველი კოდაწევის მორფიზმი ეფექტურია. ეს ანზოგადოებს ავტორის ადრე მიღებულ ერთ შედეგს კვაზიჯგუფებზე (ლუპებზე შესაბ.). გარდა ამისა, ნაჩვენებია, რომ  $n$ -კვაზიჯგუფების და  $n$ -ლუპების მრავალწარმოები აკმაყოფილებენ ამაღამირების ძლიერ თვისებას, და რომ  $n$ -ჯგუფების ( $n$ -ლუპების შესაბ.) ამაღამირებული თავისუფალი ნამრავლების ელემენტებს აქვთ ერთადერთი ნორმალური ფორმები. ეს ბოლო ორი დებულება ანზოგადოებს ტ. ევანსის ძველ შედეგებს კვაზიჯგუფებზე და ლუპებზე.
7. შესწავლილია საკითხი გენეტიკური რეალიზაციის მქონე ალგებრების კატეგორიაში სასრული ზღვრების არსებობის შესახებ.

**IV. სამეცნიერო ფორუმებში მონაწილეობა:**

ა) საქართველოში:

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	Bachuki Mesablishvili	On simultaneously reflective and coreflective subcategories of functor categories.	XIV Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union	2 სექტემბერი-7 სექტემბერი, 2024 წ., ბათუმი (საქართველო),	
2	Alex Patchkoria	The third cohomology group of a monoid and admissible abstract kernels	XIV Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union	2 სექტემბერი-7 სექტემბერი, 2024 წ., ბათუმი (საქართველო),	
3	Emzar Khmaladze	Crossed modules, cohomology and Wells exact sequence for Leibniz $n$ -algebras	XIV Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union	2 სექტემბერი-7 სექტემბერი, 2024 წ., ბათუმი (საქართველო),	

**ბ) უცხოეთში:**

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	Guram Donadze	Closure properties of the non-abelian tensor product and its applications	Workshop on Recent Development in Algebra	08 ივლისი – 10 ივლისი, 2024 წ. ალაჰაბადი, ინდოეთი	
2	Dali Zangurasvili	Effective Descent Morphisms in the Dual Categories of ((Compact) Hausdorff) Topological Spaces, Banach spaces, and Some Other Concrete Categories	Topology, Algebra, and Categories in Logic (TACL 2024)	01 ივლისი-05 ივლისი, 2024 წ., ბარსელონა, ესპანეთი	
3	Dali Zangurasvili	The Cartesian products of algebras with genetic realization	Seventh International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2024)	23 სექტემბერი-28 სექტემბერი, 2024 წ. ანტალია, თურქეთი	
4	Bachuki Mesabliashvili	On the factorization problem of groups and monoids.	Modern problems of Mathematics and Mechanics	3 ივლისი-6 ივლისი, 2024 წ., ბაქო (აზერბაიჯანი)	
5	Emzar Khmaladze	Extensibility for derivations of Leibniz n-algebras	სანტიაგო დე კომპოსტელას უნივერსიტეტის ალგებრის სემინარები	12 ივლისი, 2024 წ., სანტიაგო დე კომპოსტელა (ესპანეთი)	
6	Emzar Khmaladze	The non-abelian tensor product of algebras with bracket	სანტიაგო დე კომპოსტელას უნივერსიტეტის ალგებრის სემინარები	2 თებერვალი, 2024 წ., სანტიაგო დე კომპოსტელა (ესპანეთი)	

**V. სხვა აქტივობები:**

ა) სამეცნიერო კრებულები:

**ემზარ ხმალაძე**

პასუხისმგებელი რედაქტორი ჟურნალისა Advanced Studies: Euro-Tbilisi Mathematical Journal

ბ) კონფერენციების ორგანიზაცია:

**ემზარ ხმალაძე**

სამეცნიერო კომიტეტის და ალგებრა რიცხვთა თეორიის სექციის თანახელმძღვანელი.

საქართველოს მათემატიკოსთ კავშირის IV საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ბათუმი, 2-7 სექტემბერი, 2024

გ) ლექცია-სემინარები:

**გურამ დონაძე**

ალგებრის სემინარი, 05 აპრილი 2024, ბრაზილიის უნივერსიტეტი, ბრაზილია

მოსხენება: Cohomology of crossed modules

<https://mat.unb.br/index.php/palestras-de-algebra/762-cohomology-of-crossed-modules>

**დამატებითი ინფორმაცია**

**თამარ დათუაშვილი:**

გრძელდება მუშაობა ინგლისურ - ქართული მათემატიკური ტერმინების ლექსიკონზე.

არის რამოდენიმე ჟურნალის რეფერი და Turkish Journal of Mathematics-ის ერთ-ერთი რედაქტორი იყო საქართველოს უნივერსიტეტის საგრანტო პროექტის რეცენზენტი.

გამოქვეყნდა მისი ოთხი სტატიის მიმოხილვა zbMath-ში, როგორც ამ ჟურნალის ოფიციალური მიმოხილველის.

**წარდგენილია სტატიები:**

**დალი ზანგურაშვილი:**

1. D. Zangurashvili, An implication of the Kurosh-MacLane subgroup theorem for free products <https://arxiv.org/abs/2401.03335#:~:text=It%20is%20shown%20that%20a,product%20with%20arbitrary%20nontrivial%20groups>.
2. D. Zangurashvili, The criteria for the uniqueness of a weight homomorphism of a baric algebra <https://arxiv.org/pdf/2412.04612>
3. G. Samsonadze, D. Zangurashvili, Descent in the dual category of ternary rings <https://arxiv.org/pdf/2308.04747.pdf>

**ნიკოლოზ ინასარიძე:**

1. N. Inassaridze and M. Ladra, Baues and Ellis cohomology versus CCG-cohomology of crossed modules, Journal of Algebra (2024).

**ემზარ ხმალაძე:**

1. J. M. Casas, E. Khmaladze and M. Ladra, *A non-abelian tensor product of algebras with bracket*, Hacettepe J. of Mathematics and Statistics (accepted for publication, 2024). <https://arxiv.org/abs/2407.09158>

## მათემატიკური ლოგიკის განყოფილება

მამუკა ჯიბლაძე (განყოფილების ხელმძღვანელი, მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 დავით გაბელაია (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ლევან ურიდია (მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ევგენი კუზნეცოვი (მეცნიერი თანამშრომელი),  
 გიორგი ნადარეიშვილი (მეცნიერი თანამშრომელი).

### I. სახელმწიფო პროგრამით (ბიუჯეტით) დაფინანსებული თემა/თემები (საანგარიშო წლისათვის):

№	თემის დასახელება	ვადები	კონკრეტული ეტაპი	შემსრულებლები (მათი როლებით)
1	„მოდალური და ინტუიციონისტური ლოგიკის სემანტიკური ასპექტები	2024-2028	I ეტაპი, 2024 წ.	მ. ჯიბლაძე (ჯგუფის ხელმძღვანელი), დ. გაბელაია, ე. კუზნეცოვი, გ. ნადარეიშვილი, ლ. ურიდია (ჯგუფის წევრები)

### ანოტაცია

მიმდინარეობს პოლიედრული და ტოპოლოგიური წვდომადობის ოპერატორების ლოგიკის გამოკვლევა, კერძოდ, შესწავლილ იქნა კავშირი  $SLCS_{\varphi}$  და  $SLCS_{\eta}$  წვდომადობის ლოგიკებს, მათ პოლიედრულ და ტოპოლოგიურ მოდელთა და შესაბამის ბისიმილარობის მიმართებებს შორის. გამოკვლეულ იქნა სასრული წრფივი პროცესების მიმდევრობის ტემპორალური ლოგიკა, კერძოდ, შესწავლილია სასრულ წრფივ პროცესთა სიურექციული შემოსაზღვრული მორფიზმები. გამოკვლეულ იქნა შუალედური ლოგიკების პოლიედრული სისრულის საკითხი. მიღებულია სასრულ ჰეიტინგის ალგებრებზე ეტალური ჰეიტინგის ალგებრების აღწერა ესაკიას ორადობის ტერმინებში. შემუშავდა ახალი მიდგომა კუზნეცოვ-მურავიკის აღრიცხვის რედუქტების მიმართ შუალედური ლოგიკების სისრულის დასამტკიცებლად. მიღებულია ზოგადი ბულის ალგებრიდან ელემენტარული ტოპოსის მიღების ფრაიდისა და პატარაის კონსტრუქციების ახალი ვარიანტი სტოუნის სივრცეზე კოპერენტული კონების ტერმინებში. დამტკიცდა უნივერსალურ კოეფიციენტთა თეორემა  $C^*$ -ალგებრებზე სასრული ჯგუფების მოქმედებებისათვის.

### II. სამეცნიერო საგრანტო პროექტები (სამამულო დაფინანსებით):

#### ა) დასრულებული:

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურიდან
1	მოდელის შემოწმება პოლიედრული ლოგიკისთვის, CNR-22-010	სსიპ - შოთა რუსთაველის სახ. ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	თსუ ა. რაზმაძის სახ.მათემატიკის ინსტიტუტი	4	4 დ. გაბელაია (ხელმძღვანელი), ე. კუზნეცოვი, ლ. ურიდია, მ. ჯიბლაძე (შემსრულებლები)
2	„მოდალური და ინტუიციონისტური ლოგიკის პოლიედრული	სსიპ - შოთა რუსთაველის სახ. ეროვნული სამეცნიერო	თსუ ა. რაზმაძის სახ.მათემატიკის ინსტიტუტი	4	4 დ. გაბელაია (ხელმძღვანელი), ე. კუზნეცოვი,



სემანტიკა, FR-22-6700	ფონდი			ლ. ურიდია, მ. ჯიბლაძე (შემსრულებლები)
--------------------------	-------	--	--	---

*ანოტაცია*

- დადგენილ იქნა კავშირები სივრცული წვდომადობის ოპერატორთა ე. წ.  $\gamma$ - და  $\eta$ -ვარიანტების აქსიომატიკების, სემანტიკების, ბისიმილარობის და ალგორითმული აღწერის თავისებურებებს შორის.
- დალაგებული სიმრავლის წერვის ალექსანდროვისეული ცნების ტერმინებში მიღებულ იქნა შუალედური ინტუიციონისტური ლოგიკის პოლიედრული სისრულის აუცილებელი და საკმარისი პირობა.

**III. სამეცნიერო პუბლიკაციები:**

**გ) სტატია:**

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	საერთ. კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	M. Jibladze	Computing with the stratification of the nullcone for $\text{spin}_{15}$	Trans. A. Razmadze Math. Inst. <b>178</b> (2024), no. 3, 393–431	ISSN 2346-8092	41	<b>A. Elashvili</b>
2	M. Jibladze	Remarks on invertible binomial singularities	Bull. Georgian Acad. Sci. <b>18</b> (2024), no. 1, 7–16	ISSN - 0132 - 1447	10	<b>A. Elashvili,</b> <b>G. Khimshiashvili</b>

*ანოტაცია*

- GAP კომპიუტერული ალგებრის სისტემის გამოყენებით აგებულია მარტივ ლის ალგებრათა წარმომქმნელი ორბიტების აღწერა.
- შესწავლილია კვაზიჰომოგენურ ბრტყელ მრუდთა სინგულარობები შესაბამის ლის ალგებრათა დერივაციების მეშვეობით.

**დ) პუბლიკაციები უცხოეთში:**

**მონოგრაფია/წიგნი:**

№	ავტორი	სათაური	გამომცემლობა	საერთ. კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	David Gabelaia	Volume15: Advances in Modal Logic	College Publications, London	ISBN 978-1-84890-467-5	774	Agata Ciabatonni, Igor Sedlár (Eds.)

ანოტაცია

1. კრებულში წარმოდგენილია შრომები, რომლებსაც ეფუძნებოდა მოხსენებები მოდალურ ლოგიკაში წამყვანად აღიარებულ Advances in Modal Logic კონფერენციათა სერიის 2024 წელს ჩატარებულ მე-15 ბიენალურ შეხვედრაზე. კრებულში თავმოყრილ 41 შრომაში წარმოდგენილია სუფთა და გამოყენებითი მოდალური ლოგიკის დარგში ბოლოდროინდელი წინსვლის ამსახველი უახლესი მნიშვნელოვანი მიღწევები, გადმოცემული დარგის წამყვანი სპეციალისტების მიერ. ამ გამოშვების თემები მოიცავს ეპისტემურ მოდალურ ლოგიკას, კონსტრუქციულ და მრავალმნიშვნელობიან მოდალურ ლოგიკას, უნიფიკაციის თეორიას, ალგებრულ და მიდამოებრივ სემანტიკას, მოდალური ლოგიკების დამტკიცებათა თეორიასა და სირთულის შეფასებებს, პირობებიან და კვანტორებიან მოდალურ ლოგიკას.

სტატია:

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	გამოც. ადგილი და კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	David Gabelaia	Polyhedral completeness of intermediate logics: the nerve criterion	The Journal of Symbolic Logic, Volume 89, Issue 1 , March 2024	Cambridge University Press <a href="https://doi.org/10.1017/jsl.2022.76">https://doi.org/10.1017/jsl.2022.76</a>	40	Sam Adam-Day, Nick Bezhanishvili, Vincenzo Marra
2	David Gabelaia	Weak Simplicial Bisimilarity for Polyhedral Models and $SLCS_{\eta}$	Lecture Notes in Computer Science 14678, Springer, 12 June 2024	Springer, Cham, <a href="https://doi.org/10.1007/978-3-031-62645-6_2">https://doi.org/10.1007/978-3-031-62645-6_2</a>	18	<b>Mamuka Jibladze,</b> Nick Bezhanishvili, Vincenzo Ciancia, Diego Latella, Mieke Massink, Erik P. de Vink
3	Giorgi Nadareishvili	Relative Homological Algebra for Bivariant K-Theory	Functor categories, model theory, algebraic analysis and constructive methods, 117-132, Springer Proc. Math. Stat., 450	Springer, Cham, <a href="https://doi.org/10.1007/978-3-031-53063-0_4">https://doi.org/10.1007/978-3-031-53063-0_4</a>	16	

ანოტაცია

1. შეისწავლება შუალედური ინტუიციონისტური ლოგიკების პოლიედრული სემანტიკა, რომელშიც ფორმულები წარმოდგენილია ნებისმიერგანზომილებიანი მრავალწახნაგა სიმრავლეებით. მიღებულია ამ სემანტიკის მიმართ სრული ლოგიკების კომბინატორული დახასიათება დალაგებულ სიმრავლეთა ნერვის ცნების ტერმინებში. ნაჩვენებია, რომ არსებობს კონტინუუმ რაოდენობის სასრულ მოდელთა თვისების მქონე მაგრამ პოლიედრულად არასრული შუალედური ლოგიკები. აგებულია ეგრეთ წოდებულ ვარსკვლავისებრ ხეთა იანკოვ-ფაინის ფორმულებით აქსიომატიზებად პოლიედრულად სრული შუალედური ლოგიკების თვლადი უსასრულო ოჯახი.

2. სივრცული ლოგიკებისა და სივრცული პოლიედრული მოდელების შემოწმების კონტექსტში, რომელსაც ეყრდნობა უწყვეტ სივრცეში ვიზუალიზაციის მათემატიკური აღწერა, წარმოდგენილია სიმპლიციური ბისიმილარობის მიმართების ახალი ვარიანტი. დამატებით შემოღებულია შესაბამისი  $\pm$ -ბისიმილარობის ცნება უჯრედოვან დალაგებულ სიმრავლეთა მოდელებზე, რომლებიც პოლიედრული მოდელების დისკრეტული წარმოდგენის საშუალებას იძლევიან. ნაჩვენებია, რომ ორი წერტილი სუსტად სიმპლიციურად ბისიმილარულია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ისინი სუსტად  $\pm$ -ბისიმილარული არიან. ჩვენი ახალი ცნებების უპირატესობა იმაშია, რომ ისინი ჩვენს წინა შრომებში შემოღებულ შესაბამის ცნებებთან შედარებით მოდელების უფრო ძლიერ დაყვანას იძლევიან. ეს არსებითია რეალური მაგალითებისთვის, როგორებიცაა ბადეთა დამუშავების მეთოდები, სადაც უჯრედების რაოდენობა როგორც წესი ძალიან დიდია. შემოტანილი და შესწავლილი გვაქვს აგრეთვე **SLCS** <sub>$\eta$</sub> , ჩაკეტვან სივრცეთა სივრცული ლოგიკის (Spatial Logic for Closure Spaces, SLCS) ახალი ვერსია, კერძოდ, ნაჩვენებია გვაქვს, რომ შემოღებულ ბისიმილარობის მიმართებებს გააჩნიათ ჰენესი-მილნერის თვისება: ორი წერტილი სუსტად სიმპლიციურად ბისიმილარულია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ისინი ლოგიკურად ექვივალენტურნი არიან **SLCS** <sub>$\eta$</sub>  აღრიცხვის აზრით. მსგავსად, ორი უჯრედი სუსტად  $\pm$ -ბისიმილარულია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ისინი ლოგიკურად ექვივალენტურები არიან **SLCS** <sub>$\eta$</sub>  აღრიცხვის ნაწილობრივ დალაგებულ სიმრავლეთა მოდელების ინტერპრეტაციის აზრით. შრომა განხორციელებულია გეომეტრიული სივრცული მოდელების შემოწმების PolyLogicAla და SLCS აღრიცხვის პოლიედრული სემანტიკის კონტექსტში.

3. მოკლედ არის მიმოხილული ფარდობითი ჰომოლოგიური ალგებრის ზოგადი თეორია ტრიანგულირებად კატეგორიებში და ამ უკანასკნელის სპეციალიზაცია გაკეთებულია არაეკვივარიანტული და ეკვივარიანტული ბივარიანტული K-თეორიისთვის, სადაც მოქმედებები C\*-ალგებრაზე ხდება სასრული ციკლური ჯგუფის საშუალებით. ცხადი სახით არის გამოთვლილი უნივერსალური აბელიური ინვარიანტი (რომელიც მაკის ფუნქციაა) სეპარაბელური C\*-ალგებრებისთვის Z/4 ავტომორფიზმის მოქმედებით.

**IV. სამეცნიერო ფორუმებში მონაწილეობა:**

ა) საქართველოში:

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	ევგენი კუზნეცოვი	On Boolean Topos Constructions by Freyd and Patariaia and their generalizations, <a href="http://gmu.gtu.ge/conferences/wp-content/uploads/2024/08/Conference_GMU_2024_22.08.pdf">http://gmu.gtu.ge/conferences/wp-content/uploads/2024/08/Conference_GMU_2024_22.08.pdf</a>	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIV წლიური საერთაშორისო კონფერენცია	ბათუმი, 2024 წლის 2-7 სექტემბერი	

ბ) უცხოეთში:

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	David Gabelaia	Logics of Polyhedral Reachability, <a href="https://easychair.org/smart-program/AiML2024/2024-08-23.html">https://easychair.org/smart-program/AiML2024/2024-08-23.html</a>	Advances in Modal Logic, AIML 2024	Prague, Czech Republic, August 19-23, 2024	Laura Bussi, Nick Bezhanishvili, Vincenzo Ciancia, David Fernandez Duque
2	David Gabelaia	Temporal Logic of a Sequence of Finite Linear Processes,	Topology, Algebra and	Barcelona 25.VI.2024	<b>Evgeny Kuznetsov</b> , Konstantine

		<a href="https://iia.csic.es/tacl2024/abstracts/conference/book_abstracts_TACL24.pdf#section*.71">https://iia.csic.es/tacl2024/abstracts/conference/book_abstracts_TACL24.pdf#section*.71</a>	Categories in Logic, TACL 2024	– 5.VII.2024	Razmadze, <b>Levan Uridia</b>
3	Evgeny Kuznetsov	On Boolean Topos Constructions by Freyd and Pataria and their generalizations, <a href="https://iia.csic.es/tacl2024/abstracts/conference/book_abstracts_TACL24.pdf#section*.99">https://iia.csic.es/tacl2024/abstracts/conference/book_abstracts_TACL24.pdf#section*.99</a>	Topology, Algebra and Categories in Logic, TACL 2024	Barcelona 25.VI.2024 – 5.VII.2024	

გამოსაქვეყნებლად გადაცემული სტატიები:

1. \*S. Adam-Day, N. Bezhanishvili, **D. Gabelaia**, V. Marra, The intermediate logic of convex polyhedral. *Ann. Pure Appl. Logic*, 2024; <https://doi.org/10.48550/arXiv.2307.16600>.
2. \***M. Jibladze**, **E. Kuznetsov**, An explicit Kuznetsov-Muravitsky enrichment. *Ann. Pure Appl. Logic*, 2024; <https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.13802>
3. \***E. Kuznetsov**, Etale algebras over finite Heyting algebras. *Appl. Categ. Struct.*, 2024. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2410.23442>
4. R. Meyer, **G. Nadareishvili**, A universal coefficient theorem for actions of finite groups on  $C^*$ -algebras. *J. Math. Sci., Tokyo* (submitted); <https://arxiv.org/abs/2406.11787> (online)

## ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის განყოფილება

მიხეილ მანია (განყოფილების ხელმძღვანელი, მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 თეიმურაზ ტორონჯაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ომარ ფურთუხია (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი).

### I. სახელმწიფო პროგრამით (ბიუჯეტით) დაფინანსებული თემა/თემები (საანგარიშო წლისათვის):

№	თემის დასახელება	ვადები	კონკრეტული ეტაპი	შემსრულებლები (მათი როლებით)
1	მარტინგალური მეთოდები და მათი გამოყენება ფინანსურ მათემატიკაში, სტატისტიკურ შეფასებათა თეორიაში, ფუნქციონალურ განტოლებებში და მათემატიკურ ბიოლოგიაში	2024-2028	I ეტაპი, 2024 წ.	მ. მანია (ხელმძღვანელი) თ. ტორონჯაძე (მირითადი შემსრულებელი) ო. ფურთუხია (მირითადი შემსრულებელი)

#### ანოტაცია

აღწერილია ფუნქციების კლასი, რომელთა გარდაქმნილი ბროუნის მოძრაობისა და მისი მათემატიკური ლოდინის სხვაობა (შეფარდება) წარმოადგენს მარტინგალს. ეს შედეგები გამოყენებულია კვადრატული და დალამბერის ფუნქციონალური განტოლებების ზოგადი ამონახსნების საპოვნელად.

შესწავლილია ბროუნის მოძრაობის დროით პარამეტრზე დამოკიდებულ მარტინგალური ფუნქციები და მოცემულია ასეთი ფუნქციების კლასის სრული აღწერა. ბროუნის მოძრაობის მარტინგალური ფუნქციების გამოყენებით და რამდენიმე ბუნებრივ დაშვებაზე დაყრდნობით ნაჩვენებია, რომ აქციის ფასის ევოლუციის პროცესი უნდა მიყვებოდეს გეომეტრიულ ბროუნის მოძრაობას, ისე როგორც ბლექ-შოულსის მოდელში.

შემოთავაზებულია კომის ექსპონენციალური ფუნქციონალური განტოლების ორი სტოქასტური ვერსია. პირველ შემთხვევაში განტოლება იწერება ორი ცვლადის ფუნქციისთვის, სადაც ერთ ცვლადს წარმოადგენს უწყვეტი სემიმარტინგალი, ხოლო მეორეს მისი კვადრატული მახასიათებელი. ნაპოვნია სემიმარტინგალების მინიმალური კლასი, რომლისთვისაც ამ განტოლების ზოგადი ამოხსნა სტოქასტური ექსპონენტია. მეორე ვერსია წარმოადგენს ფუნქციონალურ განტოლებას სემიმარტინგალების კლასზე განსაზღვრული არაანტიპატიური ფუნქციონალებისთვის. ნაჩვენებია, რომ ასეთი განტოლების ზოგადი ამოხსნა მოიცავს სტოქასტური ექსპონენტების კლასს და აგებულია ამ განტოლების ისეთი ამოხსნა რომელიც სტოქასტური ექსპონენტის სახით არ წარმოდგება.

ჩვენ ვიყენებთ სტოქასტურ ექსპონენტებს და შექცეულ სტოქასტურ განტოლებების მიდგომას ფონ ბერტალანფის (1938) თეზის ზრდის დეტერმინისტული მოდელის განზოგადებისთვის. ლიტერატურაში ხელმისაწვდომია სტოქასტური ზრდის სხვადასხვა მოდელი, მაგრამ ყველა არსებულ მოდელში თეზის ასიმპტომური სიგრძე ითვლება მუდმივად, რაც არ არის რეალისტური, რადგან ნიშნავს, რომ ყველა ინდივიდმა უნდა მიაღწიოს ერთსა და იმავე ექსტრემალურ ზომას. ამ პრობლემის დასაძლევად ბუნებრივია ვივარაუდოთ, რომ თეზის ზღვრული ზომა თავისთავად შემთხვევითი სიდიდეა, რაც გაითვალისწინებს ინდივიდუალურ ცვალებადობას. ამიტომ, ჩვენ გამოვიყენეთ შექცეული სტოქასტური განტოლებები (პირდაპირი სტოქასტური განტოლებების ნაცვლად) შემთხვევითი სასაზღვრო პირობით ბოლოში, რომელიც თეზის ასიმპტომური სიგრძის

ტოლია. თევზის ზრდის პროცესი წარმოდგენილია შექცეული სტოქასტური განტოლების ერთადერთი ამონახსნის სახით.

დისპერსიის ოპტიმალური ეკვივალენტური მარტინგალური ზომის დახასიათება არსებით როლს ასრულებს შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკის სხვადასხვა მნიშვნელოვან ამოცანაში. სტოქასტური ვოლატილობის მოდელისთვის მცირე დიფუზიის კოეფიციენტით მოცემული დახასიათება გამოიყენება რობასტული სტატისტიკური შეფასებების ასაგებად.

მარტინგალური წარმოდგენის თეორემა (გირსანოვის ზომის შეცვლის თეორემასთან ერთად) მნიშვნელოვან როლს ასრულებს თანამედროვე სტოქასტურ ფინანსურ მათემატიკაში. მარტინგალური წარმოდგენის თეორემის პირველი დამტკიცება არაცხადი სახით შეგვიძლია ვიპოვოთ თვითონ იტოს შრომაში (1951). შემდგომში მრავალი სხვა ნაშრომი დაიწერა მარტინგალური წარმოდგენის არსებობისა და მისი გამოყენებების შესახებ, მაგრამ ამ მიმართულებით ერთ-ერთი პიონერული ნაშრომი, რა თქმა უნდა, კლარკის (1970) ნაშრომია. მეორე მხრივ, თანამედროვე ფინანსური მათემატიკის საჭიროებებიდან გამომდინარე, საკმარისი არ არის მხოლოდ ინტეგრალური წარმოდგენის არსებობის ცოდნა; აუცილებელია ინტეგრალური წარმოდგენის ინტეგრანდის აშკარა ფორმის დადგენა. ცნობილია, რომ სტოქასტურად გლუვი ფუნქციონალებისთვის ინტეგრანდი გამოითვლება ოკონეს (1984) ფორმულით (რომელიც ცნობილია ოკონე-კლარკის ფორმულის სახელწოდებით) როგორც განხილული ფუნქციონალის სტოქასტური (მალივენის) წარმოებულის ოფციონალური პროექცია. ოკონეს ფორმულა მოგვიანებით განზოგადდა ლლონტისა და ფურთუხიას მიერ (2017), როდესაც მხოლოდ განხილული ფუნქციონალის ფილტრია (ანუ პირობითი მათემატიკური ლოდინია) სტოქასტურად გლუვი და არა თვითონ ფუნქციონალი და ამ შემთხვევაში ინტეგრანდი გამოითვლება როგორც ფილტრის შესაბამისი ინტეგრანდის ზღვარი საშუალო კვადრატული მაზრით. აქ შესწავლილია ისეთი ფუნქციონალები, რომელთა ფილტრიც კი აღარ არის უკვე სტოქასტურად გლუვი და შემოთავაზებულია შესაბამისი ინტეგრანდის პოვნის მეთოდი.

გამოკვლეულია ბროუნის ფუნქციონალების წარმოდგენადობის საკითხი, როგორც იტოს სტოქასტური ინტეგრალი ინტეგრანდის ცხადი გამოსახულებით. საზოგადოდ, ერთი მარტინგალის სტოქასტური ინტეგრალის სახით წარმოდგენას სხვა მარტინგალის მიმართ, როდესაც პირველი მარტინგალი შეთანხმებულია უკანასკნელი მარტინგალის ბუნებრივ ინფორმაციულ ნაკადთან, ეწოდება მარტინგალური წარმოდგენა. მეორე მხრივ, ცნობილია, რომ იტოს სტოქასტური ინტეგრალი, როგორც პროცესი (ინტეგრანდზე გარკვეულ პირობებში) არის მარტინგალი ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივი ნაკადის მიმართ. ბუნებრივად ჩნდება კითხვა, მართალია თუ არა საპირისპირო დებულება: შეიძლება თუ არა ნებისმიერი მარტინგალი ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივი ნაკადის მიმართ იყოს წარმოდგენილი როგორც იტოს სტოქასტური ინტეგრალი? ამ კითხვაზე დადებით პასუხს იძლევა კლარკის ცნობილი თეორემა (1970). მაგრამ, უნდა აღინიშნოს, რომ ინტეგრანდის გამოსახულების პოვნა ძალიან რთული ამოცანაა. ამ მიმართულებით ცნობილია ერთი ზოგადი შედეგი, რომელსაც ეწოდება კლარკ-ოკონის ფორმულა (1984), რომლის მიხედვითაც ინტეგრანდი არის განსახილველი ფუნქციონალის სტოქასტური (მალივენის) წარმოებულის პირობითი მათემატიკური ლოდინი. ჩვენ განვიხილავთ ტრანექტორიაზე დამოკიდებულ, სტოქასტურად არაგლუვ ბროუნის ფუნქციონალებს. შესაბამისად ვერ ვიყენებთ ვერც კლარკ-ოკონეს ფორმულას და ვერც ამ ფორმულის ლლონტი-ფურთუხიას განზოგადებებს (2017). მაგრამ, ჯაოშვილ-ფურთუხიას (2005) მიერ კლარკ-ოკონის ფორმულის ადრინდელ განზოგადებაზე დაყრდნობით, გამოყვანილია კონსტრუქციული ფორმულები სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენისთვის.

განაწილების კუდის რისკის გაზომვა ფინანსური ინსტიტუტების ერთ-ერთ ყველაზე მნიშვნელოვან ამოცანად იქცა. ამავდროულად, მრავალი ნაშრომი აჩვენებს, რომ კუდის რისკის ზომები განსაკუთრებით მგრძობიარეა მოდელის არასწორი იდენტიფიკაციის მიმართ. ჩვენ შევისწავლით ამ პრაქტიკულ პრობლემას. ჩვენ ვთავაზობთ კუდის რისკის გაზომვისათვის მოდელის რისკისადმი რობასტულ მიდგომას, რომელიც კუდისა და მოდელის რისკის ზომების სუპერპოზიციას ეფუძნება. რისკების სუპერპოზიცია გულისხმობს ახალ მიდგომას საბაზრო და მოდელის რისკების თანმიმდევრული გაზომვისათვის. სტატისტიკის ორი ძირითადი მიზანი აქვს. პირველ რიგში, განვიხილავთ საბაზრო რისკის რამდენიმე პრაქტიკულ ზომას ექსტრემალური მნიშვნელობების

თეორიის ფარგლებში და, მეორე, წარმოვადგენთ შედეგების დემონსტრირებას DAX 30 ინდექსის მაგალითზე.

თანამედროვე რისკების მართვა მოითხოვს ექსტრემალური, ე.წ. კუდის მოვლენების მონიტორინგს, რომლებიც იშვიათია, მაგრამ ისინი დაკავშირებულია დიდ ზარალთან. საფონდო კრაზმა, მოულოდნელმა ამბებმა კაპიტალის ბაზრებზე, პოლიტიკურმა არასტაბილურობამ, ნავთობის ფასის შოკმა შეიძლება გამოიწვიოს უკიდურესად მოულოდნელი ზარალი. ექსტრემალური მნიშვნელობების თეორია არის ის საფუძველი, რომელიც კუდის მოვლენების სტატისტიკური მოდელირების საშუალებას იძლევა. ამ ნაშრომში ჩვენ ყურადღებას ვამახვილებთ აღნიშნული თეორიის პარამეტრულ მიდგომაზე, რომელიც დაფუძნებულია განზოგადებულ პარეტოს განაწილებაზე. შემოთავაზებულია ალბათური განაწილების მოდელი, რომლის თანახმად ჩვენ განვიხილავთ მოდელის სრულ სიმრავლეს, რომელიც მოიცავს ექსტრემალური კუდის რისკის მოდელის ყველა ალბათურ განაწილებას. აღმოჩნდა, რომ მარტივი და რობასტულია საბაზრო რისკის საზომის აგება, რომლებიც ასახავს მოდელის რისკს. ასევე ნაჩვენებია, რომ კუდის საბაზრო რისკების საზომის მოდელის რისკის ეფექტურად მართვა შესაძლებელია.

იტოს სტოქსტური ინტეგრალის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი თვისებაა, რომ იტოს სტოქსტური ინტეგრალი კვადრატით ინტეგრირებადი შეთანხმებული პროცესიდან როგორც პროცესი არის მარტინგალი ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივი ფილტრაციის მიმართ. მეორეს მხრივ, კლარკის ცნობილი (1970) ფორმულის ძალით, შებრუნებული დებულება (ე.წ. სტოქსტური ინტეგრალური წარმოდგენის თეორემა) ასევე სამართლიანია, სადაც, ოკონეს (1984) თანახმად, იტოს ინტეგრალის ინტეგრანდი არის ფუნქციონალის სტოქსტური წარმოებულის ოფციონალური პროექცია (პირობითი მათემატიკური ლოდინი ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივი ფილტრაციის მიმართ). მოგვიანებით, ლლონტმა და ფურთუხიამ (2017) განაზოგადეს კლარკ-ოკონეს ფორმულა იმ შემთხვევაში, როდესაც ფუნქციონალი არ არის სტოქსტურად გლუვი, მაგრამ მისი პირობითი მათემატიკური ლოდინი სტოქსტურად გლუვია და შემოგვთავაზეს ინტეგრანდის პოვნის მეთოდი. აქ განხილულია ტრაექტორიაზე დამოკიდებული ზოგიერთ ბროუნის ფუნქციონალი და გამოყვანილია კონსტრუქციული ფორმულები სტოქსტური ინტეგრალური წარმოდგენისთვის ანუ ნაპოვნია მარტინგალური წარმოდგენის ინტეგრანდები ცხადი სახით.

**II. სამეცნიერო საგრანტო პროექტები (სამამულო დაფინანსებით):**

**ა) დასრულებული:**

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურიდან
1	„სტიქიით დაზარალებულ ზონებში სატრანსპორტო მარშრუტების დაგეგმვის ფაზი-ალბათური მოდელი“, STEM-22-226	შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	ივანე ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი	4	1 ომარ ფურთუხია

*ანოტაცია*

თანამედროვე მსოფლიოში უფრო და უფრო პრობლემური ხდება სატრანსპორტო საშუალებების (სს) მარშრუტებზე ოპტიმალური გადაადგილების მართვა სტიქიით დაზარალებულ ზონებში. ესენია: 1. კატასტროფების, მიწისძვრების, მასობრივი განადგურების იარაღის გამოყენების შედეგად და სხვა. დაზიანებულ გეოგრაფიულ ზონებში არსებული სამხედრო, სამედიცინო და სხვა ტიპის ობიექტების

ოპტიმალური და უსაფრთხო მომარაგების მენეჯმენტი; 2. ექსტრემალურ და რთულ სიტუაციებში სწრაფი რეაგირებისა და მოსახლეობისათვის უსაფრთხო დახმარების დაგეგმვა; 3. ექსტრემალურ სიტუაციაში სამხედრო მოქმედებისას სატრანსპორტო საშუალებებით ტვირთების გადაზიდვის მარშრუტების სტრატეგიული მენეჯმენტი; 4. მჭიდროდ დასახლებულ გეოგრაფიულ ზონებში (ქალაქები და სხვ.) გზებზე გართულებულ სიტუაციებში ტრანსპორტით გადატვირთული გზები, სამოქალაქო მიტინგები და გაფიცვები, გზებზე მეტეოროლოგიური და სხვა მიზეზებით გამოწვეული ცუდი ხილვადობა, მოყინული გზები და სხვ.) სატრანსპორტო საშუალებების მარშრუტებზე ოპტიმალური გადაადგილების მენეჯმენტი და სხვა. პროექტის ფარგლებში შემუშავდა ახალი FPVRP-მიდგომა. ეს მიდგომა ითვალისწინებს ზემოთ წარმოდგენილი პრობლემის გადაწყვეტას. აიგო აგრეგირების ახალი ინსტრუმენტი. ეს ინსტრუმენტი უზრუნველყოფს გზებზე გადაადგილების მარშრუტების სანდოობის კრიტერიუმების აგებას, რაც FRP-მიდგომებსა და კვლევებში არსებითად ახალ მიმართულებას იძლევა. ამ მიდგომის საფუძველზე შეიქმნება პროგრამული პროდუქტი, რომელიც უზრუნველყოფს სტიქიით დაზარალებულ ზონებში გზებზე გართულებული გადაადგილების გამო სს-თვის ოპტიმალური და სანდო მარშრუტების დაგეგმვას. პროგრამული უზრუნველყოფის ფუნქცია იქნება სატრანსპორტო საშუალებათა მართვის სახელმწიფო სამსახურებსა, ტვირთების გადაზიდვების კომპანიებსა, სადისტრიბუციო ქსელებსა თუ სხვა კონპანიებს შეუქმნას მხარდაჭერა საჭიროების შემთხვევაში სწრაფი რეაგირებისა და მნიშვნელოვან გეოგრაფიულ პუნქტებში ტვირთების გადაზიდვის ოპტიმალური მარშრუტების დაგეგმვაში. სისტემაზე მუშაობის პროცესში სისტემის მომხმარებლებს შესაძლებლობა ექნებათ ინფორმაციის მიღების მიზნით ჩართონ დარგის ცნობილი ექსპერტები (სატრანსპორტო ქსელების დისპეჩერები და სხვ.), რათა მათი ცოდნა გამოყენებული იყოს კონკრეტულ სიტუაციებში პუნქტებს შორის გადაადგილების ალბათობათა გენერაციებსა და სს-ებისთვის სანდო მარშრუტების აგებაში. პროექტში წარმოდგენილი პრობლემისთვის აიგო ახალი ტიპის ალბათურ-შესაძლებლობითი კრიტერიუმი. მარშრუტებზე გადაადგილების სიგრძის მინიმუზაციის კრიტერიუმთან ერთად შეიქმნა ორკრიტერიუმიანი ამოცანის რეალიზების ორფაზიანი სქემა. ეს მიდგომა წარმოშობს ახალ მიმართულებას და პერსპექტივებს FPVRP-პრობლემატიკაში. ყოველ მიდგომაში, რომელიც სწავლობს VRP-ამოცანებს, შეიძლება ჩაიდოს ჩვენი ახალი მეთოდოლოგია და იქ აიგოს ახალი კრიტერიუმები და შეზღუდვები, რაც მათ შემატებს მეტ სანდოობას ექსტრემალურ და განუსაზღვრელ გარემოში.

### III. სამეცნიერო პუბლიკაციები:

#### ბ) სახელმძღვანელო:

№	ავტორი	სათაური	გამომცემ- ლობა	საერთ. კოდი	გვერდ. რაოდე ნობა	თანაავტორობა
1	ომარ ფურთუხია	ალბათურ- სტატისტიკური ამოცანები	თსუ-ს გამომცემ ლობა	ISBN 978- 9941-36- 246-0	582	

#### ანოტაცია

სახელმძღვანელოში სრულად და საფუძვლიანად არის გადმოცემული თანამედროვე ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის უმნიშვნელოვანესი პრაქტიკული და თეორიული ხასიათის საკითხები. თითოეულ თემას წინ უძღვის აუცილებელი თეორიული შედეგები, შემდეგ მოყვანილია მრავალი საილუსტრაციო და სამოტივაციო მაგალითი ადამიანის მოღვაწეობის სხვადასხვა სფეროდან, განხილულია მათი გადაწყვეტის მეთოდები და ხერხები. ასევე მოყვანილია ამოცანები დამოუკიდებელი მუშაობისათვის. მას დართული აქვს ძირითადი და მნიშვნელოვანი ალბათური განაწილებების ცხრილები, EXCEL-ის სტატისტიკური ფუნქციების აღწერა და 2006 –



2010, 2020-2024 წლებში საკონტროლო წერებზე, კვიზებში, შუალედურ და ფინალურ გამოცდებზე მოტანილი ბილეთების ნიმუშები. სახელმძღვანელო შედგენილია ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში (თსუ-ში) ამჟამად მოქმედი სასწავლო პროგრამებისა და სილაბუსების მიხედვით.

სახელმძღვანელო განკუთვნილია თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის იმ სტუდენტებისა და მაგისტრანტებისათვის, რომლებიც სწავლობენ ალბათობის თეორიასა და მათემატიკურ სტატისტიკას. იგი სასარგებლო იქნება აგრეთვე ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების პრაქტიკული გამოყენებებით დაინტერესებული სხვადასხვა პროფილის სპეციალისტთა ფართო წრისათვის.

**გ) სტატია:**

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	საერთ. კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	Michael Mania	Black-Scholes Model and Martingale functions of a Brownian Motion	Materials of the Conference: Applications of Stochastic Processes and Mathematical Statistics to Financial Economics and Social Sciences IX, 20-21 November, 2024, vol. 9	E-ISSN: 2960-9372	6	R. Tevzadze, B. Chikvinidze
2	Omar Purtukhia	Enhancing Tail Risk Measurement: A Practical Approach to Managing Model Risk of Tail Risk	Bulletin of TICMI, vol. 28, No. 2 (2024), 65-71; თბილისი, თსუ გამომცემლობა.	ISSN 1512-0082 <a href="https://www.emis.de/journals/TICMI">https://www.emis.de/journals/TICMI</a>	7	V. Jokhadze
3	Omar Purtukhia	Constructive stochastic integral representation of some path-dependent Brownian functional	Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics. Volume 38, p. 62-65, 2024; თბილისი, თსუ გამომცემლობა.	ISSN 1512-0058 <a href="https://www.viam.science.tsu.ge/en/ses/vol38.htm">https://www.viam.science.tsu.ge/en/ses/vol38.htm</a>	4	E. Namgalauri

4	Teimuraz Toronjadze	Characterization of Variance Optimal Equivalent Local Martingale Measure and Stochastic Volatility Model with Small Diffusion Coefficient	Materials of the Conference: Applications of Stochastic Processes and Mathematical Statistics to Financial Economics and Social Sciences IX, 20-21 November, 2024 volume 9	E-ISSN: 2960-9372	9	
---	---------------------	---	--	-------------------	---	--

*ანოტაცია*

1. ბროუნის მოძრაობის მარტინგალური ფუნქციების გამოყენებით და რამდენიმე ბუნებრივ დაშვებაზე დაყრდნობით ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ აქციის ფასის ევოლუციის პროცესი უნდა მიყვებოდეს გეომეტრიულ ბროუნის მოძრაობას.
2. განაწილების კუდის რისკის გაზომვა ფინანსური ინსტიტუტების ერთ-ერთ ყველაზე მნიშვნელოვან ამოცანად იქცა. ამავდროულად, მრავალი ნაშრომი აჩვენებს, რომ კუდის რისკის ზომები განსაკუთრებით მგრძობიარეა მოდელის არასწორი იდენტიფიკაციის მიმართ. ჩვენ შევისწავლით ამ პრაქტიკულ პრობლემას. ჩვენ ვთავაზობთ კუდის რისკის გაზომვისათვის მოდელის რისკისადმი რობასტულ მიდგომას, რომელიც კუდისა და მოდელის რისკის ზომების სუპერპოზიციას ეფუძნება. რისკების სუპერპოზიცია გულისხმობს ახალ მიდგომას საბაზრო და მოდელის რისკების თანმიმდევრული გაზომვისათვის. სტატისტიკაში ორი ძირითადი მიზანი აქვს. პირველ რიგში, განვიხილავთ საბაზრო რისკის რამდენიმე პრაქტიკულ ზომას ექსტრემალური მნიშვნელობების თეორიის ფარგლებში და, მეორე, წარმოვადგენთ შედეგების დემონსტრირებას DAX 30 ინდექსის მაგალითზე.  
თანამედროვე რისკების მართვა მოითხოვს ექსტრემალური, ე.წ. კუდის მოვლენების მონიტორინგს, რომლებიც იშვიათია, მაგრამ ისინი დაკავშირებულია დიდ ზარალთან. საფონდო კრაშმა, მოულოდნელმა ამბებმა კაპიტალის ბაზრებზე, პოლიტიკურმა არასტაბილურობამ, ნავთობის ფასის შოკმა შეიძლება გამოიწვიოს უკიდურესად მოულოდნელი ზარალი. ექსტრემალური მნიშვნელობების თეორია არის ის საფუძველი, რომელიც კუდის მოვლენების სტატისტიკური მოდელირების საშუალებას იძლევა. ამ ნაშრომში ჩვენ ყურადღებას ვამახვილებთ აღნიშნული თეორიის პარამეტრულ მიდგომაზე, რომელიც დაფუძნებულია განზოგადებულ პარეტოს განაწილებაზე. შემოთავაზებულია ალბათური განაწილების მოდელი, რომლის თანახმად ჩვენ განვიხილავთ მოდელის სრულ სიმრავლეს, რომელიც მოიცავს ექსტრემალური კუდის რისკის მოდელის ყველა ალბათურ განაწილებას. აღმოჩნდა, რომ მარტივი და რობასტულია საბაზრო რისკის საზომის აგება, რომლებიც ასახავს მოდელის რისკს. ასევე ნაჩვენებია, რომ კუდის საბაზრო რისკების საზომის მოდელის რისკის ეფექტურად მართვა შესაძლებელია.
3. იტოს სტოქსასტური ინტეგრალის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი თვისებაა, რომ იტოს სტოქსასტური ინტეგრალი კვადრატით ინტეგრირებადი შეთანხმებული პროცესიდან როგორც პროცესი არის მარტინგალი ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივი ფილტრაციის მიმართ. მეორეს მხრივ, კლარკის ცნობილი (1970) ფორმულის ძალით, შებრუნებული დებულება (ე.წ. სტოქსასტური ინტეგრალური წარმოდგენის თეორემა) ასევე სამართლიანია, სადაც, ოკონეს (1984) თანახმად, იტოს ინტეგრალის ინტეგრანდი არის ფუნქციონალის სტოქსასტური წარმოებულის ოფციონალური პროექცია (პირობითი მათემატიკური ლოდინი ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივი ფილტრაციის მიმართ).

მოგვიანებით, ლლონტმა და ფურთუხიამ (2017) განაზოგადეს კლარკ-ოკონეს ფორმულა იმ შემთხვევაში, როდესაც ფუნქციონალი არ არის სტოქასტურად გლუვი, მაგრამ მისი პირობითი მათემატიკური ლოდინი სტოქასტურად გლუვია და შემოგვთავაზეს ინტეგრანდის პოვნის მეთოდი. აქ განხილულია ტრაექტორიაზე დამოკიდებული ზოგიერთ ბროუნის ფუნქციონალი და გამოყვანილია კონსტრუქციული ფორმულები სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენისთვის ანუ ნაპოვნია მარტინგალური წარმოდგენის ინტეგრანდები ცხადი სახით.

4. დისპერსიის ოპტიმალური ეკვივალენტური მარტინგალური ზომის დახასიათება არსებით როლს ასრულებს შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკის სხვადასხვა მნიშვნელოვან ამოცანაში. სტოქასტური ვოლატილობის მოდელისთვის მცირე დიფუზიის კოეფიციენტით მოცემული დახასიათება გამოიყენება რობასტული სტატისტიკური შეფასებების ასაგებად.

**დ) პუბლიკაციები უცხოეთში:**

**სტატია:**

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	გამოც. ადგილი და კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	Michael Mania	Martingale functions of a Brownian Motion and their relation with general solutions of several functional equations	Accepted in Spriger special volume “The Festschrift in honour of Albert Shiryaev”	Springer 2024	25	R. Tevzadze
2	Omar Purtukhia	On martingale representations of non-smooth Brownian functionals	Journal of Mathematical Sciences, Vol. 280, N. 3, April 2024, pp. 480-487. <a href="https://doi.org/10.1007/s10958-024-07128-7">https://doi.org/10.1007/s10958-024-07128-7</a>	Springer 10958* ISSN 1072-3374 280(3) 275-506 (2024)	8	V. Berikashvili, V. Jokhadze, E. Namgalauri
3	Omar Purtukhia	Explicit integral representation of path-dependent Brownian functionals	Proceedings of the 23 <sup>rd</sup> International Conference named after A. F. Terpugov (2024 October, 20-26, Karshi, Uzbekistan). Tomsk State University Publishing, pp. 420-425 (2024)	ISBN 978-5-907890-08-4	6	V. Jokhadze

			<a href="https://cloud.mail.ru/stock/6P36zW5JAp794kd3cLsjLgsx">https://cloud.mail.ru/stock/6P36zW5JAp794kd3cLsjLgsx</a>			
--	--	--	---	--	--	--

*ანოტაცია*

1. აღწერილია ფუნქციების კლასი, რომელთა გარდაქმნილი ბროუნის მოძრაობისა და მისი მათემატიკური ლოდინის სხვაობა (შეფარდება) წარმოადგენს მარტინგალს. ეს შედეგები გამოყენებულია კვადრატული და დალამბერის ფუნქციონალური განტოლებების ზოგადი ამონახსნების საპოვნელად. აგრეთვე, კოშის ექსპონენციალური ფუნქციონალური განტოლების სტოქასტური ვერსიებია შესწავლილი.
2. მარტინგალური წარმოდგენის თეორემა (გირსანოვის ზომის შეცვლის თეორემასთან ერთად) მნიშვნელოვან როლს ასრულებს თანამედროვე სტოქასტურ ფინანსურ მათემატიკაში. მარტინგალური წარმოდგენის თეორემის პირველი დამტკიცება არაცხადი სახით შეგვიძლია ვიპოვოთ თვითონ იტოს შრომაში (1951). შემდგომში მრავალი სხვა ნაშრომი დაიწერა მარტინგალური წარმოდგენის არსებობისა და მისი გამოყენებების შესახებ, მაგრამ ამ მიმართულებით ერთ-ერთი პიონერული ნაშრომი, რა თქმა უნდა, კლარკის (1970) ნაშრომია. მეორე მხრივ, თანამედროვე ფინანსური მათემატიკის საჭიროებებიდან გამომდინარე, საკმარისი არ არის მხოლოდ ინტეგრალური წარმოდგენის არსებობის ცოდნა; აუცილებელია ინტეგრალური წარმოდგენის ინტეგრანდის აშკარა ფორმის დადგენა. ცნობილია, რომ სტოქასტურად გლუვი ფუნქციონალებისთვის ინტეგრანდი გამოითვლება ოკონეს (1984) ფორმულით (რომელიც ცნობილია ოკონე-კლარკის ფორმულის სახელწოდებით) როგორც განხილული ფუნქციონალის სტოქასტური (მალივენის) წარმოებულის ოფციონალური პროექცია. ოკონეს ფორმულა მოგვიანებით განზოგადდა ღლონტისა და ფურთუხიას მიერ (2017), როდესაც მხოლოდ განხილული ფუნქციონალის ფილტრია (ანუ პირობითი მათემატიკური ლოდინია) სტოქასტურად გლუვი და არა თვითონ ფუნქციონალი და ამ შემთხვევაში ინტეგრანდი გამოითვლება როგორც ფილტრის შესაბამისი ინტეგრანდის ზღვარი საშუალო კვადრატული მაზრით. აქ შესწავლილია ისეთი ფუნქციონალები, რომელთა ფილტრიც კი აღარ არის უკვე სტოქასტურად გლუვი და შემოთავაზებულია შესაბამისი ინტეგრანდის პოვნის მეთოდი.
3. გამოკვლეულია ბროუნის ფუნქციონალების წარმოდგენადობის საკითხი, როგორც იტოს სტოქასტური ინტეგრალი ინტეგრანდის ცხადი გამოსახულებით. საზოგადოდ, ერთი მარტინგალის სტოქასტური ინტეგრალის სახით წარმოდგენას სხვა მარტინგალის მიმართ, როდესაც პირველი მარტინგალი შეთანხმებულია უკანასკნელი მარტინგალის ბუნებრივ ინფორმაციულ ნაკადთან, ეწოდება მარტინგალური წარმოდგენა. მეორე მხრივ, ცნობილია, რომ იტოს სტოქასტური ინტეგრალი, როგორც პროცესი (ინტეგრანდზე გარკვეულ პირობებში) არის მარტინგალი ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივი ნაკადის მიმართ. ბუნებრივად ჩნდება კითხვა, მართალია თუ არა საპირისპირო დებულება: შეიძლება თუ არა ნებისმიერი მარტინგალი ბროუნის მოძრაობის ბუნებრივი ნაკადის მიმართ იყოს წარმოდგენილი როგორც იტოს სტოქასტური ინტეგრალი? ამ კითხვაზე დადებით პასუხს იძლევა კლარკის ცნობილი თეორემა (1970). მაგრამ, უნდა აღინიშნოს, რომ ინტეგრანდის გამოსახულების პოვნა ძალიან რთული ამოცანაა. ამ მიმართულებით ცნობილია ერთი ზოგადი შედეგი, რომელსაც ეწოდება კლარკ-ოკონის ფორმულა (1984), რომლის მიხედვითაც ინტეგრანდი არის განსახილველი ფუნქციონალის სტოქასტური (მალივენის) წარმოებულის პირობითი მათემატიკური ლოდინი. ჩვენ განვიხილავთ ტრაექტორიაზე დამოკიდებულ, სტოქასტურად არაგლუვ ბროუნის ფუნქციონალებს. შესაბამისად ვერ ვიყენებთ ვერც კლარკ-ოკონეს ფორმულას და ვერც ამ ფორმულის ღლონტი-ფურთუხიას განზოგადობას (2017). მაგრამ, ჯაომვილ-ფურთუხიას (2005) მიერ კლარკ-ოკონის ფორმულის ადრინდელ განზოგადებაზე დაყრდნობით, გამოყვანილია კონსტრუქციული ფორმულები სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენისთვის.

IV. სამეცნიერო ფორუმებში მონაწილეობა:

ა) საქართველოში:

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	ო. ფურთუხია	ტრანექტორიაზე დამოკიდებულ ი ბროუნის ფუნქციონალების კონსტრუქციული სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენა	ილია ვეკუას სახ. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის XXXVIII საერთაშორისო გაფართოებული სხდომები, <a href="http://www.viam.science.tsu.ge/enlarged/2024/">http://www.viam.science.tsu.ge/enlarged/2024/</a>	2024 წლის 22-24 აპრილი, თბილისი, გმი	ე. ნამგალაური
2	ო. ფურთუხია	კუდის რისკის გაზომვის გაუმჯობესება: პრაქტიკული მიდგომა კუდის რისკის მოდელის რისკის მართვისათვის	ილია ვეკუას სახ. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის XXXVIII საერთაშორისო გაფართოებული სხდომები, <a href="http://www.viam.science.tsu.ge/enlarged/2024/">http://www.viam.science.tsu.ge/enlarged/2024/</a>	2024 წლის 22-24 აპრილი, თბილისი, გმი	ვ. ჯოხაძე
3	ო. ფურთუხია	ნავიგაცია საზღვარზე: AI მოდელის რისკი ფინანსურ ინსტიტუტებში - შესაძლებლობების გამოყენება გამოწვევების ფონზე	ილია ვეკუას სახ. გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის XXXVIII საერთაშორისო გაფართოებული სხდომები, <a href="http://www.viam.science.tsu.ge/enlarged/2024/">http://www.viam.science.tsu.ge/enlarged/2024/</a>	2024 წლის 22-24 აპრილი, თბილისი, გმი	ვ. ჯოხაძე
4	ო. ფურთუხია	Clark-Ocone type formulas for some past-dependent Brownian functionals	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის XIV საერთაშორისო კონფერენცია, <a href="http://gmu.gtu.ge/Batumi2024/proge.html">http://gmu.gtu.ge/Batumi2024/proge.html</a>	2024 წლის 2 - 7 სექტემბერი, ბათუმი, ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი.	ე. ნამგალაური, ვ. ჯაომვილი
5	ო. ფურთუხია	კლარკ-ოკონეს ტიპის ფორმულა ინტეგრალური ტიპის ბროუნის ფუნქციონალების ერთი	შემთხვევითი პროცესებისა და მათემატიკური სტატისტიკის გამოყენებანი ფინანსურ ეკონომიკასა და სოციალურ	2024 წლის 20, 21 ნოემბერი, თბილისი, ქართულ-ამერიკული უნივერსიტეტი	ე. ნამგალაური

		კლასისთვის	მეცნიერებებში IX <a href="https://www.gau.edu.ge/ka/research/business-research/center">https://www.gau.edu.ge/ka/research/business-research/center</a>		
6	თ.ტორონჯაძე	Characterization of variance optimal equivalent local martingale measure and stochastic volatility model with small diffusion coefficient	შემთხვევითი პროცესებისა და მათემატიკური სტატისტიკის გამოყენებანი ფინანსურ ეკონომიკასა და სოციალურ მეცნიერებებში IX <a href="https://www.gau.edu.ge/ka/research/business-research/center">https://www.gau.edu.ge/ka/research/business-research/center</a>	2024 წლის 20, 21 ნოემბერი, თბილისი, ქართულ-ამერიკული უნივერსიტეტი	
7	მ. მანია	ფუნქციონალური განტოლებები სტოქასტური ექსპონენტისთვის	შემთხვევითი პროცესებისა და მათემატიკური სტატისტიკის გამოყენებანი ფინანსურ ეკონომიკასა და სოციალურ მეცნიერებებში IX <a href="https://www.gau.edu.ge/ka/research/business-research/center">https://www.gau.edu.ge/ka/research/business-research/center</a>	2024 წლის 20, 21 ნოემბერი, თბილისი, ქართულ-ამერიკული უნივერსიტეტი	ბ. ჩიქვინიძე რ. თევზაძე
8	მ. მანია	პოპულაციის ზრდის მოდელები და შექცეული სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები	თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის კონფერენცია	19-23 თებერვალი, 2024 წელი	ბ. ჩიქვინიძე
9	მ. მანია	Martingale functions of a Brownian Motion and their relation with general solutions of several functional equations	International Conference "Stochastic analysis, Statistics of Random Processes and Optimization" In honour of the 90th anniversary of Academician Albert Shiryaev	Tbilisi-Bakuriani 9 -14 December 2024	

**ბ) უცხოეთში:**

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	ო. ფურთუხია	Approximations for	The International	April, 21 -	

		Estimating Some Options Using the Inverse of the Laplace Transform	Seminar of the project CPEA-LT-2016/10003 “Advanced Collaborative Program for Research Based Education on Risk Management in Industry and Services under Global Economic, Technological and Environmental Changes: Enhanced Edition”	29, 2024, Chisinau, Moldova State University.	
2	ო. ფურთუხია	Explicit integral representation of path-dependent Brownian functionals	23th International Conference named after A. F. Terpugov Information Technologies And Mathematical Modelling ITMM – 2024	October, 20-26, 2024, Karshi State University, Karshi, Uzbekistan	ვ. ჯოხაძე

## V. სხვა აქტივობები:

### ბ) კონფერენციების ორგანიზაცია:

1. ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარის XXXVIII საერთაშორისო გაფართოებული სხდომების (22-24 აპრილი, 2024, თბილისი, [http://www.viam.science.tsu.ge/\\_enlarged/2024](http://www.viam.science.tsu.ge/_enlarged/2024)) ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის სექციის ხელმძღვანელი და საორგანიზაციო კომიტეტის წევრი: ომარ ფურთუხია.
2. საერთაშორისო კონფერენციის: XIV International Conference of the Georgian Mathematical Union, 2-7 სექტემბერი, 2024, Batumi. <http://gmu.gtu.ge/Batumi2024/index.html>, საერთაშორისო სამეცნიერო კომიტეტის წევრი და სექციის ხელმძღვანელი: ომარ ფურთუხია.
3. XXIII საერთაშორისო კონფერენციის „ინფორმაციული ტექნოლოგიები & მათემატიკური მოდელირება: ITMM2024“ და III საერთაშორისო სიმპოზიუმის „თანამედროვე სტოქსტური მოდელები & სადაზღვევო მათემატიკის პრობლემები: MAMMOTH'2024“ (20-26 ოქტომბერი, 2024, კარში, უზბეკეთი) საერთაშორისო პროგრამული კომიტეტის წევრი: ომარ ფურთუხია.
4. აკადემიკოს ალბერტ შირიაევის 90 წლის იუბილესადმი მიძღვნილი საერთაშორისო კონფერენციის: „სტოქსტური ანალიზი, შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკა და ოპტიმიზაცია“ (9-14 დეკემბერი, ბაკურიანი, 2024) საორგანიზაციო კომიტეტის წევრი: მიხეილ მანია და ომარ ფურთუხია.



## თეორიული ფიზიკის განყოფილება

მერაბ ელიაშვილი (განყოფილების ხელმძღვანელი, მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ალექსანდრე კვინიხიძე (უვადო მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 გიორგი ლავრელაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ვახტანგ გარსევანიშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 გიორგი ჯორჯაძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ბადრი მალრაძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 ავთანდილ შურღია (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 გიორგი ციციშვილი (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი),  
 არსენ ხვედელიძე (მეცნიერი თანამშრომელი).

### I. სახელმწიფო პროგრამით (ბიუჯეტით) დაფინანსებული თემა/თემები (საანგარიშო წლისათვის):

№	თემის დასახელება	ვადები	კონკრეტული ეტაპი	შემსრულებლები (მათი როლებით)
1	თანამედროვე კვანტური ველის თეორიის მათემატიკური მეთოდების განვითარება და გამოყენება ყალიბურ თეორიებში, გრავიტაციასა და დაბალ განზომილებიან სისტემებში. თეორიული ფიზიკა	2024-2028	I ეტაპი, 2024 წ.	<p><b>მ. ელიაშვილი</b> (პროექტის საერთო ხელმძღვანელი),</p> <p><b>ა. კვინიხიძე</b> (მკვლევარი),</p> <p><b>გ. ლავრელაშვილი</b> (მკვლევარი),</p> <p><b>გ. ჯორჯაძე</b> (მკვლევარი),</p> <p><b>ვ. გარსევანიშვილი</b> (მკვლევარი),</p> <p><b>ა. შურღია</b> (მკვლევარი),</p> <p><b>ბ. მალრაძე</b> (მკვლევარი),</p> <p><b>გ. ციციშვილი</b> (მკვლევარი)</p> <p><b>ა. ხვედელიძე</b> (მკვლევარი)</p>

#### ანოტაცია

1) განხილულია მჭიდრო შმის ორგანზომილებიანი მოდელი ზოლოვანი გეომეტრიით, და კვანძთაშორისი გადახტომების ანიზოტროპიით. ამოცანას წარმოადგენდა ენერგეტიკული სპექტრისა და საკუთარი მდგომარეობებისა შესწავლა. ასევე, სისტემის საზღვარზე კიდურა მდგომარეობების ჩამოყალიბების საკითხის შესწავლა. აღნიშნული ამოცანა მიყვანილია მუდმივკოეფიციენტებიან ხუთწევრა რეკურენტულ თანაფარდობამდე, რომლის ზოგადი (ბრილუენის მთლიან ზონაზე) ანალიზი გარკვეულ სირთულეებთან არის დაკავშირებული. ამიტომაც, განხილულია ბრილუენის ზონის ორი წერტილი  $k=0$  და  $k=\pi$ . ამ წერტილებში ჩატარებულია ანალიზური გამოთვლები და დადგენილია სისტემის ფაზური დიაგრამა, საიდანაც ჩანს რომ სისტემა შეიძლება იმყოფებოდეს სამ სხვადასხვა მდგომარეობაში: 1) სისტემაში ერთდროულად ყალიბდება ორი სხვადასხვა ტიპის (სიგრძის შკალის) კიდურა მდგომარეობა; 2) ერთდროულად ყალიბდება სხვადასხვა მასშტაბის ორი შიდა (bulk) მდგომარეობა; 3) ერთდროულად ყალიბდება სხვადასხვა მასშტაბის ორი მდგომარეობა, რომელთაგანც ერთი არის კიდურა, ხოლო მეორე კი – შიდა მდგომარეობა. აღნიშნული შედეგის სიახლე მდგომარეობს ორი სხვადასხვა მასშტაბის მდგომარეობის ერთდროულ თანაარსებობაში. მოცემულ ეტაპზე მიმდინარეობს ხელნაწერის მომზადება ჟურნალში გასაგზავნად.



2) სასრულ განზომილებიან კვანტურ სისტემისთვის შესწავლილია მდგომარეობის “არაკლასიკურობის” ინდიკატორი მისი დამორების შეფასების საფუძველზე კლასიკური მდგომარეობების სიმრავლიდან.

3) გამოყვანილია ზუსტი განტოლებათა კრებული ეგზოტიკული ნაწილაკების ასაღწერად, რომლებიც ერთდროულად იმყოფებიან ორ- და სამ-ნაწილაკოვან მდგომარეობაში. ერთ-ერთ შედეგად მოვახდინედ ორი ცნობილი დამოუკიდებელი მიდგომის უნიფიცირება.

4) წარმოდგენილია დროზე დამოუკიდებელი შემფოთების თეორიის ახალი გამოყვანა რომელიც გაცილებით მოკლეა ვიდრე მოყვანილი ყველა თანამედროვე სახელმძღვანელოებში, ამიტომ უფრო ადვილი იქნება სტუდენტებისთვის ასათვისებლად.

5) განვავითარებულა დისპერსიული მიდგომები პერტურბაციულ კვანტური ქრომოდინამიკაში. ეს მიდგომები გამოყენებული იქნა ერთ იმპულსურ ცვლადზე დამოკიდებულ დაკვირვებადი სიდიდეების და ორწერტილიანი გრინის ფუნქციების გამოსათვლელად [1-2]. ამ მიდგომებში პერტურბაციული გაშლის პარამეტრი, მორბენალი ბმის მუდმივა  $\alpha_s(Q^2)$ , შემფოთების თეორიის ნებისმიერ რიგში სისტემატიურად მოდიფიცირდება ანალიზური გამოსახულებით რომელიც არ შეიცავს ლანდაუს არაფიზიკურ სინგულარობებს და სასრული სიდიდეა მთელ იმპულსურ ინტერვალზე  $0 < Q^2 < \infty$ . შესაძლებელი ხდება მოდიფიცირებული შემფოთების თეორიის გამოყენება დაბალი ენერგიების არეში.

პერტურბაციული მიდგომის გაფართოება შესაძლებელია არაპერტურბაციული დისპერსიული ფენომენოლოგიური მოდელების საშუალებით სხვადასხვა ეფექტური მუხტებისათვის რომლებიც ერთი მხრივ არაპერტურბაციულად არიან განსაზღვრული და მათში კოდირებულია თეორიის არაპერტურბაციული დინამიკა. მეორე მხრივ ისინი შეიძლება ავირჩიოთ როგორც სპეციალური (ფიზიკური) სქემების ბმის ფუნქციებად. ეფექტური მუხტები უნდა აკმაყოფილებდნ ჩელენ-ლემანის დისპერსიულ წარმოდგენას

$$a(Q^2) X \int_0^1 \frac{... (s) ds}{s \Gamma x}, \quad x X \frac{Q^2}{0^2} \quad (1)$$

სადაც  $... (s) X f^{Zi} \text{Im}\{a(Zs Zi0)\}$  (2)

აქ  $a(Q^2) = \beta_0 \alpha_s(Q^2)$  სადაც  $S_0$  აღნიშნავს ბეტა-ფუნქციის პირველ კოეფიციენტს და  $0$  ინვარიანტული სკალის პარამეტრია. ჩვენ ვირჩევთ  $A = A_{Lan}$  სადაც  $A_{Lan}$  აღნიშნავს პერტურბაციული ბმის ფუნქციის ლანდაუს სინგულარობის შესაბამის იმპულსის მნიშვნელობას. ეს პარამეტრი ნებისმიერ გადანორმირების სქემაში გამოისახება სტანდარტული  $0$  პარამეტრით. ჩვენ გამოვიკვლიეთ ორი დისპერსიული მოდელი კვარკ-ანტიკვარკის სტატიკური  $V(Q^2)$  პოტენციალით განსაზღვრული ეფექტური მუხტისათვის

$$V(Q^2) X Z A f c_F \frac{\Gamma_V(Q^2)}{Q^2} \quad (3)$$

ეფექტური  $\Gamma_V(Q^2)$  მუხტი აკმაყოფილებს ჩელენ-ლემანის (1) წარმოდგენას. დამუშავებული იქნა სამი სხვადასხვა დისპერსიული მოდელი რომელიც ერთი მხრივ აღწერს ამ სიდიდის ცნობილ პერტურბაციულ ყოფაქცევას დიდ ენერგიებზე ნებისმიერ სასრულ რიგში და მეორე მხრივ კვარკის კონფაინმენტს დიდ მანძილებზე. პირველ ადიტიურ მოდელში ჩელენ-ლემანის წარმოდგენის სპექტრალური ფუნქცია წარმოდგენილი იქნა როგორც ორი კომპონენტის ჯამი

$$..._V (s) X_n (s_0 Z s) ..._{IR} (s) \Gamma_n (s Z s_0) ..._{LV} (s) \quad (4)$$

სადაც  $s_0$  სპექტრალური ცვლადის გამყოფი მნიშვნელობაა. სპექტრალური ფუნქციის ულტრა-ისფერი კომპონენტი გამოითვლება (2) ფორმულით შემფოთების თეორიის ნებისმიერ რიგში. ინფრაწითელი არაპერტურბაციული კომპონენტი ზოგადად შეიძლება წარმოვადგინოთ როგორც დელტა ფუნქციების ჯამი

$$\dots_{IR}(s) X_{iX} C_i u(s Z m_i^2) \quad (5)$$

ფუნქცია (5) დადებითად განსაზღვრული ნორმა და შესაბამისი მუხტის კომპონენტი სტილტიესის ფუნქციაა.

ჩვენ გავიხილავთ მოდელს მხოლოდ ერთი დელტა ფუნქციით  $\dots_{IR}(s) X c_{\dagger} u(s)$ , რომელიც აღწერს დიდ მანძილებზე წრფივად ზრდად პოტენციალს კონფიგურაციულ სივრცეში  $V(r) | \dagger r, \dagger$  სიმის დაჭიმულობის პარამეტრია, მისი რიცხვითი მნიშვნელობა ცნობილია ადრონების სპექტროსკოპიის მონაცემებიდან  $\dagger = 0.18 \text{ GeV}^2$ . უგანზომილებო კოეფიციენტი  $c_{\dagger}$  გამოისახება ფარდობით  $\dagger / \sigma_{Lan}^2$ . ფორმულა (4)-ის გათვალისწინებით ეფექტური მუხტისათვის ნებისმიერ რიგში გვაქვს ადიტიური წარმოდგენა:

$$r_V(Q^2) X r_{V,IR}(Q^2) \Gamma r_{V,UV}(Q^2)$$

პირველი ინფრაწითელი კომპონენტი დომინირებს დიდ მანძილებზე და განსაზღვრავს თეორიის კონფაინმენტურ თვისებებს. მეორე კომპონენტი დომინირებს დიდ ენერგიებზე და აღადგენს რენორმჯგუფით გაუმჯობესებული შემფოთების თეორიის შედეგს. რომ არ დაირღვეს ვილსონის ოპერატორული გაშლა აუცილებელია დამატებითი შეზღუდვების მოთხოვნა მოდელური ბმის ფუნქციის ყოფაქცევაზე ულტრაიისფერ ასიმპტოტიკაში. ჩვენ მოვითხოვეთ დიდ ენერგიებზე პირველი ორი ხარისხოვნად დაცემადი წევრის შეკვეცის პირობა ნებისმიერ რიგში, რაც უზრუნველყოფს გლუონის კონდენსატის სასრულობას. ეს პირობა იძლევა განტოლებებს რომლებიც აკავშირებენ პარამეტრებს  $\dagger$  და  $A_{Lan}$ . ეფექტური მუხტის პერტურბაციული (ულტრაიისფერი) ნაწილი გამოთვლილი იქნა გადანორმირების  $\overline{MS}$  სქემაში (შესაბამისი პერტურბაციული კოეფიციენტები ცნობილია 3-მარყუჟიან მიახლოებაში  $O(r_s^4)$  რიგის ჩათვლით). მოდელი შესწავლილი იქნა თანმიმდევრულად ძირითად  $r_s$ , 1-მარყუჟიან  $r_s^2$  და 2 მარყუჟიან  $r_s^3$  რიგის შესწორებების გათვალისწინებით. გამოთვლები 3 მარყუჟიან მიახლოების შემთხვევაში პროცესშია. გამოყენებული იქნა რენორმალიზაციური ჯუფის განტოლების ზუსტი ამონახსნები ბმის ფუნქციისათვის განსაზღვრული ლამბერტის W-ფუნქციით, მიღებული მე-2 რიგში ჩემს მიერ [1-2]. 3-მარყუჟიან მიახლოებაში რენორმჯგუფის განტოლება, პადე აჯამული ბეტა ფუნქციით, ასევე ზუსტად იხსნება და გამოისახება ლამბერტის W-ფუნქციით უფრო რთული არგუმენტით. გამოთვლილი იქნა ინვარიანტული სკალის პარამეტრის რიცხვითი მნიშვნელობები  $k=1.2$  3 რიგებში. ჩვენი მივიღეთ შემდეგი შეფასება სკალის პარამეტრისთვის

$$0 \frac{\overline{MS}}{\overline{MS}} X 0.364 \text{ GeV} \text{ (პირველი რიგის მიახლოება)}$$

$$0 \frac{\overline{MS}}{\overline{MS}} X 0.408 \text{ GeV} \text{ (მე-2 რიგის მიახლოება)}$$

$$0 \frac{\overline{MS}}{\overline{MS}} X 0.287 \text{ GeV} \text{ (მე-3 რიგის მიახლოება)}$$

ამ რიცხვებს შეესაბამისება სტანდარტული პერტურბაციული  $\overline{MS}$  სქემის ბმის ფუნქციის მნიშვნელობები ტაუ-ლეპტონის მასურ სკალაზე

$$r_s^{(1)}(M_{\dagger}) X 0.440, r_s^{(2)}(M_{\dagger}) X 0.331, r_s^{(3)}(M_{\dagger}) X 0.287$$

მე-3 რიგის შედეგი უნდა შედარდეს ტაუ ლეპტონის დაშლების OPAL-კოლაბორაციის მონაცემების პერტურბაციული ანალიზით მიღებულ შედეგს  $r_s^{(4ZOPAL)}(M_{\dagger}) X 0.307 \pm 0.019$ . ჩვენი შედეგის ცთომილების გათვალისწინებით ეს შედეგები თავსებადია. ინფრაწითელი არის საზღვრის პარამეტრისათვის მივიღეთ პერტურბაციული შესწორებების მიმართ სტაბილური შედეგი  $\sim_B^{(1)} X 0.778, \text{ GeV}, \sim_B^{(2)} X 0.854, \text{ GeV}, \sim_B^{(3)} X 0.890, \text{ GeV}$ , ეს შეფასება თავსებადია ამ პარამეტრის სხვა მეთოდებით მიღებულ შეფასებებთან.

გამოთვლები მე-4 რიგის პერტურბაციული შესწორებების გათვალისწინებით პოტენციალის ამ მოდელში გრძელდება.

მე-2 მოდელში ინფრაწითელი (არაპერტურბაციული) კომპონენტი მოიცემა ფუნქციით

$$r_{V, NP}(Q^2) \propto \frac{c_{st} Q^2}{(m^2 \Gamma Q^2)^2}$$

შესაბამისი პოტენციალი კონფიგურაციულ სივრცეში შესაბამისება მიახლოებით წრფივად ზრდად პოტენციალს, ასეთი პოტენციალი აღწერს სიმის გაწყვეტის და ადრონიზაციის პროცესებს

$$V(r) \propto r \exp(Zmr)$$

შესაბამისი სპექტალური ფუნქცია ეფექტური მუხტისთვის არ არის დადებითად განსაზღვრული. გამოკვლევა გრძელდება.

მე-3 დისპერსიული (კონფაინმენტური) მოდელი  $V$  სქემის ბმის ფუნქციისათვის (ეფექტური მუხტისათვის) ჩვენ ავაგეთ პერტურბაციული რენორმ-ჯგუფის განტოლების ზუსტი ამონახსნების მოდიფიცირებით. მე-2 რიგში ამონახსნი გამოისახება ლამბერტის  $W$ -ფუნქციით [1],[2] [3]

$$r(Q^2) \propto X Z \frac{S_0}{S_1} \frac{1}{1 \Gamma W_{Z_1}(\cdot)} \text{ სადაც } \cdot = X Z \frac{1}{e b_1} \left(\frac{Q^2}{o^2}\right)^{Z_1/b_1}, b_1 X \frac{S_1}{S_0} \quad (6)$$

ბეტა-ფუნქციის კოეფიციენტები  $S_{1,2}$  დამოკიდებულია სქემაზე (ინვარიანტული სკალის პარამეტრი სქემაზეა დამოკიდებული და შესაბამისება  $V$ -სქემას). ამ ამონახსნს აქვს ლანდაუს არაფიზიკური სინგულარობა დადებით  $Q^2$  ღერძზე. შესაბამისი ანალიზური ფუნქცია (რომელიც აკმაყოფილებს ჩელენ-ლემანის წარმოდგენას) მიიღება  $Q^2$  ცვლადის წანაცვლებით.

$$x \mid x \Gamma b_1^{Z_1} \text{ სადაც } x X \frac{Q^2}{o^2} \quad (7)$$

ამ მეთოდით იყო მიღებული ცნობილი რიჩარდსონის სტატიკური პოტენციალი რომელიც პირველი რიგის მორბენალ მუხტს შესაბამისება და არ შეიცავს არაფიზიკურ სინგულარობებს.

ფორმულა (7)-ის გამოყენება (6) ფუნქციაში წანაცვლებს არაფიზიკურ სინგულარობას სათავეში.

მე-2 რიგის ბმის ფუნქციის შესაბამისი სტატიკური პოტენციალი კონფიგურაციულ სივრცეში დიდ მანძილებზე ლოგარითმულად ზრდადი ფუნქციაა და აღწერს კვარკის კონფაინმენტს

$$V(r) \mid \overline{C} \text{Log}(\sim r), r \mid \mid$$

სადაც  $\mu$  ნეისმიერი მასაა (ჩნდება განზომილებითი რეგულარიზაციის გამოყენების შედეგად), ურთიერთმოქმედების კონსტანტა  $\overline{C}$  პროპორციულია სკალის  $o_V$  პარამეტრის და უგანზომილებო ფაქტორის ნამრავლის რომელიც დამოკიდებულია ბეტა ფუნქციის  $S_{1,2}$  კოეფიციენტებზე. 2-

მარყუჟიან შემთხვევაში ინვარიანტული სკალის პარამეტრის მნიშვნელობა  $\Lambda_{\overline{MS}} = 0.327 \text{ GeV}$  გვამღევს ურთიერთმოქმედების პარამეტრისათვის შეფასებას  $\overline{C} = 0.5 \text{ GeV}$ . მე-3 რიგის მიახლოებაში გამოვიყენეთ შესაბამი პადე აჯამული ბეტა ფუნქცია. ამ შემთხვევაშიც ზუსტი ამონახსნი ბმის მუდმივასთვის გამოისახება იგივე ლამბერტის  $W$ -ფუნქციით.

თუ გამოვიყენებთ იმპულსური ცვლადის წანაცვლემას და სინგულარობას სათავეში გადავიტანთ მიიღება რეგულარული ფუნქცია რომელიც სათავეში სასრულია.

ჩვენ ასევე გამოვიყენეთ მაღალი რიგის ეფექტური მუხტის შემთხვევაში მიახლოებითი მწკრივითი ამონახსნი მიღებული ჩვენს შრომაში [4]

$$r_V^{(k)}(\sim) \propto C_n^{(k)} r_V^{(2)n}(\sim) \quad (8)$$

სადაც მე-2 რიგის ამონახსნი მოიცემა განტოლება (6)-ით. განტოლება (8)-ში გამოვიყენეთ ცვლადის წანაცვლება  $x \mid x \Gamma x_0$  სადაც  $x_0 > b_1^{b_1}$  ისე რომ სინგულარობა წანაცვლებს დროისებრ არეში და მიღებული ფუნქცია აკმაყოფილებს ჩელენ-ლემანის ანალიზურობას. ამ დისპერსიული მოდელის გამოკვლევას ვაგრძელებ.

გამოკვლევების საფუძველზე მომზადებული იქნება ორი სტატია.

5) სასრულ განზომილებიან კვანტურ სისტემისთვის შესწავლილია მდგომარეობის “არაკლასიკურობის” ინდიკატორი მისი დამოკიდებულების შეფასების საფუძველზე კლასიკური მდგომარეობების სიმრავლიდან.

6) ძლიერად ურთიერთქმედი ველისთვის ფარგლებში შესწავლილია არარელატივისტური ნაწილაკის სკალარულ ველთან ურთიერთქმედების 2 - განზომილებიანი მოდელი. კვლევის მიზანია ამ მოდელში ველის კლასიკური განტოლებების სივრცულად ლოკალიზებული ამოხსნების კვანტური ყოფაქცევის შესწავლა ძლიერი ურთიერთქმედების ზღვარში. კერძოდ, ურთიერთქმედი სისტემის ძირითადი და აგზნებული მდგომარეობის შესწავლა, აგრეთვე S-მატრიცის გამოსახულების მიღება გარკვეულ მიახლოებაში. ამოცანის შესწავლის მიზნით გამოყენებულია კოლექტიური კოორდინატების მეთოდი, რომელიც საშუალებას იძლევა ცხადად აღვწეროთ ურთიერთქმედების დამახასიათებელი სიდიდის, კერძოდ ურთიერთქმედი სისტემის სრული იმპულსის, მუდმივობის კანონის და გავითვალისწინოთ ნებისმიერ მიახლოებაში. ლოკალური კოორდინატების მეთოდი გულისხმობს თეორიაში დინამიურ ცვლადების სახით სისტემის სიმეტრიის ჯგუფის პარამეტრების შემოტანას. ეს უკანასკნელი კი იწვევს ლაგრანჟის ფუნქციის სინგულარობას. მისი გათვალისწინება განხორციელებულია დირაკის განზოგადოებული ჰამილტონიანის მეთოდის მეშვეობით. ჰამილტონის ფუნქცია გაშლილია ურთიერთქმედების მუდმივას უკუხარისხებად ისე, რომ იმპულსის მუდმივობის კანონს აკმაყოფილებს მიღებული შეშვოთების თეორიის ნებისმიერი რიგი. მწკრივის ნულოვანი მიახლოება ემთხვევა თეორიის კლასიკურ განტოლებებს. მიღებულია განტოლებების ფორმალური ამოხსნები. გამოთვლილია კალსიკური ენერგია. ურთიერთქმედების მუდმივას ნულოვანი ხარისხის მიახლოებაში გამოთვლილია პოტენციალური ბარიერში გაჟონვის, ასევე ბარიერიდან არეკვლის კოეფიციენტები. ამავე მიახლოებაში მიღებულის S-მატრიცის გამოსახულება, რისთვისაც გამოყენებულის ტრაექტორიებით ინტეგრების ფეინმანისეული მეთოდი ჰოლომორფულ წარმოდგენაში.

**II. სამეცნიერო საგრანტო პროექტები (სამამულო დაფინანსებით):**

**ბ) გარდამავალი (ანოტაცია - მხოლოდ საანგარიშო წელს შესრულებულ სამუშაოს):**

№	თემის დასახელება	დამფინანსებელი	წამყვანი ორგანიზაცია	მონაწ. რაოდენობა	მონაწილენი ამ სტრუქტურიდან
1	S-მატრიცის მაგენერირებელი ფუნქციონალი ინტეგრებად ველის კვანტურ თეორიებში, FR-23-17899	შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	თბილისის თავისუფალი უნივერსიტეტი	4	1 გ. ჯორჯაძე
2	კლასიკური ამონახსნების ასპექტები ევკლიდურ კვანტურ გრაფიტაციაში, FR-21-860	შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი	3	1 გ. ლავრელაშვილი (პროექტის ხელმძღვანელი)
3	რენორმალიზაციის ჯგუფი, ყალიბრული ინვარიანტობა და დენები ეფექტური	შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდი	ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი	2	1 ა. კვინიხიძე

ველის თეორიაში, FR-23-856	ფონდი	უნივერსიტეტი		
------------------------------	-------	--------------	--	--

*ანოტაცია*

- პროექტის მიზანია S-მარტიცის გამოკვლევა ველის თეორიის ინტეგრებად მოდელეებში. კერძოდ, ჩვენ გამოვიკვლევთ S-მარტიცის წარმოდგენას ფუნქციონალური ინტეგრალით ლიუვილის და ტოდა თეორეებში,  $SL(2,R)/U(1)$  შავი ხვრელის მოდელში და შევისწავლით ამ სქემის შესაძლო განზოგადებას ველის თეორიებზე მინკოვსკის სივრცეში.
- როგორც რამდენიმე ხნის წინ გილინგსმა და სტრომინგერმა (GS) დაადგინეს,, აქსიონს შეუძლია ვორმჰოლის გეომეტრიის მხარდაჭერა უმასო დილატონის თანდასწრებით, სანამ დილატონის ბმა რჩება კრიტიკულ მნიშვნელობაზე ქვემოთ. ჩვენ აღმოვაჩინეთ, რომ როდესაც დილატონი ხდება მასიური, ამონახსნების სიმრავლე საგრძნობლად იზრდება: არა მხოლოდ ამონახსნები არსებობს ბმის კრიტიკულ მნიშვნელობაზე მაღლა, არამედ ჩნდება ამონახსნების ახალი შტოები გეომეტრიაში რამდენიმე მინიმუმით. ყველა ეს განზოგადებული GS-ის მსგავსი ამონახსნები ფლობს შემდეგ თვისებას: ისინი იწვევენ ჩვილობრივი სამყაროების დაბადებას, რომლებიც მინკოვსკის სივრცეში ანალიზური გაგრძელებების მერე იკუმშვებიან. ჩვენ ვაჩვენებთ, რომ გარდა ამისა, არსებობს ამონახსნების ოჯახები, რომლებიც, იწვევენ ჩვილობრივი სამყაროების დაბადებას, რომლებიც მინკოვსკის სივრცეში ანალიზური გაგრძელებების მერე ფართოვდებიან. აქსიონ-დილატონის ვორმჰოლების ოჯახების საინტერესო თვისება ის არის, რომ მათი ევკლიდური ქმედება ხშირად მცირდება, როდესაც ამონახსნები იძენენ დამატებით ოსცილაციებს ველეებში. როდესაც ჩვენ ვცვლით დილატონს ჩვეულებრივი სკალარული ველით სიმეტრიული პოტენციალით, აღმოვაჩინეთ ვორმჰოლების ანალოგიურ ოჯახებს, რომლებიც აჩენენ გაფართოებდ ჩვილობრივ სამყაროებს. ამჯერად ევკლიდეს ქმედებას აქვს მოსალოდნელი ქცევა, რომელიც იზრდება ველეებში ოსცილაციების რაოდენობასთან ერთად, თუმცა ის ასევე შეიცავს დამაბნეველ ასპექტს იმით, რომ ზოგიერთ ამონახსნს აქვს უარყოფითი ქმედება.  
აგრეთვე შევისწავლეთ ვორმჰოლების სტაბილობის საკითხი წრფივი შემოფოთებების მიმართ. უარყოფითი მოდის პრობლემის გამო ამ ეტაპზე ეს შესაძლებელი გახდა მხოლოდ ვორმჰოლების გარკვეული კლასისათვის.
- რენორმალიზაცია და რენორმალიზაციის ჯგუფი მნიშვნელოვან როლს თამაშობს ველის კვანტურ თეორიაში (და არა მხოლოდ ფიზიკაში), მისი როგორც დღევანდელი კორექტული ფუნდამენტური თეორიის დაფუძნებაში. გადანორმვა ახდენს უვნებელყოფას სინგულარობებისა, რომლებიც თავდაპირველად ეჭვის ქვეშ აყენებდა თვით ველის კვანტური თეორიის არსებობას. ფიზიკური სიდიდეებიდან ზემოთ აღნიშნული განშლადობების მოშორება ხდება თეორიის საწყის პარამეტრებში ამ განშლადობების შთანთქმით. ეს პროცედურა, რომელიც გადანომრვის სახელითაა ცნობილი, ტოვებს ხელახლად განმარტებული (გადანომრილი) პარამეტრების სასრული ნაწილების არჩევანის თავისუფლებას. ფიზიკური სიდიდეების ზუსტი გამოსახულებები ამ თავისუფალი ნაწილაკების არჩევის წესზე არაა დამოკიდებული. მეორეს მხრივ, მიახლოებითი გამოთვლების შედეგად მიღებული მწკრივების კრებადობა ხშირად სწორედ ამ არჩევანის სწორი გაკეთებითაა განპირობებული. სხვა და სხვა სიდიდეების დამოკიდებულება გადანომრვის სქემის არჩევაზე კონტროლდება რენორმ-ჯგუფის განტოლებებით. მოცემული პროექტის ფარგლებში შემოთავაზებულია ძლიერი ურთიერთქმედების ეფექტური ველის თეორიის რენორმ-ჯგუფის პარამეტრების მრავალგანზომილებიანი სივრცის შესწავლა. ამ შესწავლის მოზანია რამდენიმე ნაწილაკის სექტორში შემოფოთების თეორიის ორგანიზაციის მეთოდის ე. წ. ხარისხების თვლის წესის, საუკეთესო რეჟიმის დადგენა. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, შემოფოთების მწკრივების კრებადობა და შესაბამისად ხარისხების თვლის წესი არსებითად არის დამოკიდებული გადანომრვის სქემის არჩევაზე. იგეგმება აღნიშნული საკითხების შესწავლა მხოლოდ ნუკლონებისა და პიონების ეფექტური ველის თეორიების ფარგლებში. პირველ შემთხვევაში რენორმ-ჯგუფის განტოლებების ანალიზურად ამოხსნადობაა მოსალოდნელი. ეს შესაძლებლობას მოგვცემს შევისწავლოთ ხარისხების თვლის წესები სუსტად

ბმული ბირთვული სისტემებისათვის და ასევე პროცესებისათვის ელექტრომაგნიტური დენების მონაწილეობით. ნუკლონებისა და პიონების ეფექტური ველის თეორიაში ანალიზური შედეგების მოღება როგორც წესი ვერ ხერხდება და ამიტომ ინტეგრალური და დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნის რიცხვითი მეთოდების გამოყენება იქნება საჭირო.

### III. სამეცნიერო პუბლიკაციები:

#### დ) პუბლიკაციები უცხოეთში:

##### სტატია:

№	ავტორი	სათაური	სამეცნ. ორგანო	გამოც. ადგილი და კოდი	გვერდ. რაოდენობა	თანაავტორობა
1	A. Khvedelidze	On the nonclassicality distance indicator of qudits	Phys. Part. Nuclei 55, 591–593 (2024)	Springer, <a href="https://doi.org/10.1134/S1063779624030493">https://doi.org/10.1134/S1063779624030493</a>	3	A. Torosyan
2	A. Kvinikhidze	Exact Unified Tetraquark Equations	ჟურნალი Few Body Syst. 65 (2024 ) 2, 59	Springer Viena, ავსტრია <a href="https://doi.org/10.48550/arXiv.2404.12409">https://doi.org/10.48550/arXiv.2404.12409</a>	15	B. Blankleider
3	G. Lavrelashvili	Stability of axion-dilaton wormholes	Phys. Rev. D109 (2024) no.8, 086022	USA, <a href="https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.109.086022">https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.109.086022</a>	15	C. Jonas, J.L.Lehners
4	G. Lavrelashvili	New Euclidean axion wormholes	PoS ICPPCRubakov2023, 455 (2024), 003	Italy, <a href="https://pos.sissa.it/455/003">https://pos.sissa.it/455/003</a>	15	

##### ანოტაცია

1. განხილულია მდგომარეობის არაკლასიკურობის მანძილის ინდიკატორი სასრულ განზომილებიან კვანტურ სისტემებში, რომელიც აფასებს მდგომარეობის არაკლასიკურობას „კლასიკური მდგომარეობების“ სიმრავლისგან დაშორებით. ეს უკანასკნელი იდენტიფიცირებულია იმ მდგომარეობებთან, რომელთა ვიგნერის ფუნქცია არაუარყოფითია. შემოღებულია ვიგნერის ფუნქციის შესაბამისი პოზიტიურობის პოლიტოპი qudit საკუთრივ მნიშვნელობების სიმპლექსში და

მიღებულია არაკლასიკურობის მანძილის ინდიკატორის წარმოდგენა, როგორც უბან-უბან განსაზღვრული ფუნქცია. შედეგები ილუსტრირებულია qutrit-ის შემთხვევის გამოყენებით.

2. გამოყვანილია ზუსტი განტოლებათა კრებული ეგზოტიკული ნაწილაკების ასაღწერად, რომლებიც ერთდროულად იმყოფებიან ორ- და სამ-ნაწილაკოვან მდგომარეობაში. ერთ-ერთ შედეგად მოვახდინედ ორი ცნობილი დამოუკიდებელი მიდგომის უნიფიცირება.

წარმოდგენილია დროზე დამოუკიდებელი შემფოთების თეორიის ახალი გამოყვანა რომელიც გაცილებით მოკლეა ვიდრე მოყვანილი ყველა თანამედროვე სახელმძღვანელოებში, ამიტომ უფრო ადვილი იქნება სტუდენტებისთვის ასათვისებლად.

3-4. შესწავლილია ორი თეორია: აქსიონური გრავიტაცია სკალარული ველით რომელსაც გააჩნია სიმეტრიული პოტენციალი და აქსიონური გრავიტაცია მასიური დილატონული ველით. ორივე თეორიაში ნაპოვნია ახალი ვორმჰოლების ამონახსნები. შესწავლილია მათი სტაბილობა წრფივი (მცირე) შემფოთებების მიმართ.

**IV. სამეცნიერო ფორუმებში მონაწილეობა:**

**ა) საქართველოში:**

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	G.Lavrelashvili	New type of Euclidean wormhole solutions	“ENHANCING THE GOOD PRACTICES”, Knowledge dissemination and capitalization of results in the framework of Georgia’s Researchers’ Mobility Programme (GRMP)	Feb. 21-22, 2024, Tbilisi	

**ბ) უცხოეთში:**

№	ავტორი	სათაური	ფორუმის დასახელება	დრო და ადგილი	თანაავტორობა
1	A.Khvedelidze	On multidimensional analogs of Euler (Tait-Bryan) angles and Grassmannians	Polynomial Computer Algebra 2024	April 15-20, 2024, Euler International Mathematical Institute, St. Petersburg	
2	A.Khvedelidze	Parameterizing the entanglement body of a qubit pair	Mathematical Modeling and Computational Physics	20–25 Oct 2024 Yerevan, Armenia	
3	G.Lavrelashvili	Euclidean Axion	ICTP HECAP	Aug. 27, 2024,	



		Wormholes and Their Stability	Seminar	Trieste, Italy	
--	--	-------------------------------	---------	----------------	--

**V. სხვა აქტივობები:**

**სამეცნიერო ვიზიტები საზღვარგარეთ:**

**გ. ლავრელაშვილი:**

- Jan 1 - Apr 11, 2024, AEI, Potsdam, Germany
- March 7-27, 2024, CERN
- Aug 18-29, 2024, ICTP, Trieste, Italy
- Dec 14 - 31, 2024, AEI, Potsdam, Germany



გამოქვეყნებული და გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები

2024 წელს გამოქვეყნებული ნაშრომები

(\*-ით აღნიშნულია იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში გამოყვეყნებული ნაშრომები)

მონოგრაფია/წიგნი/სახელმძღვანელო

1. ა. კირთაძე, ლებეგის ზომა და ინტეგრალი. გამომცემლობა „უნივერსალი“, თბილისი, 2024, 576 გვ.; ISBN 978-9941-33-903-5
2. A. Kharazishvili, Introduction to Combinatorial Methods in Geometry, Chapman and Hall/ CRC Press, 2024. <https://www.routledge.com/Introduction-to-Combinatorial-Methods-in-Geometry/Kharazishvili/p/book/9781032594705>
3. V. Kokilashvili, A. Meskhi, H. Rafeiro, S. Samko, Integral Operators in Non-Standard Function Spaces. Volume 3: Advances in Grand Function Spaces. Operator Theory: Advances and Applications, 298. Birkhäuser/Springer, Cham, 2024. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-031-64983-7>
4. ო. ფურთუხია, ალბათურ-სტატისტიკური ამოცანები. თსუ-ს გამომცემლობა, 2024, 582 გვ.; ISBN 978-9941-36-246-0
5. ო. ძაგნიძე, ფურიეს ერთგანზომილებიანი მწკრივები ერთი და ორი ცვლადის ფუნქციებისთვის. თსუ-ს გამომცემლობა, 2024, 378 გვ.; ISBN 978-9941-36-121-0

სტატიები

1. \*S. Adam-Day, N. Bezhanishvili, D. Gabelaia, V. Marra, Polyhedral completeness of intermediate logics: the nerve criterion. *J. Symb. Log.* **89** (2024), no. 1, 342-382; <https://doi.org/10.1017/jsl.2022.76>
2. \*A. Al-Rawashdeh, B. Mesablishvili, On Amitsur cohomology of monads. *J. Algebra Appl.* **24** (2025), no. 2, Paper No. 2550053; <https://doi.org/10.1142/S0219498825500537>
3. M. Ashordia, Criterion for the existence of bounded solutions on the real axis  $\mathbb{R}$  of linear systems of ordinary differential equations. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 2, 311-316, <https://rmi.tsu.ge/transactions/TRMI-volumes/178-2/178-2.htm>
4. \*M. Bakuradze, Polynomial generators of  $\mathbb{M}^{1/2}$  related to classifying maps of certain formal group laws. *Homology Homotopy Appl.* **26** (2024), no. 1, 1--14.
5. M. Bakuradze, Complex cobordism modulo spherical cobordism. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 3, 529-531, <https://rmi.tsu.ge/transactions/TRMI-volumes/178-3/178-3.htm>
6. V. Berikashvili, V. Jokhadze, E. Namgalauri, O. Purtukhia, On Martingale representations of non-smooth Brownian functionals. *J. Math. Sci. (N.Y.)* **280** (2024), no. 3, 480-487. <https://doi.org/10.1007/s10958-024-07128-7>
7. N. Bezhanishvili, L. Bussi, V. Ciancia, D. Fernandez-Duque, D. Gabelaia, Logics of polyhedral reachability. In: *Advances in Modal Logic*, Volume 15 (A. Ciabattoni, D. Gabelaia, I. Sedlár, Eds.), pp. 187-204, College Publications, London, 2024.
8. N. Bezhanishvili, V. Ciancia, D. Gabelaia, M. Jibladze, D. Latella, M. Massink, E. P. de Vink, Weak simplicial bisimilarity for polyhedral models and  $\text{SLCS}_{\eta}$ . In: Castiglioni, V., Francalanza, A. (eds) *Formal Techniques for Distributed Objects, Components, and Systems. FORTE 2024*, pp. 20-38. Lecture Notes in Computer Science, vol 14678. Springer, Cham, 2024; [https://doi.org/10.1007/978-3-031-62645-6\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-031-62645-6_2)

9. T. Bibilashvili, **S. Kharibegashvili**, On the solvability of the boundary value problem for one class of higher – order nonlinear hyperbolic systems. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 2, 317-319, <https://rmi.tsu.ge/transactions/TRMI-volumes/178-2/178-2.htm>.
10. \*B. Blankleider, **A. N. Kvinikhidze**, Exact unified tetraquark equations. *Few-Body Syst.* **65** (2024), Article no. 59, 15 pp.; <https://doi.org/10.1007/s00601-024-01927-z>
11. **T. Buchukuri, R. Duduchava**, G. Tephnadze, M. Tsaava,  $\Gamma$ -convergence for the bi-Laplace-Beltrami equation on hypersurfaces. *Extended abstracts 2021/2022 – Methusalem lectures*, 75-85, Trends Math., Res. Perspect. Ghent Anal. PDE Cent., 3, *Birkhäuser/Springer, Cham*, 2024; [https://doi.org/10.1007/978-3-031-48579-4\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-031-48579-4_8)
12. D. Cardona, **R. Duduchava**, A. Hendrix, M. Ruzhansky, Generic Bessel Potential Spaces on Lie Groups. *Tbilisi analysis and PDE seminar*, 43--54, Trends Math., 7, Res. Perspect. Ghent Anal. PDE Cent., 7, *Birkhäuser/Springer, Cham*, 2024; [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-62894-8\\_5](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-62894-8_5)
13. \*J. M. J. M. Casas, **E. Khmaladze**, M. Ladra, Notes on Leibniz  $n$ -algebras. *J. Geom. Phys.* **195** (2024), Paper No. 105035, 11 pp. ; <https://doi.org/10.1016/j.geomphys.2023.105035>
14. \*J. M. Casas, **E. Khmaladze**, M. Ladra, Wells-type exact sequence and crossed extensions of algebras with bracket. *Forum Math.* **36** (2024), no. 6, 1565-1584; <https://doi.org/10.1515/forum-2023-0355>
15. \***G. Chkadua**, E. Shargorodsky, Asymptotic analysis of fundamental solutions of hypoelliptic operators. *Georgian Math. J.* **31** (2024), no. 2, 205-228; <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2072>
16. **O. Chkadua**, A. Danelia, Thermo-elastic and thermo-piezo-elastic interaction crack type boundary-transmission problems with regard to the microrotation. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 1, 27-44.
17. **O. Chkadua**, A. Toloraia, Mixed type transmission dynamical problems with interior cracks of the thermo-piezo-electricity theory without energy dissipation. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.* **92** (2024), 69-90.
18. V. Dashu, **N. Inassaridze**, Machine Learning in Financial Data Analysis and Forecasting, *Bull. Georgian Acad. Sci.* **18** (2024), no. 3, 36-41; <http://science.org.ge/bnas/vol-18-3.html>
19. \***T. Datuashvili**, O. Mucuk, N. Alemdar, T. Sahan, From cssc-crossed modules to categorical groups. *Adv. Stud.: Euro-Tbil. Math. J.* **17** (2024), no. 3, 1-24. DOI: 10.32513/asetmj/1932200824026
20. **R. Duduchava**, Laplace-Beltrami equation on Lipschitz hypersurfaces in the generic Bessel potential spaces. *Extended abstracts 2021/2022 – Methusalem lectures*, 105-115, Trends Math., Res. Perspect. Ghent Anal. PDE Cent., 3, *Birkhäuser/Springer, Cham*, 2024; [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-48579-4\\_11](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-48579-4_11).
21. **R. Duduchava**, M. Tsaava, M Tutberidze., Mixed Boundary Value Problem for the Helmholtz Equation in a Model 2D Double Angular Domain. *Women in analysis and PDE*, 153--162, Trends Math., Res. Perspect. Ghent Anal. PDE Cent., 5, *Birkhäuser/Springer, Cham*, [2024], ©2024. [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-57005-6\\_17](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-57005-6_17)
22. \***O. Dzagnidze**, I. Tsivtsivadze, Schwarz gradients and differentiability for functions of two variables. *Real Anal. Exchange* **49** (2024), no. 1, 155-174; <https://doi.org/10.14321/realanalexch.49.1.1685750461>
23. \*D. E. Edmunds, D. Makharadze, **A. Meskhi**, Embeddings and related topics in grand variable exponent Hajlasz-Morrey-Sobolev spaces. *Math. Inequal. Appl.* **27** (2024), no. 1, 201-217; doi: [10.7153/mia-2024-27-16](https://doi.org/10.7153/mia-2024-27-16)
24. D. Edmunds, **A. Meskhi**, On the weighted Rellich-Sobolev and Hardy-Sobolev inequalities in variable exponent lebesgue spaces. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 1, 155-159.
25. **A. Elashvili, M. Jibladze**, Computing with the stratification of the nullcone for  $\text{spin}_{15}$ . *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 3, 393-431, <https://rmi.tsu.ge/transactions/TRMI-volumes/178-3/178-3.htm>
26. **A. Elashvili, M. Jibladze**, G. Khimshiashvili, Remarks on invertible binomial singularities. *Bull. Georgian Natl. Acad. Sci. (N.S.)* **18** (2024), no. 1, 7-16.

27. **L. Ephremidze**, A numerical algorithm for matrix spectral factorization on the real line. In: Rogosin S. (ed.) *Analysis without Borders*. Dedicated to Ilya Spitkovsky in occasion of his 70th anniversary, *Springer Nature, Cham*, 2024; <https://arxiv.org/abs/2402.06381>
28. \***L. Ephremidze**, G. Mishuris, I. Spitkovsky, On the exact spectral factorization of rational matrix functions with applications to paraunitary filter banks. *J. Fourier Anal. Appl.* **30** (2024), no. 4, Paper No. 43, 24 pp. <https://doi.org/10.1007/s00041-024-10100-3>
29. **L. Ephremidze**, I. Spitkovsky, Random generator of orthogonal matrices in finite fields. In: *Proceedings of the Conference Future of Information and Communication – FICC-2024, Vol. 2*, 290-300, Lecture Notes in Networks and Systems, 920, *Springer*, 2024; [https://doi.org/10.1007/978-3-031-53963-3\\_20](https://doi.org/10.1007/978-3-031-53963-3_20).
30. **E. Gordadze**, **A. Meskhi**, M. A. Ragusa, On some extrapolation in generalized grand Morrey spaces with applications to PDEs. *Electron. Res. Arch.* **32** (2024), no. 1, 551-564; doi: [10.3934/era.2024027](https://doi.org/10.3934/era.2024027)
31. **G. Imerlishvili**, **A. Meskhi**, M. A. Ragusa, One-sided potentials in weighted central Morrey spaces. *J. Math. Sci. (N.Y.)* **280** (2024), no. 3, 374-384; <https://doi.org/10.1007/s10958-024-06997-2>
32. \***O. M. Jokhadze**, **S. S. Kharinegashvili**, Solution of some problems for the string vibration equation in a half-strip by quadratures. *Differ. Equ.* **60** (2024), no. 2, 169-179; <https://doi.org/10.1134/S0012266124020034>.
33. **O. Jokhadze**, **S. Kharibegashvili**, Dirichlet boundary value problem for the inhomogeneous equation of string oscillation in a square. *Reports of QUALITDE* **3** (2024), 107-111.
34. \*C. Jonas, **G. Lavrelashvili**, J.-L. Lehnars, Stability of axion-dilaton wormholes. *Phys. Rev. D* **109** (2024), no. 8, Paper no. 086022, 15pp.; <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.109.086022>
35. **T. Kadeishvili**, Berikashvili's functor  $D$  for homotopy  $G$ -algebras. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 3, 477-487.
36. **G. Kapanadze**, **L. Gogolauri**, On one problem for a viscoelastic quadrangular plate (rhombus) with a circular hole. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 2, 231-236.
37. \***A. Kharazishvili**, Quasi-invariant measures on topological groups and  $\omega$ -powers. *Georgian Math. J.* **31** (2024), no. 1, 69-78; <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2073>
38. \***A. Kharazishvili**, Almost measurable functions on probability spaces. *Georgian Math. J.* **31** (2024), no. 5, 813--818. <https://doi.org/10.1515/gmj-2023-2120>
39. **A. Kharazishvili**, On uniform sets in Euclidean space  $\mathbb{R}^m$  and  $G$ -volumes. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 1, 161-163.
40. **A. Kharazishvili**, On some version of measurable uniformizations of plane sets. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 2, 321-323, <https://rmi.tsu.ge/transactions/TRMI-volumes/178-2/178-2.htm>
41. **A. Kharazishvili**, On some finite systems of vectors in the Euclidean plane. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 2, 325-329, <https://rmi.tsu.ge/transactions/TRMI-volumes/178-2/178-2.htm>
42. **S. Kharibegashvili**, Antiperiodic in time boundary value problem for one class of nonlinear higher-order partial differential equations. *Reports of QUALITDE* **3** (2024), 129-132.
43. \***S. S. Kharibegashvili**, B. G. Midodashvili, On the solvability of a boundary value problem for one class of nonlinear systems of high-order partial differential equations. (Russian) *Math. Sb.* **215** (2024), no. 6, 131-150 (in (Russian); translation in *Sb. Math.* **215** (2024), no. 6, 841-860; <https://doi.org/10.4213/sm10029e>
44. **E. Khmaladze**, Extensibility for derivations of abelian extensions of Leibniz  $n$ -algebras and Wells exact sequence. *Adv. Stud.: Euro-Tbil. Math. J.* **17** (2024), no. 3, 79-91.
45. \***A. Khvedelidze**, A. Torosyan, On the nonclassicality distance indicator of qudits. *Phys. Part. Nuclei* **55** (2024), 591-593; <https://doi.org/10.1134/S1063779624030493>
46. **I. Kiguradze**, On Two-Point Boundary Value Problems for Higher Order Singular Advanced Differential Equations. *Reports of QUALITDE* **3** (2024), 133-137.
47. **S. Kukudzhyanov**, The influence of boundary conditions of rigid fastening on the dynamical thermostability of shells of revolution, with an elastic filler. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 2, 237-245.

48. \*G. Lavrelashvili, New Euclidean axion wormholes. *PoS ICPPCRubakov2023* **455** (2024), 003, 15pp.; <https://pos.sissa.it/455/003>.
49. \*V. Lomadze, Continuous dependence of linear differential systems on polynomial matrices. *IMA J. Math. Control Inform.* **41** (2024), no. 3, 458-477.
50. \*V. Lomadze, Degeneration phenomenon in linear ordinary differential equations. *Georgian Math. J.* **31** (2024), no. 6, 999-1009.
51. M. Mania, R. Tevzadze, B. Chikvinidze, Black-Scholes model and martingale functions of a brownian motion. *Materials of the Conference: Applications of Stochastic Processes and Mathematical Statistics to Financial Economics and Social Sciences IX*, 20-21 November, 2024, volume 9, 6 pp.
52. A. Meskhi, Extrapolation in new weighted grand Morrey spaces beyond the Muckenhoupt classes. *J. Math. Anal. Appl.* **529** (2024), no. 2, Paper no. 127181, 18 pp.; <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2023.127181>
53. A. Meskhi, Extrapolation in grand Banach function spaces and applications. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 1, 165-169.
54. A. Meskhi, Boundedness criteria for linear and multilinear fractional integral operators in Lorentz spaces. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 2, 331-333.
55. A. Meskhi, L. Natelashvili, Boundedness criteria for linear and multilinear fractional integral operators in Lorentz spaces. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 2, 331-333.
56. \*A. Meskhi, H. Rafeiro, T. Tsanova, Predual space and Calderón construction for grand weighted Morrey spaces, and some applications. *Bol. Soc. Mat. Mex. (3)* **30** (2024), no. 2, Paper no. 47, 16 pp.; <https://doi.org/10.1007/s40590-024-00607-6>
57. B. Mesabliashvili, About simultaneously reflective and coreflective subcategories of functor categories. *Adv. Stud.: Euro-Tbil. Math. J.* **17** (2024), no. 3, 101-111; DOI: 10.32513/asetmj/1932200824032
58. G. Nadareishvili, Relative Homological Algebra for Bivariant K-Theory. *Functor categories, model theory, algebraic analysis and constructive methods*, 117-132, Springer Proc. Math. Stat., 450, Springer, Cham, 2024; [https://doi.org/10.1007/978-3-031-53063-0\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-031-53063-0_4)
59. N. Partsvania, Initial value problem on an infinite interval for first order advanced differential equations, *Reports of QUALITDE* **3** (2024), 221-226.
60. \*T. Pirashvili, Idempotents in nilpotent quotients and triangulated categories. *J. Pure Appl. Algebra* **228** (2024), no. 12, Paper no. 107755, 5pp.; <https://doi.org/10.1016/j.jpaa.2024.107755>
61. O. Purtukhia, Enhancing tail risk measurement: a practical approach to managing model risk of tail risk. *Bull. TICMI* **28** (2024), no. 2, 65-71, <https://www.emis.de/journals/TICMI>.
62. O. Purtukhia, E. Namgalauri, Constructive stochastic integral representation of some path-dependent Brownian functional. *Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math.* **38** (2024), 62-65; [https://www.viam.science.tsu.ge/enl\\_ses/vol38.htm](https://www.viam.science.tsu.ge/enl_ses/vol38.htm).
63. O. Purtukhia, V. Jokhadze, Explicit integral representation of path-dependent Brownian functionals, *Proceedings of the 23<sup>rd</sup> International Conference named after A. F. Terpugov* (2024 October, 20-26, Karshi, Uzbekistan). Tomsk State University Publishing, pp. 420-425 (2024) <https://cloud.mail.ru/stock/6P36zW5JAp794kd3cLsjLgsx>
64. S. Saneblidze, On the  $L_{\infty}$ -bialgebra structure of the rational homotopy groups  $\pi_{*}(\Omega \Sigma Y) \otimes \mathbb{Q}$ . *Trans. A. Razmadze Math. Inst. Bakuradz* **178** (2024), no. 3, 489-494.
65. \*N. Shavlakadze, Ts. Jamaspishvili, The singular integro-differential equations and its applications in the contact problems of elasticity theory. *Math. Methods Appl. Sci.* **47** (2024), no. 13, 11287—11298; <https://doi.org/10.1002/mma.7493>
66. N. Shavlakadze, G. Kekelia, The boundary-contact problem of dynamical viscoelasticity. ISSN 2346-8092; *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 3, 495-502.
67. Sh. Tetunashvili, T. Tetunashvili, On universal functions representing certain classes of functions. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **178** (2024), no. 2, 341-343.
68. T. Toronjadze, Characterization of variance optimal equivalent local martingale measure and stochastic volatility model with small diffusion coefficient. *Materials of the Conference: Applications of Stochastic*



69. **D. Zangurashvili**, Effective codescent morphisms of  $n$ -quasigroups and  $n$ -loops. *Adv. Stud.: Euro-Tbil. Math. J.* **17** (2024), no. 3, 53-62; <https://arxiv.org/abs/2403.19187>

### 2024 წელს “online” გამოქვეყნებული სტატიები

1. S. Adam-Day, N. Bezhanishvili, **D. Gabelaia**, V. Marra, The intermediate logic of convex polyhedral. *Ann. Pure Appl. Logic*, 2024; <https://doi.org/10.48550/arXiv.2307.16600>.
2. N. Bezhanishvili, L. Bussi, V. Ciancia, D. Fernández-Duque, **D. Gabelaia**, Logics of polyhedral reachability. Preprint, 2024; <https://doi.org/10.48550/arXiv.2406.16056>
3. \***T. Buchukuri**, **O. Chkadua**, D. Natroshvili, Dynamical mixed boundary-transmission problems of the generalized thermo-electro-magneto-elasticity theory for composed structures. *Georgian Math. J.* (2024), <https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2051>
4. D. Cardona, **R. Duduchava**, A. Hendrix, M. Ruzhansky, Global pseudo-differential operators on the Lie group  $G = (-1,1)^n$ . *Integral Equations Oper. Theory*, 2024; <https://arxiv.org/abs/2209.09751>
5. \***D. Edmunds**, **A. Meskhi**, Weighted Rellich and Hardy inequalities in  $L^{p(\cdot)}$  spaces. *Georgian Math. J.* (2024); <https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2053>
6. \***L. Ephremidze**, Algorithm for spectral factorization of polynomial matrices on the real line. *Adv. Oper. Theory* **10** (2025), no. 1, Paper No. 17.
7. **M. Jibladze**, **E. Kuznetsov**, An explicit Kuznetsov-Muravitsky enrichment. *Ann. Pure Appl. Logic*, 2024; <https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.13802>
8. \***D. Kapanadze**, E. Pesetskaya, Wave propagation on hexagonal lattices. *Georgian Math. J.* (2024); <https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2035>.
9. \***A. Kharazishvili**, A Mazurkiewicz set containing the graph of a Sierpiński–Zygmund function, *Georgian Math. J.* (2024); <https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2023>
10. \***S. Kharibegashvili**, B. Midodashvili, Time-antiperiodic and space-periodic boundary value problem for one semilinear partial differential equations. *Georgian Math. J.* (2024); <https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2046>.
11. \***E. Khmaladze**, M. Ladra,  $q$ -Crossed modules and  $q$ -capability of Lie algebras. *Algebra Appl.*, 2024; <https://doi.org/10.1142/S0219498825501233>
12. **E. Kuznetsov**, Etale algebras over finite Heyting algebras. *Appl. Categ. Struct.*, 2024. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2410.23442>
13. R. Meyer, **G. Nadareishvili**, A universal coefficient theorem for actions of finite groups on  $\mathbb{C}^*$ -algebras. *J. Math. Sci., Tokyo* (submitted); <https://arxiv.org/abs/2406.11787> (online)
14. \***D. Zangurashvili**, The binary products of algebras with genetic realization. *Georgian Math. J.* (2024); <https://doi.org/10.1515/gmj-2024-2060>.

### 2024 წელს გამოსაქვეყნებლად მიღებული სტატიები

1. **T. Buchukuri**, Pseudo-oscillation equation of heat transfer in thin plates. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.*, 2024 (accepted).
2. \***J. M. Casas**, **E. Khmaladze** and M. Ladra, A non-abelian tensor product of algebras with bracket, *Haceteppe J. of Mathematics and Statistics* (accepted, 2024). <https://arxiv.org/abs/2407.09158>
3. \***D. Kapanadze**, Z. Vashakidze, Propagation of waves from finite sources arranged in line segments within an infinite triangular lattice. *Georgian Math. J.* (accepted); <https://arxiv.org/abs/2405.18806>

4. **M. Mania**, R. Tevzadze, Martingale functions of a Brownian Motion and their relation with general solutions of several functional equations. In: *Chapter in the Monograph "Statistics of random processes and optimal control" dedicated to the 90th anniversary of Albert Shiryaev*, Springer, 2024, 25pp.
5. **A. Meskhi**, Extrapolation into Grand Banach function spaces, *Journal of Mathematical Sciences, Series A*, Springer Nature (to appear), 18pp.
6. **\*A. Meskhi, Ts. Tsanava**, Rubio de Francia's Weighted Extrapolation in Mixed Norm Spaces and Applications. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, Springer Nature (to appear), 30pp.
7. **\*N. Shavlakadze**, H. Altenbach, The boundary value problem of dynamics for a Bolzano-Volterra viscoelastic model. *ZAMM, Z. Angew. Math. Mech.* (accepted).
8. **\*N. Shavlakadze**, F. Criado-Aldeanueva, N. Odishelidze, B. Pachulia, Dynamical contact problems for viscoelastic half-space with cut, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik (J. Appl. Math. Physics)*, 9pp. (accepted)
9. **I. Kiguradze, N. Partsvania**, On nonnegative solutions to two-point nonlinear boundary value problems for differential systems with deviating arguments. *Mem. Differential Equations Math. Phys.*, 2024 (accepted).

### 2024 წელს გამოსაქვეყნებლად გადაცემული სტატიები

1. **\*M. Ashordia**, On the necessary and sufficient conditions for well-posedness of the Cauchy problem with weight for systems of linear generalized ordinary differential equations with singularities. *Georgian Math. J.*, 2024 (in print).
2. L. Bussi, N. Bezhanishvili, V. Ciancia, D. Fernandez Duque, **D. Gabelaia**, Spatial logics polyhedral semantics reachability. *Advances in Modal Logic (Conference paper)*, 2024 (submitted).
3. **R. Duduchava**, M. Tsaava, Transmission problems for a second order differential equation on a hypersurface with Lipschitz boundary in the generic Bessel potential spaces. *Springer Nature, volume dedicated to Yuri Karlovich*, 2024 (submitted).
4. **\*N. Inassaridze**, M. Ladra, Baues and Ellis cohomology versus CCG-cohomology of crossed modules, *Journal of Algebra*, 2024 (submitted).
5. **O. Jokhadze, S. Kharibegashvili**, Periodic problem with respect to a spatial variable for a semilinear wave equation. *Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute*, 2024 (submitted).
6. **S. Kukudzhinov**, Dynamical thermostability prestressed, orthotropic, rigid fastening shells of rotation with an elastic filler. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, 2024 (submitted).
7. **L. Shapakidze**, On the liquid flows between two infinitely distant rotating cylinders. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, 2024 (submitted).
8. **N. Shavlakadze**, The contact problem for piecewise-homogeneous viscoelastic plate with elastic inclusion. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, 2024 (submitted).
9. **N. Shavlakadze**, Boundary value problem for piecewise-homogeneous viscoelastic plate with finite crack. *Memoirs of Differential Equations and Mathematical Physics*, 2024 (submitted).
10. **\*N. Shavlakadze**, H. Altenbach, Dynamic boundary value problem for the half-space under the condition of a Volterra viscoelastic model, *Acta Mechanica*, 2024 (submitted).
11. D. Zangurashvili, An implication of the Kurosh-MacLane subgroup theorem for free products <https://arxiv.org/abs/2401.03335#:~:text=It%20is%20shown%20that%20a,product%20with%20arbitrary%20nontrivial%20groups>.
12. D. Zangurashvili, The criteria for the uniqueness of a weight homomorphism of a baric algebra <https://arxiv.org/pdf/2412.04612>
13. G. Samsonadze, D. Zangurashvili, Descent in the dual category of ternary rings. <https://arxiv.org/pdf/2308.04747.pdf>

საგრანტო პროექტები, რომლებიც 2024 წელს მუშავდებოდა ინსტიტუტში, ან ინსტიტუტის თანამშრომელთა მონაწილეობით

(i) შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტები

- )] ბლანტი დრეკადი დინამიკისა და არაწრფივი რხევის ზოგიერთი საკონტაქტო და სასაზღვრო ამოცანა, საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი 1.1. მათემატიკა, FR-21-7307, 2022-2025.
- )] მოძრავი მანიფოლდები. მიმართულება: 1. ზუსტი მეცნიერებები და ინჟინერია. ქვე-მიმართულება: 1.3. კონდენსირებულ გარემოთა ფიზიკა. კატეგორია: 1.3.16 ბიოლოგიური სისტემების ფიზიკა, FR-21-2844; IV.2022-IV.2025.
- )] მეტამასალები ბზარებით და ტალღის დიფრაქციის ამოცანები (მათემატიკა, გამოყენებითი მათემატიკა), FR-21-301; 2022-2024.
- )] პოტენციალთა მეთოდის გამოყენება შერეული და ბზარის ტიპის დინამიკის ამოცანებში ერთგვაროვანი, არაერთგვაროვანი და კომპოზიტური დრეკადი სტრუქტურებისათვის, 1. საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი 1.1. მათემატიკა. SRNSF – FR-23-267, 15 დეკემბერი 2023 წ. - 15 დეკემბერი 2026 წ.
- )] ალგებრული გეომეტრია ჯგუფებზე, 1.1.1 წმინდა მათემატიკა, FR-21-4713, 2022-2024.
- )] ჰომოლოგიური ალგებრა და ჯვარედინა მოდულების ახალი ინვარიანტები; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: ჰომოლოგიური ალგებრა; FR 22-199; 25/02/2023-25/02/2026.
- )] კატეგორიული მიდგომა განზოგადებული ბიალგებრების, ჰოფის ალგებროიდების და მათთან დაკავშირებული სტრუქტურებისადმი; დაწევა და ტერმების გადაწერა. მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: კატეგორიული ალგებრა; FR 22-4923; 25/02/2023-25/02/2026.
- )] კლასიკური ამონახსნების ასპექტები ევკლიდურ კვანტურ გრავიტაციაში, ფიზიკა, მატერიის ფუნდამენტური აგებულების ფიზიკა, FR-21-860, 2022-2025.
- )] მოდელების შემოწმება პოლიედრული ლოგიკისთვის; დარგი - მათემატიკა, მიმართულება - მათემატიკური ლოგიკა; CNR-22-010; 2022-2024.
- )] მოდალური და ინტუიციონისტური ლოგიკის პოლიედრული სემანტიკა; დარგი - მათემატიკა, მიმართულება - მათემატიკური ლოგიკა; FR-22-6700; 2022-2024.
- )] ასოციაციურ და ლის ალგებრათა დეფორმაციები, გამოყენებები განსაკუთრებულობათა თეორიაში და ფიზიკაში. მიმართულება: 1. საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი, ქვე-მიმართულება: 1.1 მათემატიკა, კატეგორია: 1.1.1 წმინდა მათემატიკა; STEM-22-604, 2022-2024.

- J მათემატიკური მოდელები მოლეკულურ ბიოლოგიასა და გენეტიკაში; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა, ბიოლოგია; სამეცნიერო მიმართულება: ალგებრა, დიფერენციალური განტოლებები, მოლეკულური ბიოლოგია, გენეტიკა; STEM 22-1601; 23/12/2022-22/12/2024.
- J ფაზური განცალკევება ბიოლოგიაში. ბიოლოგია, STEM-22-365; 2023 წ.- 2024 წ.
- J სტიქიით დაზარალებულ ზონებში სატრანსპორტო მარშრუტების დაგეგმვის ფაზი-ალბათური მოდელი, STEM-22-226; 22.12.2022--22.12.2024.
- J მრავალპორტიანი ტალღამტარი შესახსრების კომპიუტერული პროექტირება ადამიანის ნერვული ცენტრის ანალოგიით. ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებები. STEM-22-1210. 22.12.2022-22.12.2024.
- J ალგებრული სტრუქტურების ფაქტორიზაციები და ჰომოლოგიური ინვარიანტები: კატეგორიული მიდგომა, FR 23-271, 18/12/2023-18/12/2026.
- J ეპილეფსიური კერის დასადგენად ჯანაშია-ლაგვილავას ალგორითმის კლინიკური გამოყენების პოტენციალის შესწავლა რელევანტურ რაოდენობრივ მონაცემებზე დაყრდნობით, FR-23-18000.
- J ალგებრული ტოპოლოგიის კომბინატორული მოდელების გამოყენება სიმის ტოპოლოგიაში, FR-23-5538; I.2024-I.2026.
- J რენორმალიზაციის ჯგუფი, ყალიბრული ინვარიანტობა და დენები ეფექტური ველის თეორიაში. FR-23-856, XII.2023-XII.2026.
- J S-მატრიცის მაგენერირებელი ფუნქციონალი ინტეგრებად ველის კვანტურ თეორიებში. FR-23-17899. 2024-2026.

**(ii) უცხოური ფონდების გრანტები**

- J Homology, homotopy and categorical invariants in groups and nonassociative algebras; მეცნიერების დარგი: მათემატიკა; სამეცნიერო მიმართულება: ჰომოლოგიური ალგებრა; პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი: PID2020-115155GB-I00; დამფინანსებელი ორგანიზაცია/სამეცნიერო ფონდი, ქვეყანა: ესპანეთის კვლევების სახელმწიფო სააგენტო (Agencia Estatal de Investigación de Espana); 01/09/2021-31/12/2024.
- J Effective Factorization techniques for matrix-functions: Developing theory, numerical methods and impactful applications, Horizon 2020, Call: H2020-MSCA-RISE-2020 grant 1010081402022-2026, Aberystwyth University.



**ინსტიტუტის საგამომცემლო საქმიანობა**

**„საქართველოს მათემატიკური ჟურნალი“ („Georgian Mathematical Journal“)**

2024 წელს გამოვიდა 31-ე ტომის 6 ნომერი (1089 გვერდის მოცულობით). ტომი 90 სტატიას შეიცავს. აქედან 6 ქართველი ავტორებისა (ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თსუ, ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ქუთაისის ა. წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი), 4 – ერთობლივი ქართველი (ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი, თსუ) და უცხოელი ავტორების (დიდი ბრიტანეთი, აშშ, საფრანგეთი), 80 – უცხოელი ავტორების (ალჟირი, არგენტინა, აშშ, ბელგია, ბრაზილია, თურქეთი, იემენი, ერაყი, ინდოეთი, იორდანია, ირანი, ისრაელი, იტალია, ლიეტუვა, მალაიზია, მაროკო, პოლონეთი, პორტუგალია, სამხრეთ კორეა, საუდის არაბეთი, სერბეთი, ტუნისი, უკრაინა, უნგრეთი, უზბეკეთი, ყაზახეთი, ჩილე, ჩინეთი).

**ჟურნალი “ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომები”  
 (“Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute”)**

2024 წელს გამოქვეყნდა ჟურნალის 178-ე ტომის 3 ნომერი 540 გვერდის მოცულობით. ტომის მე-3 ნომერი მიემდვნა აკადემიკოს ნოდარ ბერიკაშვილის ხსოვნას.

ტომში გამოქვეყნდა 40 დიდი მოცულობის სტატია და 16 მოკლე შეტყობინება. 12 სტატია შეასრულეს ქართველმა ავტორებმა, 27 – უცხოელმა ავტორებმა (ესპანეთი, აზერბაიჯანი, ინდოეთი, მაროკო, უკრაინა, ისრაელი, თურქეთი, დომინიკის რესპუბლიკა, ირანი), 1 სტატია ერთობლივია ავტორთან აშშ-დან; 14 მოკლე შეტყობინება ქართველი ავტორებისა, 2 ერთობლივია უცხოელ ავტორებთან (დიდი ბრიტანეთი, პოლონეთი).

**ჟურნალი “მემუარები დიფერენციალურ განტოლებებსა და მათემატიკურ ფიზიკაში”  
 (“Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics”)**

2024 წელს გამოქვეყნდა ჟურნალის სამი ტომი: 91-ე – 176 გვერდის მოცულობით, 92-ე – 176 გვერდის მოცულობით, 93-ე – 160 გვერდის მოცულობით.

91-ე ტომში გამოქვეყნდა 11 დიდი მოცულობის სამეცნიერო სტატია (2 – ქართველი ავტორის, 5 – ალჟირელი ავტორების, 1 – მაროკოელი ავტორების, 1 – უკრაინელი ავტორების, 1 – ავტორების არაბთა გაერთიანებული ემირატებიდან), 1 საერთო ავტორების ინდოეთიდან, ეგვიპტიდან და საუდის არაბეთიდან.

92-ე ტომი მიემდვნა პროფესორ გიორგი მანჯავიძის ხსოვნას დაბადებიდან 100 წლის იუბილესთან დაკავშირებით. გამოქვეყნდა 11 დიდი მოცულობის სამეცნიერო სტატია (2 – ქართველი ავტორების, 4 – ალჟირელი ავტორების, 2 – მაროკოელი ავტორების, 1 – ტუნისელი ავტორების, 1 ეთიოპიელი ავტორების, 1 – ავტორების მაროკოსა და ბურკინა ფასოდან).

93-ე ტომში გამოქვეყნდა 11 დიდი მოცულობის სამეცნიერო სტატია (7 – ალჟირელი ავტორების, 1 – მაროკოელი ავტორების, 1 – ტუნისელი ავტორის, 1 – რუსი ავტორის, 1 – საერთო ალჟირელი და სერბი ავტორების).