1.1. პროექტის დასახელება: სამეცნიერო კვლევები მათემატიკის ფუნდამენტურ და გამოყენებით დარგებში, თეორიულ ფიზიკაში

1.2. პროექტის ხელმძღვანელი: თორნიკე ქადეიშვილი

1.3. მონაწილე ინსტიტუტი: ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი

1.4. პროექტის ხანგრძლივობა: 5 წელი (2014 – 2018 წწ.)

1.5. პროექტის მოკლე შინაარსი

თსუ ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი არის ქვეყნის წამყვანი სამეცნიერო დაწესებულება, რომელიც აწარმოებს სამეცნიერო კვლევებს მათემატიკის ფუნდამენტურ და გამოყენებით დარგებში და თეორიულ ფიზიკაში. ინსტიტუტის მეცნიერთა სამეცნიერო შედეგები კარგადაა ცნობილი და აღიარებული საერთაშორისო სამეცნიერო საზოგადოების მიერ, რასაც ადასტურებენ წინამდებარე პროექტისათვის თანდართული ნუსხები ინსტიტუტის თანამშრომელთა მიერ მიღებული საერთაშორისო გრანტებისა, სერთაშორისო გამომცემლობებში გამოქვეყნებული მონოგრაფიებისა, მაღალრეიტინგულ სამეცნიერო ჟურნალებში გამოქვეყნებული სამეცნიერო სტატიებისა. ქვეყნის შიგნით აღიარებაზე მეტყველებს ის, რომ ინსტიტუტი ზედიზედ სამჯერ დასახელდა საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის მიერ წლის საუკეთესო სამეცნიერო დაწესებულებად ფიზიკისა და მათემატიკის დარგში.

წინამდებარე პროექტით გათვალისწინებულია სამეცნიერო კვლევები თანამედროვე მათემატიკისა და თეორიული ფიზიკის აქტუალურ დარგებში სხვადასხვა მიმართულებებით. მათემატიკურ კვლევებს სწორედ ეს სპეციფიკა ახასიათებს - აქ ძალიან იშვიათადაა კვლევა ერთი კონკრეტული იდეის (პროექტის) ირგვლივ ხანგრძლივი პერიოდის განმავლობაში მკვლევართა დიდი კოლექტივების მიერ. კვლევა მათემატიკაში უპირატესად ინდივიდუალურია ან წარმოებს მცირერიცხოვან ჯგუფში, რომლის შემადგენლობა ხშირად იცვლება. მათემატიკოსთა სამეცნიერო ინტერესებიც მუდმივად იცვლება ცოდნის ფრონტის წინსვლის შესაბამისად. სწორედ ეს გარემოებები განაპირობებს წინამდებარე პროექტის თავისებურებას - ის რამდენიმე სხვადასხვა მიმართულებას მოიცავს, ამასთან სამუშაოთა ეტაპების დროში გაწერა პირობითია (განსხვავებით ექსპერიმენტული მეცნიერებებისაგან). მაგრამ ეს არ ნიშნავს, რომ შესაძლებელია საქმის დაზარალების გარეშე პროექტის დაყოფა და განხილვა რამდენიმე ცალკეულ კომპონენტად. ყველგან, უცხოეთის წამყვან სამეცნიერო ცენტრებში, მათემატიკის ინსტიტუტები მრავალდარგოვანია, რადგან უაღრესად მნიშვნელოვანია მეცნიერთა უწყვეტი ურთიერთობა, იდეების გაცვლა, მეცნიერთა წარმატებულ კოლექტივში საჭიროა მეცნიერთა აუცილებელი კრიტიკული მასა. ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტში მუშაობა სწორედ ასე მიმდინარეობს - სხვადასხვა სამეცნიერო მიმართულებების მეცნიერები ხშირად თანამშრომლობენ, აქვეყნებენ ერთობლივ ნაშრომებს, მონაწილეობენ ერთობლივ გრანტებში, რეგულარულად იმართება ერთობლივი სემინარები და კონფერენციები. ამის ზევრი მაგალითი იქნება ქვემოთ მოყვანილი.

აღწერილ თავისებურებათა გამო პროექტში შედარებით უფრო დეტალურად იქნება აღწერილი პირველი წლის ამოცანები. პროექტის მოქმედების მთელი პერიოდის განმავლობაში

ინსტიტუტი წარადგენს წარსული ეტაპების დატალურ ანგარიშებსა და შემდგომი ეტაპის სამუშაოთა დეტალურ აღწერას.

სამეცნიერო კვლევების გარდა ინსტიტუტის ძირითადი ამოცანა იქნება ახალი სამეცნიერო კადრების აღზრდა, რასაც ის ყოველთვის ასრულებდა თავისი არსებობის განმავლობაში - ინსტიტუტში არსებობდა ასპირანტურა, სადაც ძირითადად იზრდებოდნენ ახლგაზრდა მათემატიკოსები. ამ ფუნქციას ასრულებს ინსტიტუტი ახლაც, როცა ის ფორმალურად ჩამოშორებულია სასწავლო პროცესს: ბოლო წლებში ძირითადად ინსტიტუტის სემინარებზე გაიზარდნენ ახალგაზრდა მათემატიკოსები, რომლებიც შემდგომ ჩაერთნენ საერთაშორისო სამეცნიერო საზოგადოებაში აქ და საზღვარგარეთაც. ამის მაგალითებიც იქნება ქვემოთ მოყვანილი.

პროექტის დეტალური აღწერა - კვლევის ობიექტების, აქტუალობის, სიახლის, მეთოდოლოგიის, შემსრულებელთა მიერ ადრე მიღებული შედეგების, არსისა და სამეცნიერო ღირებულების - მოცემული იქნება პროექტის ძირითად ნაწილში თითოეული თემისათვის.

1.6. არსებული აღჭურვილობა და დანადგარები

დასახელება	რაოდენობა	ექსპლუატაციაში შესვლის წელი
კომპიუტერი	10	2006
კომპიუტერი	4	2007
კომპიუტერი	5	2008
კომპიუტერი	7	2009
კომპიუტერი	5	2010
კომპიუტერი	2	2013
პორტაბელური კომპიუტერი	6	2006
პორტაბელური კომპიუტერი	3	2007
პორტაბელური კომპიუტერი	7	2008
პორტაბელური კომპიუტერი	3	2009
პორტაბელური კომპიუტერი	6	2010
პორტაბელური კომპიუტერი	2	2011
პორტაბელური კომპიუტერი	4	2013
პლანშეტური კომპიუტერი	1	2009
სერვერი	1	2010
პრინტერი	8	2006
პრინტერი	2	2007
პრინტერი	3	2008
პრინტერი	2	2013
პრინტერი კომბაინი	2	2006
პრინტერი კომბაინი	3	2007
პრინტერი კომბაინი	2	2008
პრინტერი კომბაინი	1	2009

პრინტერი კომბაინი	5	2010
პრინტერი კომბაინი	1	2013
სკანერი	1	2009
ასლის გადამღები	1	2006
პროექტორი	3	2007
პროექტორი	1	2008
პროექტორი	1	2009
პროექტორი	1	2010
პროექტორი	1	2011

1.7. პროექტის სამეცნიერო თემები

1) ზომის თეორიის, მრავალგანზომილებიანი ანალიზისა და ბანახის არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეების ახალი ასპექტები, გამოყენებები მათემატიკური ფიზიკის კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა სასაზღვრო ამოცანებში;

2) ალგებრული ობიექტების ჰომოლოგიური, ჰომოტოპიური და კატეგორიული თვისებები;

3) მოდალური და ინტუიციონისტური ლოგიკის ტოპოლოგიური სემანტიკა;

4) ტოპოლოგიური, გეომეტრიული და ფიზიკური ობიექტების ალგებრული მოდელები;

5) სასაზღვრო ამოცანები ევოლუციური დიფერენციალური განტოლებებისათვის და მათი გამოყენებები დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში;

6) სასაზღვრო ამოცანები წრფივი და არაწრფივი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის და მათემატიკური ფიზიკის ამოცანები;

7) უწყვეტ გარემოთა მექანიკის ზოგიერთი საკონტაქტო და შერეული სასაზღვრო ამოცანა;

8) თანამედროვე კვანტური ველის თეორიის მათემატიკური მეთოდების განვითარება და გამოყენება ყალიბურ თეორიებში, გრავიტაციაში და დაბალგანზომილებიან ფიზიკურ სისტემებში;

9) მარტინგალური მეთოდების გამოყენება სტოქასტურ ფინანსთა თეორიაში, ასიმპტოტურ სტატისტიკასა და ოპტიმალურ მართვაში. ზღვარითი თეორემები და წინმსწრები სტოქასტური ანალიზი.

1.8. პროექტის სავარაუდო ღირებულება

ღირებულება (ლარი)	I წელი (9 თვე)	II წელი (12 თვე)	III წელი (12 თვე)	IV წელი (12 თვე)	V წელი (12 თვე)	ჯამი
ხ ე ლ ფ ა ს ი						
ა) სამეცნიერო პერსონალი						
მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი (13 საშტატო ერთ.)	175 500,00	234 000,00	234 000,00	234 000,00	234 000,00	1 111 500,00
უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი (31.5 საშტატო ერთ.)	382 725,00	510 300,00	510 300,00	510 300,00	510 300,00	2 423 925,00
მეცნიერ-თანამშრომელი (17.5 საშტატო ერთ.)	189 000,00	252 000,00	252 000,00	252 000,00	252 000,00	1 197 000,00
უფროსი ლაბორანტი (3.5 საშტატო ერთ.)	18 900,00	25 200,00	25 200,00	25 200,00	25 200,00	119 700,00
განყოფილების გამგის თანამდ. დანამატი (9 ერთ.)	12 150,00	16 200,00	16 200,00	16 200,00	16 200,00	76 950,00
სტაჟიორები და დამატებითი სამეცნ. თანამდებობ.	47 250,00	126 000,00	189 000,00	252 000,00	315 000,00	929 250,00
ბ) ადმინისტრაცია და დამხმ. პერსონალი						
დირექტორის თანამდებობრივი დანამატი	2 430,00	3 240,00	3 240,00	3 240,00	3 240,00	15 390,00
დირექტორის მოადგილის თანამდებობრ. დანამატი	1 800,00	2 400,00	2 400,00	2 400,00	2 400,00	11 400,00
დირექტორის თანაშემწე სამეურნეო საკითხებში	9 900,00	13 200,00	13 200,00	13 200,00	13 200,00	62 700,00
საფინანსო-საბუღ. საქმის მთავ. სპეც. (0.5 საშტ.)	4 500,00	6 000,00	6 000,00	6 000,00	6 000,00	28 500,00
საფინანსო-საბუღალტრო საქმის სპეციალისტი	7 200,00	9 600,00	9 600,00	9 600,00	9 600,00	45 600,00
კადრების მენეჯერი	6 300,00	8 400,00	8 400,00	8 400,00	8 400,00	39 900,00
სამეცნიერო ინფორმაციის სექტორის გამგე	9 000,00	12 000,00	12 000,00	12 000,00	12 000,00	57 000,00
ბიბლიოთეკის გამგე	8 100,00	10 800,00	10 800,00	10 800,00	10 800,00	51 300,00
უფროსი ბიბლიოთეკარი (0.5 საშტატო ერთ. -2)	7 200,00	9 600,00	9 600,00	9 600,00	9 600,00	45 600,00
მთარგმნელ-რედაქტორი (2 საშტატო ერთ.)	10 800,00	14 400,00	14 400,00	14 400,00	14 400,00	68 400,00
სამეც. ინფ. სექტორ. უფრ. ლაბორანტი (2 საშტ. ერთ.)	10 800,00	14 400,00	14 400,00	14 400,00	14 400,00	68 400,00
სამეცნიერო ინფორმაციის სექტორის ლაბორანტი	3 600,00	4 800,00	4 800,00	4 800,00	4 800,00	22 800,00
კომპიუტერული ქსელის უფროსი ადმინისტრატორი	7 200,00	9 600,00	9 600,00	9 600,00	9 600,00	45 600,00
დამლაგებელი	3 600,00	4 800,00	4 800,00	4 800,00	4 800,00	22 800,00
ჯამი:	917 955,00	1 286 940,00	1 349 940,00	1 412 940,00	1 475 940,00	6 443 715,00
გ) დამხმარე პერსონ. (ხელშეკრულებით)						
”საქართველოს მათემატიკური ჟურნალის” პასუხისმგებელი რედაქტორი	3 600,00	4 800,00	4 800,00	4 800,00	4 800,00	22 800,00

ჟურნალის "მემუარები დიფ. განტოლებებსა და მათ. ფიზიკაში" პასუხისმგებელი რედაქტორი	5 400,00	7 200,00	7 200,00	7 200,00	7 200,00	34 200,00
ჟურნალის "ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომები" პასუხისმგებელი რედაქტორი	3 600,00	4 800,00	4 800,00	4 800,00	4 800,00	22 800,00
სამეცნიერო ჟურნალების ტექნიკური რედაქტორი (მთარგმნელი - 2 ერთ.)	7 200,00	9 600,00	9 600,00	9 600,00	9 600,00	45 600,00
სამეცნიერო ჟურნალების ტექნიკური რედაქტორი (კომპიუტერული უზრუნველყოფა - 2 ერთ.)	7 200,00	9 600,00	9 600,00	9 600,00	9 600,00	45 600,00
ჯამი:	27 000,00	36 000,00	36 000,00	36 000,00	36 000,00	171 000,00
სულ სახელფასო ფონდი:	944 955,00	1 322 940,00	1 385 940,00	1 448 940,00	1 511 940,00	6 614 715,00
სხვა ხარჯები						
მივლინება	40 000,00	50 000,00	50 000,00	50 000,00	50 000,00	240 000,00
უცხოელი მეცნიერების მიღების ხარჯები	10 000,00	20 000,00	20 000,00	20 000,00	20 000,00	90 000,00
საკანც. საქონლისა და საწერ-საბეჭდი ქაღალდის შეძენა	2 500,00	2 500,00	2 500,00	2 500,00	2 500,00	12 500,00
სპეც. ლიტერატურისა და ჟურნალების გამოწერა-შეძენა	0,00	5 000,00	5 000,00	5 000,00	5 000,00	20 000,00
სამეცნიერო ჟურნალების დაბეჭდვის ხარჯი	6 000,00	6 000,00	6 000,00	6 000,00	6 000,00	30 000,00
მცირეფასიანი საოფისე ტექნიკის შეძენა	5 000,00	5 000,00	5 000,00	5 000,00	5 000,00	25 000,00
საოფისე ინვენტარის შეძენა და დამონტაჟების ხარჯი	10 000,00	15 000,00	15 000,00	15 000,00	15 000,00	70 000,00
კომპიუტერული ტექნიკის შეძენა	15 000,00	10 000,00	10 000,00	10 000,00	10 000,00	55 000,00
ინტერნეტის ხარჯი	900,00	1 200,00	1 200,00	1 200,00	1 200,00	5 700,00
სატელეფონო ხარჯი	1 000,00	1 500,00	1 500,00	1 500,00	1 500,00	7 000,00
საფოსტო მომსახურების ხარჯი	12 000,00	12 000,00	12 000,00	12 000,00	12 000,00	60 000,00
ჯამი:	102 400,00	128 200,00	128 200,00	128 200,00	128 200,00	615 200,00
ზედნადები ხარჯები						
ელექტროენერგიის ხარჯი, წყლის ხარჯი, ბუნებრივი აირის ხარჯი, შენობა-ნაგებობების დასუფთავების ხარჯი, მიმდინარე რემონტის ხარჯი და ა. შ.	55 124,00	76 376,00	79 692,00	83 007,00	86 323,00	380 522,00
სულ ჯამი:	1 102 479,00	1 527 516,00	1 593 832,00	1 660 147,00	1 726 463,00	7 610 437,00

შენიშვნა: მთავარი მეცნიერ-თანამშრომლის ხელფასი 1500 ლარი, უფროსი მეცნიერ-თანამშრომლის - 1350 ლარი, მეცნიერ-თანამშრომლის - 1200 ლარი.

2. პროექტის აღწერილობა

<u>თემა 1:</u> **ზომის თეორიის, მრავალგანზომილებიანი ანალიზისა და ბანახის არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეების ახალი ასპექტები, გამოყენებები მათემატიკური ფიზიკის კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა სასაზღვრო ამოცანებში**

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის მათემატიკური ანალიზის განყოფილება.

მკვლევართა ჯგუფი: ფიზ-მათემ. მეცნ. დოქტორები: ვ. კოკილაშვილი (ჯგუფის ხელმძღვანელი), ა. ხარაზიშვილი, ა. მესხი, ვ. პაატაშვილი, შ. ტეტუნაშვილი, ო. ძაგნიძე, ლ. ეფრემიძე, ფიზ-მათემ. მეცნ. კანდიდატები: ა. კირთაძე, ე. გორდაძე

აღნიშნული მიმართულებით დაგეგმილი კვლევების მოკლე შინაარსი: გამოკვლეული იქნება თანამედროვე ჰარმონიული ანალიზის, ფუნქციური სივრცეების, მრავალგანზომილებიანი და არაწრფივი ანალიზის აქტუალური პრობლემები, რომლებიც თავს იჩენენ სხვადასხვა კონტექსტში ერთმანეთთან მჭიდრო კავშირში, მოტივაციის, ტექნიკისა და მეთოდოლოგიის თვალსაზრისით. ნავარაუდევია სიმრავლისა და ფუნქციის ზომადობის ცნებების განზოგადება და მათი გამოყენებები ზომის გაგრძელების ამოცანებში; შემოღებული და შესწავლილი იქნება ბანახის არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეები (მაგალითად, როგორც ჩვენ მათ ვუწოდებთ, ცვლადმაჩვენებლიანი გრანდ ლებეგის, გრანდ ბოხნერის და მათთან ასოცირებული სივრცეები, გრანდ მარცინკევიჩ–ზიგმუნდის, ცვლადმაჩენებლიანი ამალგამ სივრცეები და სხვა). ამ სივრცეებში გამოკვლეული იქნება ჰარმონიული ანალიზის ფუნდამენტური ინტეგრალური ოპერატორების ასახვის (შემოსაზღვრულობისა და კომპაქტურობის) კრიტერიუმები, ნავარაუდევია არაწრფივი ჰარმონიული ანალიზის ინტეგრალური ოპერატორების ასახვის თვისებების გამოყენება მათემატიკური ფიზიკის კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალური განტოლებების, ანალიზურ და განზოგადებულ ანალიზურ ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანებში რთული გეომეტრიული ბუნების არეებში, კვატერნიონული ანალიზის, ფუნქციათა უფრო მარტივი ობიექტების მწკრივად წარმოდგენის, მატრიც–ფუნქციების სპექტრალური ფაქტორიზაციის საკითხების გამოკვლევა.

პრობლემის აღწერილობა: ზომის თეორიის მიმართულებით ნავარაუდევია შემდეგი ამოცანების ამოხსნა: გამოკვეული იქნება ფუნქციათა ზომადობის საკითხები (ფარდობითად ზომადობა, აბსოლუტურად არაზომადობა, უნივერსალური ზომადობა) ზომათა გარკვეული კლასის მიმართ; დადგენილი იქნება ნამდვილ რიცხვთა შესაძლო მიმდევრობათა სივრცეში სიგმა–სასრული, არასეპარაბელური, ერთადერთობის თვისების მქონე ზომათა კლასის სიმძლავრე; შესწავლილი იქნება სხვადასხვა ტიპის ზომების მიმართ მასიური სიმრავლეების სტრუქტურა და მოცემული იქნება ამ სიმრავლეების გამოყენებები ზომის გაგრძელების ზოგად ამოცანაში.

განზრახულია ბანახის არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეების შემოღება, რომელთაც იდეური კავშირი ექნებათ დღეისათვის მსოფლიოს მათემატიკურ ცენტრებში აქტიურად კვლევად მუსიელაკ–ორლიჩის, ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის წონიან სივრცეებთან, გრანდ ლებეგისა და გრანდ მორის სივრცეებთან. ამასთანავე, როგორც ჩვენ ვვარაუდობთ, ჩვენს მიერ შემოღებული ახალი ფუნქციური სივრცეები ზემოხსენებულზე უფრო ზოგადი იქნება და კარგად იქნება მორგებული ფართო კლასის არაწრფივ კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა ამოხსნადობის გამოკვლევაზე ამონახსნთა არსებობისა და ერთადერთობის, რეგულარობის თვალსაზრისით. ნავარაუდევია აგრეთვე ისეთი ფუნქციური სივრცის შემოღება და შესწავლა, რომელიც წარმოადგენს დღეისათვის აქტიურად კვლევადი ორი სივრცის: ლებეგის ცვლადმაჩვენებლიანი სივრცისა და გრანდ ლებეგის სივრცის ნაზავს. ეს საშუალებას მოგვცემს უფრო მოკლე გზით და გამჭვირვალედ ამოვხსნათ ინტეგრალურ ოპერა-

ტორთა შემოსაზღვრულობის კრიტერიუმების დადგენის ამოცანები ერთბაშად ორივე სივრცეში, ერთი თვალთახედვით.

დაგეგმილი კვლევების ერთი ნაწილი ეხება ანალიზის ისეთ აქტუალურ პრობლემებს, როგორიც მრავლადწრფივი ინტეგრალური გარდაქმნების (მრავლადწრფივი მაქსიმალური ფუნქციების, პოტენციალების, სინგულარული ინტეგრალების) ასახვის თვისებებია სხვადასხვა ფუნქციურ სივრცეებში. ჩვენ ვვარაუდობთ ზრდადი ფუნქციებით გენერირებული მრავლადნახევრადწრფივი მაქსიმალური ფუნქციების ასახვის თვისებების გამოკვლევას. სახელდობრ, ბანახის მესერებზე გარკვეული ზოგადი გეომეტრიული მოთხოვნის პირობებში ხსენებული ოპერატორებისათვის გათვალიწინებულია ორწონიანი სუსტი და ძლიერი ტიპის შეფასებები. როგორც ვვარაუდობთ ამ ამოცანის ამოხსნის გზაზე ჩვენ დაგვჭირდება მრავლადწრფივი გასაშუალოების ოპერატორისათვის ძლიერი ტიპის ორწონიანი უტოლობის კრიტერიუმის დადგენა.

გამოყენებების პერსპექტივით პირველად მათემატიკურ ლიტერატურაში შემოღებული და შესწავლილი იქნება ანალიზურ და ჰარმონიულ ფუნქციათა ახალი კლასები: მორი-ჰარდისა და მორი-სმირნოვის კლასები. ნიშანდობლივია, რომ ყველა ზემოხსენებული ამოცანის გამოკვლევა მძლავრ იმპულსს მისცემს იმ თემატიკის შემდგომ კვლევას და ახალ საფეხურზე აყვანას, რითაც თბილისის მათემატიკურმა სკოლამ თავის დროზე მსოფლიო აღიარება მოიპოვა (ნ. მუსხელიშვილი, ი. ვეკუა). სახელდობრ, ჩვენ ვვარაუდობთ ახალ ფუნქციურ სივრცეებში წარმოვაჩინოთ ანალიზურ და ჰარმონიულ ფუნქციათა სასაზღვრო (რიმანის, რიმან-ჰილბერტის) ამოცანების, მათთან დაკავშირებული სასაზღვრო სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა თეორიის, ი. ვეკუას აზრით განზოგადებული ანალიზური ფუნქციებისა და მათი სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნადობის ახალი ასპექტები. გარღვევა ამ მიმართულებით განპირობებული იქნება ზემოხსენებული ამოცანების არაკლასიკური დასმებითა და რთული გეომეტრიული ბუნების არეებში მათი გამოკვლევებით, რაც უფრო ადექვატურად ასახავს გამოყენებითი ხასიათის ამოცანების მოთხოვნებს.

ჩვენ შევისწავლით მათემატიკური ანალიზის ერთ-ერთი რთული დარგის - კვატერნიონული ანალიზის საკითხებს, ისეთებს, როგორიცაა ფუნქციების დიფერენცირებადობის, მწკრივად გაშლისა და ინტეგრალური წარმოდგენის საკითხები. ამ მიმართულებით კვლევები ფოკუსირებული იქნება კვატერნიონული ფუნქციების დიფერენცირებადობის კრიტერიუმის დადგენაზე.

გამოკვლეული იქნება მატრიც-ფუნქციების ფაქტორიზაციის პრობლემები, კვლევითი ჯგუფის მიერ შემოთავაზებული ახალი ეფექტური ალგორითმის რიცხვითი იმპლემენტაციის საკითხები.

პირველად მათემატიკურ ლიტერატურაში შემოღებული იქნება ე. წ. შერეული და პერიოდულად შერეული ფუნქციური მწკრივების ცნება და გამოკვლეული იქნება მრავალი ცვლადის ფუნქციათა ასეთი მწკრივებით წარმოდგენადობის საკითხები. ჩვენ ვვარაუდობთ, რომ არსებითად განვაზოგადოთ ამ მიმართულებით სერპინსკისა და ტალალიანის ცნობილი თეორემები. ეს საკითხები მჭიდროდ უკავშირდება ჰილბერტის მე-13 პრობლემის თემატიკას. ჩვენ ვვარაუდობთ, რომ ამ მიმართულებით მიღებული შედეგები მოგვცემს სრულიად ახალ და მნიშვნელოვან ინფორმაციას აქამდე არსებულთან მიმართებაში.

კვლევის ობიექტები, პრობლემის აქტუალობა, კვლევის სიახლე

კვლევის ობიექტებია ლუზინისა და სეპინსკის სიმრავლეების მიერ წარმოქმნილი სიგმა-იდეალი, აბსოლუტურად არაზომადი, უნივერსალურად ზომადი, ფარდობითად ზომადი სიმრავლეები ზომათა გარკვეული კლასების მიმართ, ბანახის არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეები, ჰარმონიული ანალიზის ინტეგრალური და ფურიეს ოპერატორები, რთული გეომეტრიული ბუნების არეები და მათში რიმანის, რიმან-ჰილბერტის სასაზღვრო ამოცანები, კვატერნიონული ფუნქციები, ჯერადი ფუნქციური მწკრივები, მატრიცთა სპექტრალური ფაქტორიზაციის ალგორითმი.

კვლევის აქტუალობა განპირობებულია შემდეგი მოსაზრებებით: ამ საუკუნის დასაწყისში ცხადი გახდა, რომ კლასიკურ ბანახის ფუნქციურ სივრცეებს აღარ ძალუძთ არაწრფივი დრეკადობის თეორიის, სითხეთა მექანიკის, სახეთა გამოცნობის თეორიის და სხვადასხვა ფიზიკურ მოვლენათა წიაღში გაჩენილი მთელი რიგი მათემატიკური მოდელის გამოკვლევა, ამიტომ საერთაშორისო ცნობილ მათემატიკურ ცენტრებში: ფრაიბურგისა და მიუნხენის (გერმანია) უნივერსიტეტების მათემატიკის ინსტიტუტებში, ჰელსინკის უნივერსიტეტი (ფინეთი), ვლადიმირის უნივერსიტეტი (რუსეთი), ლისაბონის კვლევების ცენტრი და ავეიროს უნივერსიტეტი (პორტუგალია) ინტენსიურად დაიწყო სივრცეების და მათში დიფერენციალური და ინტეგრალური ოპერატორების გამოკვლევა, გამოყენებები უკუმშვადი სითხის დინების, მათემატიკური ფიზიკის ამოცანების ვარიაციული მეთოდებით გამოკვლევებში, სახეთა გამოცნობის თეორიაში და სხვა. ჩვენი კვლევითი ჯგუფის ერთი ნაწილი აქტიურად ჩაერთო ხსენებული პრობლემების კვლევებში და სწრაფად მოიპოვა ერთ-ერთი მოწინავე პოზიცია მსოფლიოში იმ ცენტრებს შორის, სადაც წარმატებით მიმდინარეობს გამოკვლევები ბანახის ახალ ფუნქციურ სივრცეებში არასტანდარტული ზრდადობის რიგით, თბილისიც მოიხსენიება. ჯგუფის მკვლევარებს ზემოხსენებულ თემატიკაში უკანასკნელი ხუთი წლის განმავლობაში გამოქვეყნებული აქვთ 30 სამეცნიერო სტატია იმპაქტ ფაქტორის მქონე საერთაშორისო დონის ისეთ მაღალავტორიტეტულ ჟურნალებში, როგორიცაა:
Studia Mathematica (2012, 2013), Mathematische Nachrichten (2008), Positivity (2013, 2010), Expositiones Mathematicae (2009), Math. Ineq. & Appl. (2010), Acta Math. Sinica (2008), Function Spaces & Appl. (2011, 2010), Complex Variables and Elliptic Equations (2011, 2008), J. Ineq. Appl. (2010), Houston J. Math. (2009), Integral Transf. Spec. Functions (2009), Dokl. Math. (2008), J. Math. Anal. Appl. (2008), Acta Math. Hung. (2007), Studia Sci. Math. Hungarica (2009), Lithuanian Math.J. (2013), J. Math. Sci. (2012, 2011) etc.

უკანასკნელი ხუთი წლის განმავლობაში ზემოაღნიშნული მიმართულებით ამერიკის შეერთებულ შტატებში გამოქვეყნდა ჯგუფის მკვლევართა ოთხი მონოგრაფია (ავტორები: ლ. ეფრემიძე, ვ. კოკილაშვილი, ა. მესხი, ვ. პაატაშვილი). ჯგუფის ხელმძღვანელის შედეგები არა მხოლოდ ციტირებების, არამედ მათ მიერ დადგენილი რეზულტატების სახით ფართოდ შევიდა უკანასკნელ ხანს უცხოეთში გამოქვეყნებულ მთელ რიგ ენციკლოპედიებში და მონოგრაფიებში. მაგალითად,

1) F. W. King, Hilbert Transforms, *Encyclopedia of Mathematics and Its Applications* 124, *Cambridge University Press,* Vol. 1, 2010.
2) F. W. King, Hilbert Transforms, *Encyclopedia of Mathematics and Its Applications* 124, *Cambridge University Press,* Vol. 2, 2010.
3) D. Cruz-Uribe, J. M. Martell and C. Pereź. Weights, Extrapolation and the Theory of Rubio de Francia, Volume 215 of *Operator Theory: Advances and Applications. Birkhäuser, Basel,* 2011.
4) L. Diening, P. Hästö, P. Harjulehto and M. Ružička, Lebesgue and Sobolev Spaces with Variable Exponents. № 2017, *Lecture Notes in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin,* 2011.
5) D. Cruz-Uribe and A. Fiorenza, Variable Lebesgue spaces, Foundations and Harmonic Analysis, *Applied and Numerical Harmonic Analysis, Birkhauser, Basel,* 2013.

უკანასკნელ ორ მონოგრაფიაში ფართოდ არის ასახული აგრეთვე ა. მესხის შედეგები. ჯგუფის მიერ წარმოებული კვლევის ობიექტებისა და შედეგების საერთაშორისო მათემატიკურ წრეებში ინტერესზე მეტყველებს მათი მოწვევები პლენარულ მომხსენებლებად საერთაშორისო მათემატიკურ ფორუმებზე (მაგალითად, ISAAC-ის მე-7 და მე-9 კონგრესზე (იმპერიალ-კოლეჯი, ლონდონი, კრაკოვი, პოლონეთი, 2009 წ., 2013 წ), საერთაშორისო უორკშოპზე "ახალი ფუნქციური სივრცეები, გამოყენებები ჰარმონიულ ანალიზსა და კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა თეორიაში", (ნეაპოლი, იტალია, 2011), საერთაშორისო კონფერენციაზე "ინტეგრალური და დიფერენციალური ოპერატორები და მათი გამოყენებები", (ავეირო, პორტუგალია, 2011 და სხვა).

2009 წელს გამოიცა ა. ხარაზიშვილის მონოგრაფია: Topics in Measure Theory and Real Analysis, Atlantis Press & World Scientific, Amsterdam-Paris, 2009. აშშ-ში ორჯერ გამოიცა ა. ხარაზიშვილის მონოგრაფია: Strange Functions in Real Analysis, Marcel Dekker, New York, 2000; Strange Functions in Real Analysis, 2nd edition, Chapman and Hall/CRC, New York, 2006. ამ მონოგრაფიას სხვადასხვა ქვეყნის უნივერსიტეტები იყენებენ სამაგისტრო და სადოქტორო პროგრამებში (აშშ-ში, პოლონეთში, ესპანეთში, ჩეხეთში, ავსტრიაში, რუმინეთში). გამომცემლობამ Chapman and Hall/CRC მიმართა თხოვნით ა. ხარაზიშვილს, რომ მან მოამზადოს ტექსტი ამ მონოგრაფიის მესამე გამოცემისათვის (ბოლო წლებში მიღებული შედეგების გათვალისწინებით). იმავე გამომცემლობამ Chapman and Hall/CRC დადო კონტრაქტი ა. ხარაზიშვილთან მისი ახალი მონოგრაფიის: Set-Theoretical Aspects of Real Analysis გამოცემის შესახებ. ეს მონოგრაფია უნდა გამოვიდეს 2014 წლის მესამე კვარტალში. ა. ხარაზიშვილის შრომები მრავალჯერ ციტირე-ბულია საერთაშორისო მაღალ-რეიტინგულ მათემატიკურ ჟურნალებში: Proceedings of American Mathematical Society, Bulletin of American Mathematical Society, Fundamenta Mathematicae, Topology and its Applications, DAN SSSR, Colloquium Mathematicum, Ukrainian Mathematical Journal, Studia Mathematica, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Israel Journal of Mathematics, American Mathematical Monthly, Real Analysis Exchange და სხვა.

ნიშანდობლივია კვლევითი ჯგუფის წევრების მაღალი ციტირების ინდექსი. მაგალითად, "Harzing's Publish or Perish" და ამერიკული მათემატიკური საზოგადოების "MathSciNet"-ის მიხედვით შესაბამისად გვაქვს ასეთი სურათი:

N	გვარი, სახელი	ციტირება Publish or Perish / h-ინდექსი	ციტირება MathSci Net (AMS)	ციტირება Thomson-Reuter სრული /თვითციტ. გარეშე/ h-ინდექსი
1	ვახტანგ კოკილაშვილი	**2448** / 25	**809**	263 / 186 / 9
2	ალექსანდრე მესხი	**820** / 16	245	151 / 94/8
3	ალექსანდრე ხარაზიშვილი	**635/13**	86	4 /1/1
4	ვახტანგ პაატაშვილი	**418/10**	60	16 / 6 / 3
5	ლაშა ეფრემიძე	119/6	46	26/12/4

კვლევების სიახლე განპირობებულია არაწრფივი ჰარმონული ანალიზის, ფუნქციურ სივრცეებში დიფერენციალურ და ინტეგრალურ ოპერატორთა ასახვის პრობლემების, ანალიზურ და ჰარმონიულ ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანების არასტანდარტული დასმების ბუნებით, ზომის თეორიის საკითხების სიღრმისეული გამოკვლევებით, რომელიც ნათელს მოჰფენს ზომის გაგრძელების დღემდე არსებულ ღია პრობლემებს.

უფრო კონკრეტულად, კვლევის სიახლედ მიგვაჩნია შემდეგი ამოცანების ამოხსნა:

- ბანახის ახალი არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეების (ცვლადმაჩვენებლიანი გრანდ ლებეგის, განზოგადებული გრანდ მორის, გრანდ ბოხნერის, გრანდ ზიგმუნდ-მარცინკევიჩის) შემოღება და შესწავლა; ამ სივრცეებში ჰარმონიული ანალიზის ოპერატორების გამოკვლევა შემოსაზღვრულობისა და კომპაქტურობის თვალსაზრისით;
- ანალიზურ და ჰარმონიულ ფუნქციათა ახალი, ცვლადმაჩვენებლიანი მორი-სმირნოვის ტიპის კლასების შემოღება ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანების რთული გეომეტრიული ბუნების არეებში, მათი გამოყენებების პერსპექტივით;
- უბან-უბან გლუვსაზღვრიან არეებში ანალიზური ფუნქციებისათვის დირიხლესა და რიმან-ჰილბერტის ამოცანების ნეტერისეულობის აუცილებელი და საკმარისი პირობების დადგენა; პრობლემის გამოკვლევა როგორც ცალადბმულ, ასევე ორადბმულ არეებში;

- კვალის უტოლობების კრიტერიუმების დადგენა მრავლადწრფივი პოტენციალებისთვის; ბანახის მესერებზე განსაზღვრულ ლებეგის სივრცეებში მრავლადნახევრადწრფივი მაქსიმალური ფუნქციებისათვის ორწონიანი სუსტი და ძლიერი უტოლობების დადგენა; ეს თემატიკა უაღრესად აქტუალურია თანამედროვე ანალიზში;
- არაგლუვსაზღვრიან არეებში და ბანახის არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეების ჩარჩოებში ი. ვეკუას აზრით განზოგადებული ფუნქციებისთვის რიმანის, რიმან-ჰილბერტის, დახრილწარმოებულებიანი და ჰაზემანის ამოცანების გამოკვლევა, საზღვრის გეომეტრიის გავლენის შესწავლა ხსენებული ამოცანების ამოხსნადობის სურათზე, ამოხსნადობის შემთხვევაში ამონახსნების ეფექტურად აგება;
- იმ წონების სრული აღწერა, რომლებიც განაპირობებენ ფურიეს ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივების ნორმით პრინგსჰაიმის აზრით კრებადობას; ფურიეს ჯერადი როგორც ცნობილია, აღნიშნული სისტემა ლებეგის სივრცეში წარმოადგენს ბაზისს მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა სივრცის მაჩვენებელი ორის ტოლია;
- კვატერნიონული ფუნქციების დიფერენეცირებადობის ცნების შემოღება და დიფერენცირებადობის კრიტერიუმის დადგენა; კვატერნიონული ფუნქციის ხარისხოვანი გამწკრივებისა და ორი კომპლექსური ცვლადის მიმართ ინტეგრალური წარმოდგენა;
- ინვარიანტული და კვაზიინვარიანტული ზომების გაგრძელების მეთოდების ანალიზი საბაზისო სივრცის ქვესიმრავლეთა ინვარიანტული სიგმა-იდეალების მეშვეობით. ამ კუთხით ლუზინისა და სერპინსკის სიმრავლეების მიერ წარმოქმნილი სიგმა-იდეალის გამოკვლევა;
- ფუნქციათა ზომადობის თვისებების (ფარდობითად ზომადობა, აბსოლუტურად არაზომადობა, უნივერსალურად ზომადობის) არა ერთი რომელიმე კონკრეტული ზომის მიმართ, (როგორც ეს ჩვეულებრივად ხდება ხოლმე), არამედ ზომათა გარკვეული კლასების მიმართ გამოკვლევა;
- შერეული უნივერსალური მწკრივების შემოღება, მრავალი ცვლადის ფუნქციათა ასეთი მწკრივებით წარმოდგენადობის გამოკვლევა, ამ გზაზე სერპინსკისა და ტალალიანის ცნობილი შედეგების განზოგადება;
- ჯგუფის მკვლევარის მიერ შემუშავებული მატრიცთა ფუნქციების სპექტრალური ფაქტორიზაციის ახალი, ეფექტური ალგორითმის რიცხვითი რეალიზაცია და გამოყენებები.

ბუნებრივად ისმის კითხვა: რა იძლევა იმის საფუძველს, რომ მკვლევართა ჯგუფის მიერ შემოთავაზებული ამოცანები წარმატებით იქნება გადაწყვეტილი. ზოგიერთი ფაქტობრივი მონაცემი უკვე ზემოთ იყო ხსენებული. გარდა ამისა, ამას ადასტურებს მკვლევართა ჯგუფის მიერ უკანასკნელ ხუთ წელიწადში მიღწეული შედეგები. ქვემოთ მოგვყავს ზოგიერთი მათგანის აღწერა:

ზომის თეორიის მიმართულებით მიღებული შედეგებიდან აღსანიშნავია ა. ხარაზიშვილის მიერ განვითარებული კონცეფცია სიმრავლეთა და ფუნქციათა ზომადობის შესახებ. ამ კონცეფციაზე დაყრდნობით დადგენილია იმის აუცილებელი და საკმარისი პირობა, რომ ნამდვილმნიშვნელობებიანი ფუნქცია იყოს აბსოლუტურად არაზომადი ყველა არანულოვან სიგმა-სასრული დიფუზიური ზომათა კლასის მიმართ; დადგენილია საკმაოდ ზოგადი კრიტერიუმი იმისათვის, რომ ნამდვილმნიშვნელობებიანი ფუნქცია იყოს ფარდობითად ზომადი ამა თუ იმ ზომის გაგრძელების კლასის მიმართ; მარტინის აქსიომის დაშვებით დადგენილია, რომ ნებისმიერი ნამდვილმნიშვნელობებიანი ფუნქცია წარმოიდგინება ორი ინიექციური აბსოლუტურად არაზომადი ფუნქციის ჯამის სახით. ხსენებულმა შედეგებმა გამოიწვია უცხოელი სპეციალისტების დიდი ინტერესი, რასაც ადასტურებს ამ მიმართულებით გამოქვეყნებული შრომების ციტირება უცხოეთის ცნობილი გამომცემლობების წინადადებები ა. ხარაზიშვილის მონოგრაფიების გამოცემის თაობაზე. ერთ-ერთი მათგანი მესამეჯერ იქნება გამოქვეყნებული გამომცემლობაში Atlantis Press & World Scientific, Amsterdam-Paris, 2009.

უკანასკნელი ხუთი წლის განმავლობაში მიმდინარეობდა ნამდვილი და კომპლექსური მრავალი ცვლადის ფუნქციების დიფერენციალური აღრიცხვის საკითხების საფუძვლიანი გამოკვლევა. ეს უკანასკნელი შესაძლებელი გახდა დიფერენციალური აღრიცხვის სრულიად

ახალი, არასტანდარტული ცნებების შემოღებისა და შესწავლის საფუძველზე. შემოღებულ იქნა ორი ცვლადის ფუნქციის კუთხური უწყვეტობისა და კუთხური კერძო წარმოებულების ცნებები, რომელთა ტერმინებშიც დადგენილ იქნა ფუნქციის უწყვეტობისა და დიფერენცირებადობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები. ასე, მაგალითად, დამტკიცდა, რომ დიფერენცირებადობას განაპირობებს გაცილებით სუსტი პირობები, ვიდრე კერძო წარმოებულების უწყვეტობაა, როგორც ეს კლასიკურ ანალიზშია ცნობილი. კუთხური კერძო წარმოებულების ტერმინებში დადგენილია მრავალი კომპლექსური ცვლადის C^n-დიფერენცირებადობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა, რომლის მარტივი შედეგია ჰარტოგსის ცნობილი კლასიკური თეორემა. შემოღებულია აგრეთვე ფუნქციის ძლიერი გრადიენტის ცნება, დადგენილია, რომ მართკუთხედზე აბსოლუტურად უწყვეტ ყოველ ფუნქციას თითქმის ყველა წერტილში გააჩნია ძლიერი გრადიენტი და, მაშასადამე, ფუნქცია დიფერენცირებადია. გამოკვლეულია მრავალი ცვლადის ჯამებადი ფუნქციის ჯერადი განუსაზღვრელი ინტეგრალის დიფერენცირებადობის პრობლემები. ამ მიზნით შემოღებულია ე. წ. ლებეგის ინტენსიური წერტილის ცნება. დადგენილია, რომ მართკუთხედზე ჯამებადი ფუნქციისათვის თითქმის ყველა წერტილი ლებეგის ინტენსიური წერტილია. მრავალი ცვლადის ფუნქციებისათვის დამტკიცებულია განუსაზღვრელი ინტეგრალის დიფერენცირებადობის შესახებ ლებეგის ცნობილი თეორემის სრული ანალოგი. სახელდობრ, დადგენილია, რომ n-განზომილებიან კვადრატზე ჯამებადი ფუნქციის ჯერად განუსაზღვრელ ინტეგრალს თითქმის ყველგან გააჩნია სასრული ძლიერი გრადიენტი, კერძოდ დიფერენცირებადია თითქმის ყველა წერტილში. ო. ძაგნიძის მიერ წამოწყებულია მათემატიკური ანალიზის ერთ-ერთი რთული დარგის კვატერნიონული ანალიზის საკითხების გამოკვლევა. როგორც ცნობილია, კვატერნიონები მნიშვნელოვანი ობიექტებია ბუნების რთული მოვლენების აღწერისას, მაგალითად, მყარი ტანის ორიენტაციის ამოცანების, სფერული წირების გეომეტრიის, მათემატიკური ფიზიკის სხვადსხვა მოდელების გამოკვლევისას. ზემოხსენებული მიმართულებით ხსენებულმა შედეგებმა ამერიკელი მათემატიკოსის პიოტროვსკის (იანგსტაუნის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ოჰაიო, აშშ) მაღალი შეფასება დაიმსახურა. მათი რეფერირებისას მან იხმარა სიტყვა "განსაცვიფრებელი" (astonishing).

ჯგუფის მკვლევართა ერთი ნაწილი უკანსკნელი ხუთი წლის განმავლობაში შისწავლიდა დიფერენციალურ და ინტეგრალურ ოპერატორთა შემოსაზღვრულობისა და კომპაქტურობის პრობლემებს ზანახის ისეთ არასტანდარტულ ფუნქციურ სივრცეებში, როგორიცაა ცვლადმაჩვენებლიანი ლებეგისა და გრანდ ლებეგის სივრცეები და მათი წონიანი ანალოგები. პირველი მათგანი შემოღებული იყო ჯერ კიდევ გასული საუკუნის 30-იან წლებში ცნობილი პოლონელი მათემატიკოსის ვ. ორლიჩის მიერ. თავდაპირველად მათი შემოღება განპირობებული იყო თეორიული მოსაზრებებით, მაგრამ გასული და ამ საუკუნის მიჯნაზე გამოიკვეთა აღნიშნული სივრცეების გამოკვლევის არსებითი აუცილებლობა სითხეთა დინების მექანიკის, სხვადასხვა ფიზიკური მოვლენების მათემატიკურ მოდელებში, სახეთა გამოცნობის, არასტანდარტული ზრდადობის რიგით დიფერენციალურ განტოლებათა თეორიაში. რაც შეეხება გრანდ ლებეგის სივრცეებს, ისინი შემოღებული იყო 1992 წელს თ. ივანიეცის (პოლონეთი) და კ. სბორდონეს (იტალია) მიერ. ამ სივრცეების შემოღება განპირობებული იყო მათი მნიშვნელოვანი როლით სხვადასხვა მიმართულებით. მაგალითად, იაკობიანის ინტეგრებადობის პრობლემებთან დაკავშირებული პრობლემებთან დაკავშირებით ფუნქციაზე მინიმალური დაშვებების პირობებში, არაწრფივ კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა ამოხსნადობისა და რეგულარობის გამოკვლევასთან. მოვიყვანოთ აღნიშნული მონაწილეების მიერ ამ მიმართულებით მიღებული ზოგიერთი შედეგი: დადგენილია მაქსიმალური ფუნქციების ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის წონიან სივრცეებში შემოსაზღვრულობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები, ასევე დამტკიცებულია ინტეგრების წირზე და წონით ფუნქციაზე აუცილებელი და საკმარისი პირობები, რომლებიც განაპირობებენ კოშის სინგულარული ინტეგრალების ოპერატორების შემოსაზღვრულობას ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის წონიან სივრცეებში. ამ უკანსკნელი შედეგებით დადგენილია, რომ ხსენებული კრიტერიუმები წონაზე მოიცემიან ცვლადი (ფუნქციური) მაჩვენებლის

მნიშვნელობების ტერმინებში წონის განსაკუთრებულ წერტილებში. ეს შედეგები გამოყენებულია უცხოელი მათემატიკოსების (ს. სამკო, ა. კარლოვიჩი, ნ. რაზინოვიჩი და სხვები) მიერ სინგულარულ ოპერატორთა და, ზოგადად, ფსევდოდიფერენციალურ ოპერატორების თეორიაში. ზემოხსენებული ჯგუფის მიერ დადგენილია, რომ ზომიან მეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრული სინგულარული და პოტენციალის ოპერატორების შემოსაზღვრული საშუალო ცვლილების ფუნქციების მიმართ, შემოსაზღვრულია განზოგადებულ გრანდ მორის სივრცეებში. მიღებული შედეგები გამოყენებულია ელიფსური განტოლებების ამონხსნების შიგა შეფასებების მისაღებად. გრანდ ლებეგის სივრცეებში დადგენილია ერთწონიანი უტოლობების კრიტერიუმები წილადური ინტეგრალებისა და ძლიერი მაქსიმალური ფუნქციებისათვის. აღმოჩენილია გრანდ ლებეგის სივრცეების ნორმაში შემავალი მეორე პარამეტრის არსებითი გავლენა შესაბამის სივრცეებში; დამტკიცებულია არადივერგენციული ელიფსურ განტოლებათა ამონახსნთა რეგულარობა განზოგადებულ გრანდ მორის სივრცეებში; ამოხსნილია კვალის უტოლობების კრიტერიუმების დადგენის პრობლემები ცალმხრივი პოტენციალებისთვის ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის სივრცეებში, დადგენილია სინგულარული ინტეგრალებით (მათ შორის ჯერადი გარდაქმნებით) გაჩენილი ოპერატორების შემოსაზღვრულობის კრიტერიუმები გრანდ ლებეგის წონიან სივრცეებში. დამტკიცებულია, მაგალითად, რომ კომპლექსურ სიბრტყეზე განსაზღვრული კოშის სინგულარული ინტეგრალური ოპერატორის შემოსაზღვრულობისათვის გრანდ ლებეგის წონიან სივრცეში აუ-ცილებელი და საკმარისია, რომ წირი აკმაყოფილებდეს კარლესონის პირობას და წონითი ფუნქცია კი _ მაკენჰაუპტის პირობას. დადგენილია ორწონიანი შეფასებები მაქსიმალური და კალდერონ-ზიგმუნდის ოპერატორებისათვის ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის სივრცეებში; დადგენილია იმ წონების სრული დახასიათება, რომლებიც უზრუნველჰყოფს წონიანი გულიანი ოპერატორის შემოსაზღვრულობას ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის სივრცეებში, მაშინ როცა ცვლადი მაჩვენებელი აკმაყოფილებს სუსტ-ლოგარითმულ პირობას.

აღნიშნული მიმართულებით ვ. კოკილაშვილისა და ა. მესხის მიერ გამოქვეყნებული სტატიები არაერთხელ მოხვდა ყველაზე მაღარ ციტირებადი სტატიების პირველი ხუთეულის ნუსხაში და ზოგჯერ პირველ ადგილზეც კი. მოვიყვანთ ორ მაგალითს: ა) ვ. კოკილაშვილისა და ა. მესხის მიერ Expositione Mathematicae (27(2009), 227-239)-ში გამოქვეყნებული სტატია 25 ყველაზე პოპულარულ (hottest) სტატიათა შორის მე-4 იყო. ბ) ვ. კოკილაშვილისა და ა. მესხის სტატია გამოქვეყნებული ჟურნალში Journal of Inequalities in Applications (2013, 173, doi 10.1186/1029-242X, pp. 1-28) ციტირების მიხედვით აღმოჩნდა პირველ ადგილზე, სხვა ავტორების მიერ იყო ნანახი 502-ჯერ.

დაგეგმილი გამოკვლევების ნაწილი ფოკუსირდება ინტეგრალური და ფურიეს ოპერატორებისათვის ე. წ. ორწონიანი ამოცანების ამოხსნაზე. ამ ამოცანების მიზანია წონათა წყვილზე ის აუცილებელი და საკმარისი პირობები, რომლებიც განაპირობებენ ზემოხსენებული ოპერატორების შემოსაზღვრულობას ერთი წონიანი სივრციდან მეორეში. ამ პრობლემის გამოკვლევის აუცილებლობა გაჩნდა, მაგალითად, კვანტურ მექანიკაში, შრედინგერის ოპერატორის საკუთრივი რიცხვების ქვემოდან შეფასებისას, აგრეთვე მათემატიკური ფიზიკის სხვადასხვა ამოცანებში, როცა განტოლების კოეფიციენტები განიცდიან გადაგვარებას არის საზღვრაზე და სხვა. მსოფლიოს მათემატიკურ წრეებში ფართო აღიარება მოიპოვა, მაგალითად, მკვლევართა ჯგუფის წევრების მიერ დადებითგულიანი ინტგერალური ოპერატორებისათვის ორწონიანი ამოცანების ამოხსნამ. ეს შედეგები არსებითად არის გამოყენებული საზ-ღვარგარეთელი სპეციალისტების მიერ. მათზე დაყრდნობით ამოხსნილია წონათა ფაქტორიზაციის, ლიუვილის ტიპის სივრცეების, მაქსიმალური ფუნქციებით აღწერით, რთული ბუნების საზღვრიან არეებში მრავალი ცვლადის დიფერენცირებად ფუნქციათა წონიან სივრცეთა ჩართვის თეორიის ამოცანები, ნახევრადწრფივი კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებების დადებითი ამონახსნების არსებობის კრიტერიუმის დადგენის პრობლემა და სხვა. ეს გამოყენებები მოცემულია უიდენის, ლესის, ცანილოს, უოტსონის (აშშ) და სხვათა შრომებში.

ერგოდული მაქსიმალური ფუნქციების შესახებ ლ. ეფრემიძის მიერ მიღებულმა შედეგებმა იმპულსი მისცა ამერიკელი მათემატიკოსის რ. ჯონის (დეპოლის უნივერსიტეტი, ჩიკაგო) გამოკვლევებს. ამის დასტურია ამ უკანასკნელის სტატია ჟურნალში Proceedings AMS, v. 132, S 0002-9939(03)07277-0, pp. 1087-1099.

შ. ტეტუნაშვილის მიერ გადაწყვეტილი იქნა ჯერად ორთოგონალურ მწკრივთა ერთადერთობის რთული პრობლემა. მან ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივებისათვის აღმოაჩინა ფუბინის ტიპის მოვლენა. სახელდობრ, მან დაამტკიცა, რომ თუ ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივი კრებადია პრინგსჰაიმის აზრით რაიმე დადებითი ზომის სიმრავლეზე, მაშინ ამ სიმრავლეზე არსებობს განმეორებითი ზღვრები და ყველა ეს ზღვარი ემთხვევა ერთმანეთს. აღნიშნულმა შედეგებმა დაიმსახურა ამერიკელი მათემატიკოსის მ. ეშის (ჩიკაგოს დეპოლის უნივერსიტეტი) მაღალი შეფასება, რაც მან გამოხატა თავის მიმოხილვით სტატიაში, რომელიც გამოქვეყნდა ჟურნალში Proceedings AMS. ეს მათი მეცნიერული თანამშრომლობის საფუძველი გახდა, რასაც მოჰყვა მათი ერთობლივი გამოკვლევა, რომელიც ზემოხსენებულ მაღალავტორიტეტულ ჟურნალში გამოქვეყნდა. მანვე გასცა უარყოფითი პასუ-ხი ნ. ბარის ერთ-ერთ ჰიპოთეზაზე, რაც უკავშირდება ტრიგონომეტრიული მწკრივების კერძო ჯამების ყველგან ნულისაკენ კრებად ქვემიმდევრობებს.

აღნიშნულმა შედეგებმა განაპირობეს ჯგუფის შესაბამისი მონაწილეების ინტენსიური მიწვევები პლენარულ მომხსენებლებად მაღალვტორიტეტულ სამეცნიერო ფორუმებზე (ამ ფორუმების ჩამონათვალი ზემოთ უკვე იყო მოყვანილი).

მკვლევართა ჯგუფის ერთი ნაწილი (ვ. კოკილაშვილი, ვ. პაატაშვილი) ინტენსიურად იკვლევდა დღეისათვის ისეთ აქტუალურ პრობლემებს (იხ. ვ. მაზიას, ა. სოლოვიევი, ვ. კონდრატიევი და სხვათა შრომები), როგორიცაა ანალიზურ ფუნქციათა თეორიისა და მათემატიკური ფიზიკის კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებს რთული გეომეტრიული ბუნების არეებში. ამ მიმართულებით დადგენილია აუცილებელი და საკმარისი პირობები არეებზე იმისათვის, რომ სმირნოვის ტიპის კლასებში დირიხლეს პრობლემას ჰქონდეს ცალსახა ამოხსნა. ამ მიზნით ცალადბმულ არეებზე შემოღებულია ჰარმონიულ ფუნქციათა ორი, განსხვავებული კლასი და დადგენილია, რომ ამ კლასებში დირიხლეს ამოცანის ამოხსნადობის სურათები არსებითად განსხვავებულია. რთული ბუნების არეებში იმ კოშის ტიპის ინტეგრალთა კლასებში, რომელთა სიმკვრივეები კლასიკურ ლებეგის წონიან სივ-რცეებს მიეკუთვნებიან ამოხსნილია ანალიზურ ფუნქციათა ისეთი მნიშვნელოვანი სასაზღვრო ამოცანები, როგორიცაა რიმანის, წრფივი შეუღლების რიმან-ჰილბერტის, რიმან-ჰილბერტ-პუანკარეს, ჰაზემანის ამოცანები; ამასთანავე დადგენილია ამოცანების ამოხსნადობის სრული სურათი, არის რთული გეომეტრიული ბუნების გავლენა ამოხსნადობის პირობებზე, დამტკიცებულია ამოხსნადობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები, ამოხსნადობის შემთხვევაში ამონახსნები აგებულია ეფექტურად.

ჯგუფის მკვლევართა ერთი ნაწილი ინტენსიურად იკვლევდა მატრიც-ფუნქციების სპექტრალური ფაქტორიზაციის ამოცანებს. ეს პრობლემატიკა სათავეს იღებს ვინერის შრომებში, სადაც საფუძველი ჩაეყარა სტატისტიკური კომუნიკაციის თეორიას. ამ პრობლემისადმი დიდი ინტერესი განპირობებულია ფართო გამოყენებებით პროგნოზირების, თანამედროვე საინჟინრო მოწყობილობების თეორიაში. მატრიც-ფუნქციათა ფაქტორიზაციის ეფექტური ალგორითმის აგება დიდი ხანია წარმოადგენს მკვლევართა ინტერესს. მკვლევართა ჯგუფის ერთ-ერთი მონაწილის ლ. ეფრემიძის მიერ მატრიც-ფუნქციებზე ყოველგვარი შეზღუდვის გარეშე შემოთავაზებულია სპექტრალური ფაქტორიზაციის ალგორითმი, სპექტრალური სიმკვრივეების მიმდევრობისათვის დადგენილია ფაქტორიზაციის აუცილე-ბელი და საკმარისი პირობა. ამ მიმართულებით კვლევები გამოქვეყნებულია ისეთ მაღალავტორიტეტულ მათემატიკურ და გამოყენებითი ხასიათის ჟურნალებში, როგორიცაა: *J. Fourier Anal. Appl.*, *Far East J. Dyn. Syst.*, IEEE Trans. Inform. Theory, *Georgian Math. J.* , *Adv. Comput. Math*., *J. Math. Sci. (N.Y.)*.

დაგეგმილი კვლევების არსი და მეცნიერული ღირებულებები. განვითარებული იქნება კონცეპტუალურად ახალი მიდგომები და შემუშავებული იქნება ახალი მეთოდები დღეისათვის

ღიად დარჩენილი ზოგიერთი აქტუალური პრობლემის ამოსახსნელად თანამედროვე ანალიზში. ჩვენს მიერ შემოტანილი ახალი ობიექტები ახალი არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეები საშუალებას მოგვცემს ერთიანი მიდგომით გადავწყვიტოთ ინტეგრალურ ოპერატორთა თეორიის, ინტეგრალური ასახვების მთელი რიგი პრობლემა, რაც შეავსებს ამ მიმართულებით არსებულ იმ ლაკუნებს, რაც გამოწვეული იყო ყოველი კონკრეტულ კერძო სახის სივრცეებში აღნიშნული ამოცანებისათვის თავისი სპეციფიკური დამტკიცებების ძიების ცდებით. ზომის თეორიაში სიმრავლისა და ფუნქციათა ზომადობის ცნებების განზოგადებები და მათი გამოყენებები ნათელს მოჰფენს ზომის გაგრძელების მთელი რიგი პრობლემის ამოხსნას. გამოკვლევების შედეგები წინ გადადგმული ნაბიჯი იქნება მათემატიკური ანალიზის ერთ-ერთ ისეთ რთულ დარგში, როგორიცაა კვატერნიონული ანალიზი. შესაძლებელი გახდება კვატერნიონული ფუნქციების დიფერენციალური აღრიცხვის ცნებების სიღრმისეული დამუშავება, დიფერენციარებადობის კრიტერიუმის დადგენა; შემუშავებული იქნება მრავალი ცვლადის ფუნქციის ერთი ცვლადის შერეული მწკრივებით წარმოდგენის კონცეფცია; ეს უკანასკნელი პირდაპირ კავშირშია ჰილბერტის ცნობილ მე-13 პრობლემასთან. ამ მიმართულებით მიღებული შედეგები ჩვენი აზრით იქნება ახალი მნიშვნელოვანი ინფორმაცია აღნიშნული პრობლემის ამოხსნასთან დაკავშირებულ ცნობილ შედეგებთან მიმართებაში. კვლევის ის ნაწილი, რომელიც დაკავშირებულია ანალიზურ და ჰარმონიულ ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანებთან საშუალებას მოგვცემს მიღწეული იქნას თვალსაჩინო პროგრესი რთული გეომეტრიული ბუნების არეებში და არასტანდარტულ ფუნქციათა სივრცეების ჩარჩოებში სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნადობის სრული სურათის დადგენაში. საზღვრის გეომეტრიის ამოხსნადობის ხასიათზე გავლენის გამოკვლევაში, ამოხსნადობის შემთხვევაში ამონახსნების ეფექტურად აგების ამოცანის გადაწყვეტაში. მათემატიკური ანალიზის განყოფილებაში შემუშავებულ მატრიც-ფუნქციების სპექტრალური ფაქტორიზაციის ეფექტური ალგორითმის რიცხვითი რეალიზაცია მისი უპირატესობა გამოთვლების სიჩქარით სხვა ალგორითმებთან შედარებით, სპექტრალური ფაქტორიზაციის მჭიდრო კავშირის დადგენა ვეივლეტების თეორიასთან იძლევა კარგ პერსპექტივას პრაქტიკული ამოცანების ამოხსნისათვის.

შემოტანილი ახალი ცნებები ჩვენს მიერ აღნიშნულ ცნებებზე დამყარებული გამოვლენილი ფაქტები, ამოცანის არასტანდარტული დასმები და ამოხსნები, გამოყენებები სხვადასხვა დარგის მათემატიკურ მოდელებში ახალ იმპულსს მისცემს დარგის შემდგომ განვითარებას. კვლევის შედეგები გააფართოებს შესაბამისი მიმართულებით დაგროვილ მეცნიერულ ცოდნას, შექმნის მტკიცე საფუძველს ახალგაზრდა მკვლევარების, მაგისტრანტებისა და დოქტორანტებისათვის ახალი ამოცანების დასმისა და წარმატებით გადაწყვეტისათვის.

ჯგუფის წევრების მიერ იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში გამოქვეყნებული შრომების არასრული სია, რომელიც ადასტურებს მათ გამოცდილებას და კომპეტენტურობას:

1. V. Kokilashvili, A. Meskhi and M. Mastylo, On the boundedness of the multilinear fractional integral operators, *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications,* 94(2014), 142-147.
2. V. Kokilashvili, A. Meskhi and H. Rafeiro, Estimates for nondivergence elliptic equations with VMO coefficients in generalized grand Morrey spaces, *Complex Variables and Elliptic equation*, 2013, http://dx.doi.org/10.1080/17476933.2013.831844
3. V. Kokilashvili, A. Meskhi and H. Rafeiro, Boundedness of commutators of singular and potential operators in generalized grand Morrey spaces and some applications, *Studia Math.* **217** (2013), No.2, 159-178.
4. V. Kokilashvili, A. Meskhi and M. A. Zaighum, Weighted kernel operators in variable exponent amalgam spaces*, Journal of Inequalities and Applications,* 2013, 2013:173,doi:10.1186/1029-242X-2013-173, pp. 1-28.
5. V. Kokilashvili, A. Meskhi and M. A. Zaighum, Positive kernel operators in $L^{p(x)}$ spaces, *Positivity,* 2013, DOI 10.1007/s11117-013-0225-9.

6. V. Kokilashvili, A. Meskhi and M. Sarwar, Two-weight norm estimates for maximal and Calderón-Zygmund operators in variable exponent Lebesgue spaces. *Georgian Math. J.* **20** (2013), No. 3, 547-572.
7. V. Kokilashvili and A. Meskhi, Potentials with product kernels in grand Lebesgue spaces: One-weight criteria, *Lithuanian Math.J.* **53**(2013), No.1, 27-39.
8. V. Kokilashvili and A. Meskhi, Trace inequalities for integral operators with fractional order in grand Lebesgue spaces, *Studia Mathematica,* **210** (2012), 159-176, DOI: 10.4064/sm210-2-4.
9. A. Meskhi and M. A. Zaighum, On the boundedness of product kernel operators with measures, *Georgian Mathematical Journal,* **19**(2012), No.3, 533–557, DOI: 10.1515/gmj-2012-0020.
10. A. Meskhi and G. Murtaza, Potential operators on cones of non-increasing functions, *Journal of Function Spaces and Applications*, vol. **2012**, Article ID 474681, 26 pages, 2012. doi:10.1155/2012/474681.
11. V. Kokilashvili, A. Meskhi and M. Sarwar, Potential operators in variable exponent Lebesgue spaces: Two–weight estimates. *Journal of Inequalities and Applications.* Volume **2010**(2010), Article ID 329571, 27 pages. doi: 10.1155/2010/329571.
12. A. Meskhi, Maximal functions, potentials and singular integrals in grand Morrey spaces, *Complex Variables and Elliptic Equations*, **56**(2011), Nos. 10–11, 1003–1019.
13. A. Meskhi, G. Murtaza and M. Sarwar, Weighted criteria for one-sided potentials with product kernels on cones of decreasing functions. *Math. Ineq. Appl.* **14**(2011), No. 3, 693–708.
14. V. Kokilashvili and A. Meskhi, A note on the boundedness of the Hilbert transform in weighted grand Lebesgue spaces, *Georgian Math. J.* **16** (2009), No.3, 547-551. (with V. Kokilashvili).
15. V. Kokilashvili and A. Meskhi, Maximal functions and potentials in variable exponent Morrey spaces with non-doubling measure. *Complex Variables and Elliptic Equations* **55** (2010), No. 8, 923-936 (with V. Kokilashvili).
16. Eridani, V. Kokilashvili and A. Meskhi, Morrey spaces and fractional integral operators *Expo. Math*. **27**(2009), 227-239.
17. V. Kokilashvili and A. Meskhi, Two-weight estimates for strong fractional maximal functions and potentials with multiple kernels. *J. Korean Math. Soc*. **46** (2009), No. 3, 523–550.
18. M. Asif, V. Kokilashvili and A. Meskhi, Boundedness criteria for maximal functions and potentials on the half-space in weighted Lebesgue spaces with variable exponents. *Integr. Transf. Spec. Func*. **20**(2009), No. 11, 805-819.
19. V. Kokilashvili and S. Samko, Boundedness of maximal and potential on Carleson curves in Lebesgue spaces with variable exponent. *Acta Math. Sinica English series,* 2008, DoI: 10.1007/s10114-008-6464-1.
20. D. E. Edmunds, V. Kokilashvili and A. Meskhi, One-sided operators in $L^{p(x)}$ spaces. *Math. Nachr*. **281**(2008), No. 11, 1525–1548.
21. V. Kokilashvili and S. Samko, Singular operators and Fourier multipliers in weighted Lebesgue spaces with variable exponent. (Russian) *Vestnik St. Petersburg Univ. Mathematics,* **41**(2008), No. 2, 134-144.
22. M. Asif and A. Meskhi, Weighted estimates of a measure of non-compactness for maximal and potential operators. *J. Inequal. Appl*. 2008, Art. ID 697407, 19 pages.
23. U. Ashraf, M. Asif and A. Meskhi, Boundedness and compactness of positive integral operators on cones of homogeneous groups, *Positivity,* 13 (2009), no. 3, 497–518. DOI 10.1007/s11117-008-2217-8, 497-518.
24. V. Kokilashvili and A. Meskhi, Generalized maximal functions and potentials in Lebesgue spaces with variable exponent *Int. Trans. Spec. Funct* . **18** (2007), No. 9, 609-628.
25. V. Kokilashvili, S. Samko and N. Samko, Singular operators in $L^{p(\cdot)}(\omega,\rho)$ with oscillation weights. *Math. Nachr.* **280** (2007), No. 9-10, 1-12.
26. V. Kokilashvili, A. Meskhi and N. Lyall,Two-weight estimates for singular and strongly singular integral operators. *Acta Math. Hungar.* **116** (2007), No. 1-2, 1-25.

27. V. Kokilashvili and S. Samko, Operators of Harmonis Analysis in weighted spaces with non-standard growth. *J. Math. Anal. Appl.* (2008); doi:10, 1016/j.jmaa 2008.06.056.
28. D. E. Edmunds, A. Fiorenza and A. Meskhi, On a measure of non-compactness for some classical operators. *Acta Math. Sinica.* (Eng. Series) **22**(6)(2006), 1847-1862.
29. A. Guven and V. Kokilashvili, On the mean summability by Cesaro method of Fourier trigonometric series in two-weighted setting. *J. Inequal. Appl.* **2006**, Art. ID 41837, 15 pp.
30. A. Meskhi, A note on two-weight inequalities for multiple Hardy-type operators, J. Funct. Spaces Appl. **3**(2005), 223-237.
31. V. Kokilashvili and A. Meskhi, On some two-weight inequalities for fractional integrals on nonhomogeneous spaces, *Z. Anal. Anwend.* **24**(2005), No.4, 871-885.
32. V. Kokilashvili and A. Meskhi, On one-sided potentials with multiple kernels. *Integral Transf. Spec. Funct.* **16** (2005), No. 8, 669--683.
33. V. Kokilashvili and A. Meskhi, On one-sided potentials with multiple kernel. *Integral Transforms and Special Functions* **16** (2005), No. 8, 669-683.
34. V. Kokilashvili, V. Paatashvili and S. Samko Boundary value problems for analytic functions in the class of Cauchy-type integrals with density in $L^{p(\cdot)}$(G). *Bound. Value Probl.* **2005**, no. 1, 43-71.
35. D. E. Edmunds, V. Kokilashvili and A. Meskhi, A trace inequality for generalized potentials in Lebesgue spaces with variable exponent. *J. Funct. Spaces Appl.* **2**(2004), No.1, 55-69.
36. V. Kokilashvili and S. Samko, Maximal and fractional operators in weighted $L^{p(x)}$ spaces. *Revista Math. Iberoamericana* **20** (2004), No. 2, 493-515.
37. D. E. Edmunds, V. Kokilashvili and A. Meskhi, A trace inequality of generalized potentials in Lebesgue spaces with variable exponent. *J. Funct. Spaces Appl.* **2** (2004), No. 1, 55-69.
38. D. E. Edmunds and A. Meskhi, On a measure of non-compactness for maximal operators. *Math. Nachr.* **254-255** (2003), 97-106.
39. D. E. Edmunds and A. Meskhi, Potential-type operators in $L^{p(x)}$ spaces, *Z. Anal. Anwend.*, **21**(2002), No. 3, 681-690.
40. D. E. Edmunds, V. Kokilashvili and A. Meskhi, On Fourier multipliers in weighted Triebel-Lizorkin spaces, *J. Inequal. Appl.* **7**(2002), No. 4, 555-591.
41. A. Meskhi, On the singular numbers for some integral operators. *Revista Mat. Compl.* **14**(2001), No.2, 379-393.
42. V. Kokilashvili and A. Meskhi, On a trace inequality for one-sided potentials and applications to the solvability of nonlinear integral equations. *Georgian Math. J.* **8**(2001), No. 3. 521-536 (with V. Kokilashvili).
43. D. E. Edmunds, V. Kokilashvili and A. Meskhi, Weight inequalities for singular integrals defined on spaces of homogeneous and nonhomogeneous type. *Georgian Math. J.* **8**(2001), No. 1, 33-59.
44. A. Meskhi, Criteria for the boundedness and compactness of integral transforms with positive kernels, *Proc. Edinburgh Math. Soc.* **44**(2001), 267-284.
45. V. Kokilashvili and A. Meskhi, Boundedness and compactness criteria for the generalized truncated potentials. (Russian) *Trudy Mat. Inst. Steklov.* **232**(2001), 164-178; Engl. Transl.*Proc. Steklov Inst. Math.* **232**(2001), 157-171.
46. V. Kokilashvili and A. Meskhi, Criteria for the boundedness and compactness of operators with power-logarithmic kernels. *Analysis Math.* **27**(2001), No.2, 173- 185.
47. D. E. Edmunds, V. Kokilashvili and A. Meskhi, Two-weight estimates for singular integrals defined on spaces of homogeneous type. *Canadian J. Math.* **52**(2000), No. 3, 468-502.
48. V. Kokilashvili and A. Meskhi, Weighted inequalities for the Hilbert transform and multipliers of Fourier transforms. *J. Inequal. Appl.* 1(1997), No. 3, 239- 252.
49. V. Kokilashvili and A. Meskhi, Two-weight estimation for singular integrals defined on homogeneous groups. (Russian) *Doklady Academy Nauk RAN* 354(1997) No 3. 301-303. English transl. *in Doklady Mathematics* 55(1997), No 3, 362-364.

50. D. E. Edmunds and V. Kokilashvili, Two-weight inequalities for singular integrals. *Canad. Bull. Math.* **38** (1995), No. 3, 295-303.
51. V. Kokilashvili, Weighted inequalities for maximal functions and fractional integral in Lorentz spaces. *Math. Nachr.* **133**(1987), 33-42.
52. V. Kokilashvili, On analytic functions of Smirnov-Orlicz classes. *Studia Math.* **31**(1968), 152-174.
53. A. Kharazishvili, On absolutely nonmeasurable homomorphisms of commutative groups, *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica*, v. 50, n. 3, 2013, 287-295.
54. A. Kharazishvili, Ergodic measures and the de¯nability of subgroups via normal extensions of such measures, Theory of Stochastic Processes, v. 18(34), n. 1, 2012, pp. 58-64.
55. A. Kharazishvili, Measurability properties of Vitali sets, Amer. Math. Monthly, v. 118, n. 10, 2011.
56. A. Kharazishvili, *A combinatorial problem on translation-invariant extensions of the Lebesgue measure*, Expositiones Mathematicae, v. 29, n. 1, 2011, pp. 150-158.
57. A. Kharazishvili, *On almost measurable real-valued functions*, Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica, v. 47, n. 2, 2010, pp. 257-266.
58. A. Kharazishvili and T. Tetunashvili, *On some coverings of the Euclidean plane with pairwise congruent circles*, Amer. Math. Monthly, v. 117, n. 5, 2010.
59. A. Kharazishvili, *On sums of real-valued functions with extremely thick graphs*, Expositiones Mathematicae, vol. 27, no. 2, 2009, pp. 161-169.
60. A. Kharazishvili, *On bad descriptive structure of Minkowski's sum of certain small sets in a topological vector space*, Theory of Stochastic Processes, vol. 14 (30), issue 2, 2008.
61. A. Kharazishvili and A. Kirtadze, *On measurability of algebraic sums of small sets*, Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica, vol. 45, no. 3, 2008.
62. A. Kharazishvili and A. Kirtadze, *On extensions of partial functions*, Expositiones Mathematicae, vol. 25, issue 4, 2007, pp. 345-353.
63. L. Ephremidze, An elementary proof of the polynomial matrix spectral factorization theorem, to be published in Proc. Roy. Soc. Edinburgh, Sect. A.
64. L. Ephremidze, On compact wavelet matrices of rank *m* and of order and degree *N*, (with E. Lagvilava) to be published in J. Fourier Anal. Appl.
65. L. Ephremidze, A. Gamkrelidze, and E. Lagvilava, An approximation of Daubechies wavelet matrices by perfect reconstruction filter banks with rational coefficients, Adv. Comput. Math. 38 (2013), no.1, 147-158, DOI: 10.1007/s10444-011-9232-1.
66. L. Ephremidze, G. Janashia and E. Lagvilava, On approximate spectral factorization of matrix-functions, J. Fourier Anal. Appl. 17 (2011), no. 5, 976-990, DOI: 10.1007/s00041-010-9167-9.
67. L. Ephremidze, G. Janashia and E. Lagvilava, A new method of matrix spectral factorization, IEEE Trans. Inform. Theory 57 (2011), no. 4, 2318-2326, DOI: 10.1109/TIT.2011.2112233.
68. L. Ephremidze, On the Uniqueness Property of Various Maximal Operators, Res. Inst. Math. Sci. (RIMS), Kyoto, B22 (2010), 137-144.
69. L. Ephremidze, G. Janashia and E. Lagvilava, A simple proof of matrix-valued Fejer-Riesz theorem, J. Fourier Anal. Appl. 14 (2009), 124-127 (DOI: 10.1007/s00041-008-9051-z).
70. L. Ephremidze and N. Fujii, The John-Nirenberg inequality for ergodic systems, Far East J. Dyn. Syst. 11 (2009), 49-56.
71. L. Ephremidze and N. Fujii, On the uniqueness of the one-sided maximal functions of Borel measures, J. Math. Soc. Japan, 60 (2008), 695-717.
72. L. Ephremidze, G. Janashia and E. Lagvilava, An analytic proof of the matrix spectral factorization theorem, Georgian Math. J. 15 (2008), 241-249.
73. L. Ephremidze, N. Fujii and Y. Terasawa, The Riesz “rising sun” lemma for arbitrary Borel measures with some applications, J. Funct. Spaces Appl. 5 (2007), 319-331.
74. L. Ephremidze and R. Sato, On the generalization of the Riesz-Zygmund theorem for the ergodic Hilbert transform, Ergodic Theory Dynam. Systems, 27 (2007), 113-122.
75. L. Ephremidze and R. Sato, A weighted ergodic maximal equality for nonsingular semiflows,

Colloq. Math. 103 (2005), 207-213.
76. L. Ephremidze, On the uniqueness of the two-sided ergodic maximal function, Georgian Math. J. 12 (2005), 45-52.
77. L. Ephremidze, The Stein-Weiss theorem for the ergodic Hilbert transform, Studia Math. 165, (2004), 61-71.
78. L. Ephremidze, The generalization of Stein-Weiss Theorem for the ergodic Hilbert transform, Studia Math. 155 (2003), 67-75.
79. L. Ephremidze, On the uniqueness of the ergodic maximal function, Fundamenta Math. 174 (2002), 217- 228.
80. L. Ephremidze, On the uniqueness of maximal operators for ergodic flows, Rev. Mat. Complut. 15 (2002), 75-84.
81. L. Ephremidze, G. Janashia and E. Lagvilava, On approximate factorization of positive definite matrix functions, Uspekhi Mat. Nauk, 54 (1999), 161-162 (in Russian). Translated as Russian Math. Surveys, 54 (1999), 1246-1247.
82. L. Ephremidze, On the integrability of the ergodic Hilbert transform for a class of functions with equal absolute values, Georgian Math. J. 5 (1998), 101-106.
83. L. Ephremidze, On the distribution function of the majorant of ergodic means, Studia Math. 103 (1992), 1-15.
84. L. Ephremidze, On the majorant of ergodic means, Uspekhi Mat. Nauk, 45 (1990), No. 2 (272), 223-224 (in Russian). Translated as Russian Math. Surveys, 45, (1990), 209-211.
85. V. Paatashvili, On the factorization of bounded measurable in the class of Cauchy type integrals with density from $L^{p(\cdot)}(\Gamma;\omega)$, *Georgian Math. G.* (2013).
86. V. Paatashvili and V. Kokilashvili, Weighted Hardy and Smirnov classes and the Dirichlet problem for a ring within the framework of variable exponent analysis. *Complex Variables and Elliptic Equations*, 56(2011), N 10-11, 955-973.
87. Sh. Tetunashvili, On divergence of Fourier series by some methods of summability, *Function Spaces and Applications, Journal of Function Spaces and Applications*, Article ID 542607, 9 pages doi:10.1155/2012/542607.
88. Sh. Tetunashvili and J.M. Ash, Uniqueness for multiple trigonometric and Walsh series with convergent rearranged square partial sums. *Proceedings of American Mathematical Society.* Volume **134**, Number 6, 2006. p.p. 1681-1686.
89. Sh. Tetunashvili and J.M. Ash, New Uniqueness Theorems for Trigonometric Series. *Proceedings of American Mathematical Society*. 28, Number 9, 2000. p.p. 2627-2636.
90. Sh. Tetunashvili, Trigonometric, Walsh, and Haar null-series. *Sbornik: Mathematics*, vol. **187**, № 3, 1996, p.p. 413-450.
91. Sh. Tetunashvili, Uniqueness of Multiple trigonometric series. *Mathematical Notes*, vol. **58**, № 4, 1995, p.p. 1094-1099.
92. Sh. Tetunashvili, On some multiple function series and the solution of the uniqueness problem for Pringsheim convergence of multiple trigonometric series (in Russian, *Math. Sbornik, vol. 182, № 8*, 1991) *(English translation, Math. USSR Sbornik* vol. **73**, 1992, № 2, p.p. 517-534).
93. E. Gordadze, On a problem of linear conjugation in the case of nonsmooth lines and some measurable coefficients. *Georgian Math. J.* **9** (2002), No. 3, 507-524.
94. A. Kirtadze and M. Beriashvili, On the uniqueness property of non-separable extensions of invariant Borel measures and relative measurability of real-valued functions, *Georgian Math. J.* (2013), (accepted)
95. A. Kharazishvili and T. Tetunashvili**,** On some combinatorial problems concerning geometrical realizations of finite and infinite families of sets, *Georgian Math. J.*, **15**(2008), #4, 665-675.
96. A. Kharazishvili, On Absolutely Nonmeasurable Sets and Functions, *Georgian Math. J.* **15** (2008), No. **2**, 317-325.

97. V. Kokilashvili and V. Paatashvili, The Riemann-Hilbert problem in weighted classes of Cauchy-type integrals with density from $L^{p(\cdot)}(\Gamma)$. *Complex Anal. and Operator Theory.* (0nline First ©2008 Birkhäuser Verlag Basel/Switzerland DOI 10.1007/s11785-008-0067-9).
98. L. Ephremidze, G. Janashia, E. Lagvilava, An Analytic Proof of the Matrix Spectral Factorization Theorem, *Georgian Math. J.,* 15 (2008), No. 2, 241-249.
99. V. Kokilashvili and A. Guven, On the mean of Fourier integrals and Bernstein inequality in two-weighted settings. Positivity, DOI: 10.1007/s11117-009-0012-9.
100. D. E. Edmunds, V. Kokilashvili and A. Meskhi. Two-weight estimates in $L^{p(\cdot)}$ spaces with applications to Fourier series. *Houston J. Math.* 35(2009), №2, 665-689.

ქვემოთ მოტანილია იმ მონოგრაფიების სია, სადაც ციტირებულია კვლევითი ჯგუფის მიერ მი-ღებული შედეგები:

1. F. W. King, Hilbert Transforms, *Encyclopedia of Mathematics and Its Applications* 124, *Cambridge University Press,* Vol. 1, 2010.
2. F. W. King, Hilbert Transforms, *Encyclopedia of Mathematics and Its Applications* 124, *Cambridge University Press,* Vol. 2, 2010.
3. D. Cruz-Uribe, J. M. Martell and C. Pereź. Weights, Extrapolation and the Theory of Rubio de Francia, Volume 215 of *Operator Theory: Advances and Applications. Birkhäuser, Basel,* 2011.
4. L. Diening, P. Hästö, P. Harjulehto and M. Ružička, Lebesgue and Sobolev Spaces with Variable Exponents. № 2017, *Lecture Notes in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin,* 2011; www.springer.com/mathematics/analysis/book/978-3-642-18362-1.
5. V. Maz'ya, Sobolev Spaces, *Springer-Verlag,* 1985.
6. P. L. Butzer and U. Westphal. In Introduction To Fractional Calculus, World Scientific, Singapore, 2000.
7. A. Kufner, L. Maligranda and L.-E. Persson, The Hardy Inequality-about its History and Some Related Results, *Vydavatelsky Servis Publishing House, Pilsen,* 2007.
8. A. Kufner and L.-E. Persson, Weighted Inequalities of Hardy Type, *World Scientific Publishing Co, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong,* 2003.
9. B. Opic and A. Kufner, Hardy-type Inequalities, *Longman, John Wilev and Sons. Inc. New York*, 1990.
10. H-J Schmeisser and H. Triebel, Topics in Fourier Analysis and Function Spaces, *Wiley,* 1987.
11. S. G. Samko, Hypersingular Integrals and Their Applications. *Gordon & Breach Sci. Publ., Series "Analytic Methods and Special Functions"*, 5, 2000.
12. S. G. Samko, A. A. Kilbas and O. I. Marichev, Fractional Integrals and Derivatives. Theory and Applications. *Gordon and Breach Science Publishers, London-New-York,* 1993.
13. H. Triebel, Theory of Function Spaces. *Birkhäuser, Basel,* 1983.
14. H. Triebel, Fractals and Spectra Related to Fourier Analysis and Function Spaces. *Birkhäuser, Basel,* 1997.
15. A. Böttcher and Y. I. Karlovich, Carleson Curves, Muckenhoupt Weights, and Toeplitz operators. *Progress in Mathematics, Vol.* **154,** *Birkhäuser,* 1997.
16. A. Meskhi, Measure of Non-compactness for Integral Operators in Weighted Lebesgue Spaces, *Nova Science Publishers, New York,* 2009.
17. S. L. Sobolev, Some Applications of Functional Analysis in Mathematical Physics. (Russian), *Nauka, Moscow,* 1988.
18. J. N. Pandey. The Hilbert Transforms of Schwartz Distributions and Applications. *A Willey-Interscience Publication Hohn Wiley & Son, Inc. New York. Chichester. Brisbane. Toronto. Singapore*, 1996.
19. D. S. Mitrinović, J. E. Pećarić, A. M. Fink. Inequalities Involving Functions and Their Integrals and Derivatives. *Kluwer Academic Publishers. Dordrecht/Boston/London.*
20. M. Vath, Integration Theory, World Scientific Publ. Co., London-Singapore, 2002, 277 p.

21. Handbook of Measure Theory, volumes 1 - 2, North-Holland Publishing Co., Elsevier, Amsterdam, 2002.
22. D.A. Vladimirov, Boolean Algebras in Analysis, Springer-Verlag, Berlin, 2002, 632 p.
23. M. Trott, The Mathematica Guide Book, Birkhauser, Basel, 2003, 1000 p.
24. V.I. Bogachev, Foundations of Measure Theory, vol. 1-2, Dynamics, Moscow, 2003 (in Russian, was translated into English).
25. Ch. Castaing, P.R. de Fitte, M. Valadier, Young Measures on Topological Spaces: With Applications to Control Theory, Springer-Verlag, Heidelberg, 2004, 320 p.
26. K. Ciesielski, J. Pawlikowski, The Covering Property Axiom, CPA, Cambridge University Press, Cambridge, 2004, 174 p. Qi Guo, Minkowski Measure of Asymmetry and Minkowski Distance for Convex Bodies, Uppsala Dissertations in Mathematics, v. 35, Uppsala, 2004. J. Borsik, J. Haluska, Real Functions, vol. 1, Tatra Mountains Math. Publ., Slovak Academy of Sciences, Bratislava, 2004.
27. J. Borsik, J. Haluska, Real Functions, vol. 2, Tatra Mountains Math. Publ., Slovak Academy of Sciences, Bratislava, 2005.
28. A. Liu, B. Shawyer (editors), A Taste of Mathematics, Canadian Math. Society, v. 9, Ontario, 2005.
29. Wilman Brito, El Teorema de Categoria de Baire y Aplicaciones, Rome, 2007.
30. J. Elstrodt, Measure and Integration Theory, Springer-Verlag, Heidelberg, 2007.
31. O. Delzer, Reelle Zahlen, Springer-Verlag, Berlin, 2008 (in German).
32. S. Semmes, An introduction to Some Aspects of Functional Analysis, 2: Bounded Linear Operators, Rice University, 2009.
33. A. Liu, B. Shawyer (editors), Problems from Murray Klamkin: The Canadian Collection, Mathematical Association of America, 2009. N.H. Bingham, A.J. Ostaszewski, Normed Versus Topological Groups: Dichotomy and Duality, Dissertationes Math., 2010, 155 p.
34. J. J. Rotman, Advanced Modern Algebra, American Mathematical Society, New York, 2010.
35. A. Prosperetti, Advanced Mathematics for Applications, Cambridge University Press, Cambridge, 2011.
36. L. Bukovsky, The Structure of the Real Line, Birkhauser, Basel, 2011, 536 p.
37. J. Mioduszewski, Wyklady z Topologii, Wydawnictwo Uniwersytetu Slaskiego, Katowice, 2011.
38. M. Rupp, Theorems and Problems in Functional Analysis, Springer-Verlag, Heidelberg, 2012.
39. Н. Мусхелишвили. Сингулярные интегральные уравнения, Москва, Наука, 1968;
40. Б. В. Хведелидзе. Метод интегралов типа Коши в разрывних граничных задачах теории голоморфных функций одной комплексной переменной. Итоги науки и техники. Современные проблемы математики, 1975, т. 7;
41. Л. И. Чибрикова. Основные граничные задачи для аналитических функций. Из-во Казанского университета, 1977;
42. Г. Ф. Манджавидзе. Граничные задачи сопряжения со смещанием для аналитических и обошенных аналитических функций. Издательство Тбилисского Университета, 1990;
43. I. Gohberg and N. Krupnik. One Dimensional Linear Singular integral Equations. Vols I and II Birkhäuzer Verlag, Basel, Boston, Berlin, 1992;
44. A. Böttcher and Y. I. Karlovich, Carleson curves, Muckenhoupt weights and Teoplits operators, Birkhäuzer Verlag, Basel, Boston, Berlin, 1997;
45. Исследования по линейным операторам и теории функций, 99 нерешенных задач линейного и комплексного анализа, Составление и редакция Н. К. Никольского, В. П. Хавина, С. В.Чрущева. Записки научных семинаров ЛОМИ, т. 81. Леннград, Наука, 1978.

შესასრულებელი ამოცანები ეტაპების ჩვენებით და მოსალოდნელი შედეგები სათანადო ინდიკატორებით:

2014 წელი

- კვალის ამოცანა მრავლადწრფივი პოტენციალებისათვის

დადგენილი იქნება ის აუცილებელი და საკმარისი პირობები, რომლებიც განაპირობებს ძლიერი (სუსტი) ტიპის კვალის უტოლობების მართებულობას მრავლადწრფივი პოტენციალებისათვის

- გრანდ ბოხნერის სივრცეები და მათი ასოცირებული სივრცეები

შემოტანილი იქნება ე. წ. გრანდ ბოხნერისა და მცირე გრანდ ბოხნერის სივრცეები და შესწავლილი იქნება მათი სხვადასხვა თვისებები

- ცვლადმაჩვენებლიანი გრანდ ლებეგის სივრცეები, ინტეგრალური ოპერატორები

ზომიან მეტრიკულ სივრცეებზე შემოღებული იქნება ე. წ. ცვლადმაჩვენებლიანი გრანდ ლებეგის სივრცეები, რომლებიც წარმოადგენენ ბანახის ორი არასტანდარტული ფუნქციური სივრცის - ცვლადმაჩვენებლიანი ლებეგისა და გრანდ ლებეგის სივრცეების ნაზავს. ამ სივრცეში დადგენილი იქნება მაქსიმალური ფუნქციებისა და კალდერონ-ზიგმუნდის ოპერატორების შემოსაზღვრულობა ხსენებულ სივრცეში

- ინტეგრალური ოპერატორები წონიან ცვლადმაჩვენებლიან ამალგამ სივრცეებში

დადგენილი იქნება აუცილებელი და საკმარისი პირობები წონებზე, რომელთათვისაც ადგილი აქვს კვალის უტოლობას პოტენციალებისათვის ცვლადმაჩვენებლიან ამალგამ სივრცეში. გამოკვლეული იქნება ორწონიანი ამოცანა მაქსიმალური ოპერატორებისათვის აღნიშნულ სივრცეებში. (ეს სტატია წელს გამოქვეყნდაბა).

- დირიხლესა და რიმან-ჰილბერტის სასაზღვრო ამოცანები ორადბმულ არეებში ცვლადმაჩვენებლიან სმირნოვის კლასებში

რთული გეომეტრიული ბუნების არეებში გამოკვლეული იქნება დირიხლესა და რიმან-ჰილბერტის სასაზღვრო ამოცანები. ზემოხსენებული ამოცანა შესწავლილი იქნება ანალიზურ ფუნქციათა სმირნოვის კლასებში, როცა სივრცის მაჩვენებელი სუსტ ლოგარითმულ პირობას აკმაყოფილებს. დადგენილი იქნება საზღვრის გეომეტრიისა და ცვლადი მაჩვენებლის გავლენის სურათი ამოხსნადობის ხასიათზე, ამოცანის ნეტერისეულობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა, გამოთვლილი იქნება ამოცანის ინდექსის მნიშვნელობა, ცალადბმული არის შემთხვევაში ამონახსნები აგებული იქნება ცალსახად.

- კვატერნიონული ფუნქციის ხარისხოვანი გამწკრივებისა და ინტეგრალური წარმოდგენა ორი კომპლექსური ცვლადის მიმართ

კვატერნიონული ფუნქციებისათის შემოღებული იქნება გარკვეული აზრით დიფერენცირებადობის ცნება, დადგენილი იქნება დიფერენცირებადობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა; დადგენილი იქნება კვატერნიონული ფუნქციის ხარისხოვანი გამწკრივება და ინტეგრალური წარმოდგენა ორი კომპლექსური ცვლადის მიმართ

- მატრიც-ფუნქციების სპექტრალური ფაქტორიზაციის ერთი კომპონენტის შესახებ

აღწერილი იქნება გარკვეული ტიპის წრფივ განტოლებათა ამოხსნის ალგორითმი, რომელთა კოეფიციენტების მატრიცს გააჩნია ე. წ. "გადაადგილებიანი" სტრუქტურა. ამ სისტემის სწრაფი ამოხსნა იქნება ჩვენს მიერ შემუშავებული მატრიცთა სპექტრალური ფაქტორიზაციის წარმატებული რეალიზაციის მთავარი კომპონენტი. მოტანილი იქნება აგრეთვე კომპიუტერული სიმულაციის შედეგები, რომელიც სტრუქტურული სისტემის ამოხსნის პროგრამულ უზრუნველყოფას ადარებს Mathlab-ში არსებულ წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის სტანდარტულ პაკეტს.

ინდიკატორები: გამოქვეყნებული იქნება სულ მცირე 7 სამეცნიერო ნაშრომი, შედეგები წარდგენილი იქნება მათემატიკოსთა საერთაშორისო კონგრესზე (2014 წელი, აგვისტო, სეული, სამხრეთ კორეა)

2015-2018 წლებში განზრახულია ბანახის მესერებზე განსაზღვრულ მულტინახევრადწრფივი ოპერატორებისათვის ორწონიანი თეორიის განვითარება, ფუნქციათა ზომადობის გამოკვლევა ზომათა გარკვეული კლასების მიმართ; ჰარმონიულ და განზოგადებულ ანალიზურ ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანების გამოკვლევა უბან-უბან გლუვსაზღვრიან არეებში; ფუნქციათა წარმოდგენადობის შესწავლა ერთი ცვლადის ე. წ. შერეული ფუნქციური მწკრივებით; გრანდ ზიგმუნდ-მარცინკევიჩის სივრცეების შემოღება და შესწავლა მათში ჰარმონიული ფუნქციის ინტეგრალური ოპერატორების ასახვის თვისებების დადგენის თვალსაზრისით; ჰარმონიული ფუნქციებისათვის შერეული სასაზღვრო ამოცანის გამოკვლევა; ინვარიანტული და კვაზიინვარიანტული ზომის გაგრძელების მეთოდების ანალიზი საბაზისო სივრცის ქვესიმრავლეთა ინვარიანტული სიგმა-იდეალების საშუალებით; არსად აპროქსიმატული წარმოებადი ფუნქციების სერპინსკი-ზიგმუნდის ფუნქციებისა და აბსოლუტურად არაზომადი ფუნქციებისაგან შედგენილი ვექტორული სივრცეების ძირითადი მახასიათებლების გამოკვლევა; მატრიც-ფუნქციების სპექტრალური ფაქტორიზაციის რიცხვითი რეალიზაცია და გამოყენება პრაქტიკაში; ფურიე-ლაპლასის მწკრივების კოეფიციენტების ყოფაქცევის დადგენა; ორმაგი ტრიგონომეტრიული მწკრივის განმეორებითი ინტეგრების შედეგად მიღებული მწკრივების ჯამის რიმანის აზრით სიგლუვის დადგენა.

ვვარაუდობთ გამოვაქვეყნოთ არანაკლებ 12 სამეცნიერო სტატია მაღალავტორიტეტულ, იმპაქტ-ფაქტორის მქონე ჟურნალებში; შედეგები მოხსენდება ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტში მოქმედ სამეცნიერო სემინარს და საერთაშორისო სამეცნიერო ფორუმებს.

ჩვენ ვვარაუდობთ წარმოდგენილი პრობლემის გარშემო მიღებული შედეგების საფუძველზე შევქმნათ ორი მონოგრაფია, რაც წარდგენილი იქნება საზღვარგარეთის მაღალავტორიტეტულ სამეცნიერო გამომცემლობებში.

სამეცნიერო პრემიები, გრანტები და სტიპენდიები

პრემიები

1. ვ. კოკილაშვილი საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის ა. რაზმაძის სახელობის პრემია (1985)
2. შ. ტეტუნაშვილი საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის ა. რაზმაძის სახელობის პრემია (2007)
3. ა. ხარაზიშვილი საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის ნ. მუსხელიშვილის სახელობის პრემია (2008)
4. ა. მესხი საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის პრემია ახალგაზრდა მეცნიერთათვის (2009).
5. ა. მესხი საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის ა. რაზმაძის სახელობის პრემია (2012)

საერთაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობა

მათემატიკური ანალიზის განყოფილების თანამშრომლებს აქვთ მჭიდრო სამეცნიერო კავშირები უცხოეთის შემდეგ სამეცნიერო დაწესებულებებთან:

იმპერიალ კოლეჯი (ლონდონი), კარდიფის უნივერსიტეტი (უელსი, დიდი ბრიტანეთი), სასექსის უნივერსიტეტი (დიდი ბრიტანეთი), ტრინიტი კოლეჯი (აშშ), მერილენდის უნივერსიტეტი (აშშ), რადგერსის უნივერსიტეტი (აშშ), დე პოლის უნივერსიტეტი (ჩიკაგო, აშშ), ადამ მიცკევიჩის უნივერსიტეტი (პოზნანი, პოლონეთი), პოლონეთის მეცნიერებათა აკადემიის მათემატიკის ინსტიტუტი (ვარშავა, პოლონეთი), ნეაპოლის "ფედერიკო II" უნივერსიტეტი (იტალია), პადუას უნივერსიტეტი (იტალია), პიზის უნივერსიტეტი (იტალია), ლისაბონის კვლევების ცენტრი (პორტუგალია), ლინჩოპინგის უნივერსიტეტი (შვედეთი), ლულეას უნივერსიტეტი (შვედეთი), ჩეხეთის მეცნიერებათა აკდემიის პრაღის მათემატიკის ინსტიტუტი (ჩეხეთი), მიუნხენის უნივერსიტეტი (გერმანია), იენის ფრიდრიხ შილერის უნივერსიტეტის

მათემატიკის ინსტიტუტი (გერმანია), ტოკიოს უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი (იაპონია), შიზუოკას უნივერსიტეტი, მათემატიკის დეპარტამენტი (იაპონია), იანგსთაუნის სახელმწიფო უნივერსიტეტი (ოჰაიო, აშშ), სიმონ ფრაზერის უნივერსიტეტი (კანადა), ლოძის ტექნოლოგიების უნივერსიტეტის კომპიუტერული მეცნიერებებისა და გამოყენებითი მათემატიკის ფაკულტეტი (პოლონეთი), ვროცლავის ტექნოლოგიების უნივერსიტეტის მათემატიკისა და კომპიუტერული მეცნოერებების ინსტიტუტი (პოლონეთი), ლუიზიანას სახემწიფო უნივერსიტეტის მათემატიკის დეპარტამენტი (აშშ), კარლოვის უნივერსიტეტის მათემატიკისა და ფიზიკის ფაკულტეტი (ჩეხეთი), უკრაინის მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის მათემატიკის ინსტიტუტი-კომპლექსური ანალიზისა და პოტენციალის დეპარტამენტი; შემთხვევითი პრიცესების დეპარტამენტი, ლოძის უნივერსიტეტის მათემატიკის ინსტიტუტის ნამდვილი ცვლადის ფუნქციათა თეორიის განყოფილება, ბულგარეთის მათემატიკოსთა კავშირთან არსებული გეომეტრიის საზოგადოება, ალგარვეს უნივერსიტეტი (ფარო, პორტუგალია), ოსაკას უნივერსიტეტი (იაპონია).

ეს თანამშრომლობა გამოხატულია ერთობლივი პროექტების შესრულებაში, ერთობლივი მონოგრაფიებისა და სამეცნიერო სტატიების გამოქვეყნებაში. ამის დასტურად მოვიყვანთ რამდენიმე მაგალითს:

ლ. ეფრემიძეს ერთობლივი სამეცნიერო სტატიები გამოქვეყნებული აქვს: პროფ. რ. სატოსთან (ოკაიამას სახელმწიფო უნივერსიტეტი, იაპონია), პროფ. ნ. ფუჯისთან (ტოკაის უნივერსიტეტი, იაპონია), პროფ. იუ. სერეზავასთან (ჰოკაიდოს სახელმწიფო უნივერსიტეტი, იაპონია), პროფ. ი. სპიტკოვსკისთან (უილიამისა და მერის კოლეჯი, აშშ), ს. სამკოსთან (ლისაბონის სამეცნიერო კვლევების ცენტრი, ალგარვეს უნივერსიტეტი, პორტუგალია) ერთად. ლ. ეფრემიძე ჩაბმულია ერთობლივ პროექტებში მერილენდის (აშშ) უნივერსიტეტის ნ. ვინერის ცენტრთან.

ვ. კოკილაშვილს და ა. მესხს გამოქვეყნებული აქვთ ერთობლივი მონოგრაფია სასექსის (დიდი ბრიტანეთი) უნივერსიტეტის პროფესორ დევიდ ედმუნდსთან ერთად (Kluwer-ის გამომცემლობა). მათვე გამოქვეყნებული აქვთ ერთობლივი მონოგრაფია ლულეოს (შვედეთი) უნივერსიტეტის პროფესორ ლარს-ერიკ პერსონთან ერთად (Nova Science-ის (აშშ) გამომცემლობა)

ვ. კოკილაშვილს გამოქვეყნებული აქვს ერთობლივი მონოგრაფია ჩეხ მათემატიკოსთან მირეკ კრბეცთან (World Scientific). მონოგრაფიის ციტირება 180-ს აჭარბებს.

ვ. კოკილაშვილს გამოქვეყნებული აქვს ერთობლივი სტატიები მ. კრბეცთან, ი. რაკოსნიკთან და ა. კუფნერთან (ჩეხეთის მეცნიერებათა აკადემიის მათემატიკის ინსტიტუტი)

ვ. კოკილაშვილს გამოქვეყნებული აქვს ნაშრომთა ციკლი პროფესორ ს. სამკოსთან (ლისაბონის სამეცნიერო კვლევების ცენტრი, ალგარვეს უნივერსიტეტი)

ვ. კოკილაშვილს გამოქვეყნებული აქვს ერთობლივი სტატიები რ. აკგუნთან, ასევე ორი სტატია ა. გუვენთან (ბალიკესირის უნივერსიტეტი, თურქეთი)

ა. მესხს გამოქვეყნებული აქვს ერთობლივი სტატიები პროფესორ ა. ფიორენცასთან (ნეაპოლი, ფედერიკო II უნივერსიტეტი). მასვე გამოქვეყნებული აქვს ერთობლივი სტატიები პროფესორ დევიდ ედმუნდსთან (სასექსის უნივერსიტეტი, დიდი ბრიტანეთი)

ვ. კოკილაშვილს და ა. მესხს გამოქვეყნებული აქვთ ერთობლივი სტატიები პროფესორ ჰ. რაფეიროსთან (ლისაბონის სამეცნიერო კვლევების ცენტრი, პორტუგალია)

ა. მესხს გამოქვეყნებული აქვს ერთობლივი სტატიები დოქტორებთან მ. სარვარი, ერიდანი, მ. ზაიგუმი (მათემატიკურ მეცნიერებათა სკოლა, სამთავრობო კოლეჯ-უნივერსიტეტი, ლაჰორი, პაკისტანი)

შ. ტეტუნაშვილს Proc. Amer. Math. Soc.-ში გამოქვეყნებული აქვს ორი ერთობლივი სტატია პროფესორ მ. ეშთან ერთად (დე პოლის უნივერსოტეტი, ჩიკაგო, აშშ)

<u>თემა 2:</u> ალგებრული ობიექტების ჰომოლოგიური, ჰომოტოპიური და კატეგორიული თვისებები

შემსრულებელი: ა.რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის ალგებრის განყოფილება

მკვლევარები: ხ.ინასარიძე (ჯგუფის ხელმძღვანელი), თ.დათუაშვილი, ნ. ინასარიძე, ზ.მესაბლიშვილი, ე.ხმალაძე, დ.ზანგურაშვილი, ა.პაჭკორია.

ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის **დოქტორანტები:** გ.ნადარეიშვილი, ა. თავხელიძე , ი.ნანობაშვილი, გ.არაბიძე (პირველი ორის ხელმძღვანელია ხ.ინასარიძე, ხოლო დანარჩენი ორის ნ.ინასარიძე. ამჟამად გ.ნადარეიშვილი და ა.თავხელიძე აგრძელებენ მუშაობას სადოქტორო პროგრამაზე Goettingen University (Germany) - ში.)

1. მეცნიერული კვლევის თემატიკა 2014-2018 წლებისათვის:

ჰომოტოპიური ალგებრა, K-თეორია, ჯგუფების და ალგებრების (კო)ჰომოლოგია, არაკომუტაციური გეომეტრია, კატეგორიათა თეორია.
ალგებრის ყველა ეს დარგი ინტენსიურად ვითარდება მსოფლიოს წამყვან უნივერსიტეტებსა და მათემატიკურ ცენტრებში (საფრანგეთი, გერმანია, ამერიკის შეერთებული შტატები, ინგლისი, დანია, ესპანეთი, ჰოლანდია).

2. საკვლევი საკითხები 2014 წლისათვის:

1. სასრულ კოეფიციენტებიანი ალგებრული K-ჯგუფები ლოკალურად ამოზნექილი ალგებრების კატეგორიაზე, ჯგუფების არააბელური (კო)ჰომოლოგია დაბალ განზომილებებში ექვივარიანტული მიდგომით (ხ.ინასარიძე).
2. moqmedebebi da universalurad moqmedi obieqtebi modificrebul interesis kategoriebSi (თ.დათუაშვილი).
3. ალგებრების ჯვარედინა მოდულების ჰოხშილდის და ციკლური ჰომოლოგიები, წარმოებული ფუნქტორების ხარისხი, ციკლური წარმოებული ფუნქტორები (ნ.ინასარიძე).
4. კატეგორიაზე კომონადის არააბელური კოჰომოლოგია 0 და 1 განზომილებებში კოეფიციენტებით კოალგებრებში, ბიკატეგორიების დონეზე არაკომუტაციური რგოლების გაფართოებები (ზ.მესაბლიშვილი).
5. ჰომ-ლის ალგებრების და ლის სუპერალგებრების არააბელური ტენზორული ნამრავლი (ე.ხმალაძე).
6. ალგებრების მრავალნაირობების ეფექტური დაწევის მორფიზმები, მემკვიდრეობით რგოლზე სტაბილური კატეგორია (დ.ზანგურაშვილი).
7. მონოიდების დაბალი რიგის კოჰომოლოგიის მონოიდები (ა.პაჭკორია).

მიმართულების ხელმძღვანელი ხ.ინასარიძე არის რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის ალგებრის განყოფილების გამგე და საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის აკადემიკოსი. გარდა ამისა ის ხელმძღვანელობს არასამთავრობო, აკადემიურ ორგანიზაციას “თბილისის მათემატიკური მეცნიერებების ცენტრი“ (http://www.tcms.org.ge), რომელსაც გააჩნია ორი საერთაშორისო მნიშვნელობის მათემატიკური ჟურნალი „Journal of Homotopy and Related Structures“ და “Tbilisi Matematical Journal”, რომელთაგან პირველს გააჩნია იმპაქტ ფაქტორი და რომელთა მთავარი რედაქტორია ხ.ინასარიძე.

ხ. ინასარიძე არის მსოფლიოში აღიარებული პირველი ხარისხის ექსპერტი ჰომოლოგიურ ალგებრასა და K-თეორიაში. მას მიღებული აქვს ფუნდამენტური შედეგები ამ დარგებში. სახელდობრ მის მიერ განისაზღვრა სავსებით რეგულარული სივრცის სასრული რიგის გაფართოება და სასრული რიგის ნაზრდი. ამან შემდგომში წარმოშვა სივრცის ახალი განზომილების ფუნქცია და გარდა ამისა მიღებულ იქნა კომპაქტური და ლოკალურად კომპაქტური სივრცეების მნიშვნელოვანი განზოგადება. აიგო ფუნქტორების სატელიტების თეორია ზოგად კატეგორიებში. განისაზღვრა პროექციული კლასების მიმართ ფუნქტორის არააბელური წარმოებული ფუნქტორები. ამასთან დაკავშირებით საჭირო გახდა სიმპლიციური სიმრავლის ცნების განზოგადება და ფსევდოსიმპლიციური სიმრავლეების შემოტანა და გამოყენება. GL ფუნქტორის არააბელური წარმოებული ფუნქტორების საშუალებით

დახასიათდა ალგებრული და ტოპოლოგიური K-თეორიები. უარყოფით განზომილებებში აიგო არატრივიალური სარულ კოეფიციენტებიანი ალგებრული K-ჯგუფები, რომლებიც ბუნებრივად აგრძელებენ ქუილენის K-თეორიას. აიგო ჯგუფების ექვივარიანტული ჰომოლოგიისა და კოჰომოლოგიის თეორია. მისი საშუალებით დამტკიცდა უერთეულო რგოლებისათვის მილნორის ფორმულა, რომელიც აკავშირებს მილნორის მეორე K_2 ალგებრულ K-ფუნქტორს ელემენტარული ჯგუფის მეორე ინტეგრალურ ჰომოლოგიასთან და რომლის დროსაც გამოყენებულ იქნა სტეაინბერგის ჯგუფის მოქმედება. გარდა ამისა, ექვივარიანტული ინტეგრალური ჰომოლოგიისათვის მიღებულ იქნა მაღალი რიგის ჰოპფის ფორმულები (ე.ხმალაძესთან ერთად). აიგო ნორმირებული ალგებრების K-თეორია ქვილენის კონსტრუქციის გამოყენებით. რამაც გააერთიანა ალგებრული და ტოპოლოგიური K- თეორიები ერთ K-თეორიად. აიგო არატრივიალური სასრულ კოეფიციენტებიანი უარყოფითი ალგებრული K-ჯგუფები, რომლებიც გადაება არსებულ სასრულ კოეფიციენტებიან დადებით ალგებრულ K-ჯგუფებს გრძელი ზუსტი მიმდევრობის სახით. ლოკალურად ამოზნექილი ალგებრებისათვის დამტკიცდა კარუბის ჰიპოტეზა ალგებრული და ტოპოლოგიური K-ჯგუფების იზომორფიზმის შესახებ. ამისათვის საჭირო შეიქმნა (თ.კანდელაკთან ერთად) ახალი უფრო ფაქიზი ტოპოლოგიური ინვარიანტის შემოტანა ვიდრე არის ტოპოლოგიური K-თეორია, მას გლუვი K-თეორია ეწოდა და ნაჩვენები იქნა, რომ ალგებრული და გლუვი K-ჯგუფები ერთმანეთის იზომორფულია კვაზი სტაბილური ლოკალურად ამოზნექილი ალგებრების ფართო კლასისათვის, რომელიც შეიცავს ბევრ მნიშვნელოვან ფუნქციონალურ ალგებრებს. (თ.კანდელაკთან ერთად) განიმარტა ახლებურად რაციონალური ბივარიანტული K-ჯგუფები და აიგო ბივარიანტული K-თეორიის გრეხვის ჯგუფი, რომელიც წარმოადგენს სასრულ კოეფიციენტებიანი ბივარიანრული K-ჯგუფების პირდაპირ ზღვარს. გარდა ამისა ამ ჯგუფების დაკავშირება ბივარიანტულ K-ჯგუფებთან მოხდა გრძელი ზუსტი მიმდევრობის სახით, რომელიც შემდგომში განზოგადდა ტრიანგულირებადი კატეგორისათვის ლოკალიზაციის და კოლოკალიზაციის გრძელი ზუსტი მიმდევრობის სახით. დამტკიცდა რომ საკუთრივად უნიფორმულად შემოსაზღვრული აპროქსიმაციული ერთეულის მქონე სტაბილურ ფრეშეს ალგებრებს გააჩნიათ K-რეგულარობის თვისება.

პუბლიკაცია

მონოგრაფიები:

წლები	
1995	Algebraic K-theory, Kluwer Academic Publishers, Amsterdam, 440 pages.
1997	Non-Abelian Homological Algebra and Its Applications, Kluwer Academic Publishers, Amsterdam, 270 pages.

თემატიკასთან დაკავშირებული ძირითადი სტატიები:

წლები	
1965	Universal functors, *Bull. Georgian Acad. Sci. 38, No3 (in Russian).*
1965	Extensions of regular semigroups, *Bull. Georgian Acad. Sci. 39, No1 (in Russian).*
1969	Alexander-Kolmogorov cohomology with coefficients in commutative inverse semigroups, *Bull. Georgian Acad. Sci. 54, No2 (in Russian).*
1972	Exact homology and linking for Steenrod duality, *Doklady Acad. Nauk USSR 206, No1 (in Russian).*
1972	On exact homology, *Proc. A.Razmadze Math. Institute, 41 (in Russian).*
1974	Exact homology and Tate cohomology of locally compact zerodimensional groups, *Bull. Georgian Acad. Sci. 74, No1 (in Russian)*
1975	On algebraic K-functors, *Bull. Georgian Acad. Sci. 77, No1 (in Russian).*

1975	**Generalization of Milnor sequence for inverse limits**, *Bull. Georgian Acad. Sci. 79, No1 (in Russian).*
1975	**Homotopy of pseudosimplicial groups, nonabelian derived functors and algebraic K-theory**, *Matem. Sbornik 98, No3, 339 – 362.*
1975	**Some topics of homological and homotopical algebra and their applications**, *Proc. A.Razmadze Math. Institute 48, 140 pages (in Russian).*
1983	**On Swan-Gersten K-functor K3**, *Bull. Georgian Acad. Sci. 111, No3, 29-31 (in Russian).*
1985	**K-theory of special normed algebras**, *Uspehi Mat. Nauk 40, No4, 169-170.*
1990	**K-theory of special normed rings**, *Lecture Notes in Math., Springer verlag, 1437, 95 -156.*
1997	***Nonabelian cohomology of groups***, *Georgian Math. J. 4, No4, 313 - 332.*
1997	***Nonabelian cohomology with coefficients in crossed bimodules*** , *Georgian Math. J. 4, No6, 509 - 522.*
1997	***Universal property of Kasparov bivariant K-theory***, *Bull. Georgian Acad. Sci. 156, No2 , 185 - 189.*
1998	*(with N.Inassaridze)* ***New descriptions of the nonabelian homology of groups***, *Bull. Georgian Acad. Sci. 157, No2, 196 - 200.*
1998	*(with N.Inassaridze)* ***The second and the third nonabelian homology of groups***, *Bull. Georgian Acad. Sci. 158, No3 (1998).*
1999	*(with N.Inassaridze)* ***Nonabelian homology of groups***, *K-Theory J. 378, 1-17.*
2000	***Algebraic K-theory of normed algebras***, *K-Theory 21, No 1, 25-56.*
2001	(with D.Conduché and N.Inassaridze) **Mod q cohomology and Tate cohomology of groups**, *Prepublication 01-29, Institute de Recherche Mathematique de Rennes.*
2001	(with A.Garzon) **Semidirect products of categorical groups. Obstruction theory and derivations,** *Homology, Homotopy and Applications 3 (1), 111-138.*
2002	**Higher nonabelian cohomology of groups**, *Glasgow Math. J. 44, 497-520.*
2002	(with T.Kandelaki) **K-theory of stable generalized operator algebras** , *K-Theory 27, 103-110.*
2004	(with D.Conduché and N.Inassaridze) **Mod q cohomology and Tate-Vogel cohomology of groups,** *J. Pure Appl. Algebra 189, 61-87.*
2004	(with A.M.Cegarra) **Homology of groups with operators,** *Intern. Math. J. 5 (1), 29-48.*
2005	**More about (co)homology of groups and associative algebras**, *Homology, Homotopy and Applications 7 (1), 87-108.*
2005	**Equivariant homology and cohomology of groups,** *Topology and its Applications 153, 66-89.*
2005	(with D.Arlettaz) **Finite K-theory spaces,** *Proc. Cambridge Phil. Soc. 139, 261-286.*
2006	(with T.Kandelaki) **Smooth K-theory of locally convex algebras,** *preprint), arXiv: math.KT/0603095.*
2008	(with T.Kandelaki) **La conjecture de Karoubi pour la K-theorie lisse,** *C. R. Acad. Sci. Paris. Ser. I 346, 1129-1132.*
2010	(with E.Khmaladze) **Hopf formulas for the equivariant integral homology of groups,** *Proc. Amer. Math. Soc. 138 (9), 3037-3046.*
2011	(with T.Kandelaki) **Smooth K-theory of locally convex algebras,** Communications in Contemporary Mathematics 13 (4), 553-577.
2011	(with T.Kandelaki and R.Meyer) **Localisation and colocalisation of KK-theory at sets of primes,** *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universitaet Hamburg, 81 (1) 19-34 .*
2012	(with T.Kandelaki and R.Meyer) **Localisation and colocalisation of triangulated categories at thick subcategories,** Mathematica Scandinavica, *110, 59-74.*
2013	**K-regularity of locally convex algebras,** *Journal of Non-commutative Geometry* (submitted).

ხ.ინასარიძეს მიღებული აქვს

1998 წელს	საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის რაზმაძის სახელობის პრემია
1999 წელს	ირანის მეცნიერებისა და ტექნოლოგიის საერთაშორისო ხორიზმის სახელობის პირველი პრემია

ხ. ინასარიძის 3 მოწაფე გ. ჯანელიძე, თ. ფირაშვილი და ი. გუბელაძე არიან შესაბამისად სრული პროფესორები შემდეგი ცნობილი უნივერსიტეტების: Capetown University, South Africa; Leicester University, UK; San Francisco State University, USA.

თ. დათუაშვილმა მიიღო რგოლის ბიმოდულის საშუალებით ტრივიალური წრფივი ტოპოლოგიური გაფართოების გლობალური ჰომოლოგიური განზომილების ფორმულა, როცა ბიმოდული არის ტოპოლოგიურად კოჰერენტული მარცხენა მოდული. ამ შედეგის გამოყენებით მან აღწერა გროთენდიკის კატეგორიათა სტაბილური გაფართოებების Ext ფუნქტორი და მიიღო გაფართოების კატეგორიის გლობალური ჰომოლოგიური განზომილების ფორმულა. გარკვეულ შეზღუდვებში შეაფასა რგოლის ბიმოდულის საშუალებით არატრივიალური გაფართოების გლობალური ჰომოლოგიური განზომილება. ამ შედეგებით თ.დათუაშვილმა ბუნებრივ პირობებში დადებითი პასუხი გასცა ი. პალმერისა და ი.-ე. რუსის (სტოკჰოლმი,შვედეთი) მიერ დასმულ ორ პრობლემას. მან აგრეთვე განმარტა აბელური კატეგორიის ფუნქტორით არატრივიალური გაფართოება, მიიღო გლობალური განზომილების ფორმულა, და ამასთან გლობალური განზომილების შეფასება, რითაც არსებითად განაზოგადა უცხოელი მათემატიკოსების შედეგები. მან განავითარა შინაგანი კატეგორიათა თეორიის საკითხები ოპერატორებიან ჯგუფთა კატეგორიაში და ასეთი შინაგანი კატეგორიების კოჰომოლოგიის თეორია. მან სრულად აღწერა კოჰომოლოგიის შესაბამისი კომპლექსი, გამოთვალა კოჰომოლოგიის ჯგუფები, დაახასიათა კოჰომოლოგიურად ტრივიალური შინაგანი კატეგორიები, მიიღო შინაგანი კანის გაფართოების არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა, რაც ჩვეულებრივი კატეგორიებისთვის საზოგადოდ არ გვაქვს. თ.დათუაშვილმა განავითარა შინაგანი კატეგორიათა თეორიის საკითხები ოპერატორებიან ჯგუფთა კატეგორიაში და ასეთი შინაგანი კატეგორიების კოჰომოლოგიის თეორია. მან სრულად აღწერა კოჰომოლოგიის შესაბამისი კომპლექსი, გამოთვალა კოჰომოლოგიის ჯგუფები, დაახასიათა კოჰომოლოგიურად ტრივიალური შინაგანი კატეგორიები, მიიღო შინაგანი კანის გაფართოების არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა, რაც ჩვეულებრივი კატეგორიებისთვის საზოგადოდ არ გვაქვს.

თ. დათუაშვილის მიერ ესპანელ მათემატიკოსებთან ხ.-მ. კაზასთან და მ. ლადრასთან ერთად შესწავლილია მოქმედების საკითხი ინტერესის კატეგორიებში. ასეთი კატეგორიის ნებისმიერი A ობიექტისთვის მათ შემოიტანეს უნივერსალური მკაცრი ზოგადი ექთორის (USGA(A)) და ექთორის ცნებები. უკანასკნელი ექვივალენტურია გახლეჩად გაფართოებათა მაკლასიფიცირებელი ობიექტის ცნებისა, რომელიც განმარტებული იყო ფრ. ბორსეუს, გ. ჯანელიძისა და გ.მ. კელის მიერ იმავე პერიოდში უფრო ზოგადი ტიპის კატეგორიის შემთხვევაში. მიღებულია ინტერესის კატეგორიაში ნებისმიერი A ობიექტის ექთორის არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა U USGA(A)--ისUტერმინებში. მიღებულია USGA(A)-ის კონსტრუქცია და დადგენილია მისი თვისებები. მიღებული იქნა ექთორის კონსტრუქცია წინაჯვარედინი მოდულების კატეგორიაში და ექთორის არსებობის საკმარისი პირობა ალტერნაციული ალგებრების კატეგორიაში და შესაბამისი კონსტრუქცია. კაზასისა და დათუაშვილის მიერ შესწავლილია არაკომუტაციური ლაიბნიც-პუასონის ალგებრები (NLP-ალგებრები). მათ მოგვცეს თავისუფალი NLP-ალგებრების კონსტრუქცია, განმარტეს NLP-ალგებრების კოჰომოლოგია, შეისწავლეს მისი თვისებები, მისი კავშირი ცნობილ ჰოხშილდისა და Lლაიბნიცის კოჰომოლოგიებთან. Mეს კოჰომოლოგია კერძო შენთხვევაში იძლევა კლასიკური პუასონის ალგებრების ახალ კოჰომოლოგიას. შემდგომში კაზასმა, დათუაშვილმა და ლადრამ განმარტეს და გამოიკვლიეს ორმხრივი (მარჯვენა-

მარცხენა) არაკომუტაციური პუასონის ალგებრები და მათი კოჰომოლოგიები. თ.დათუაშვილის ორი შრომა ეძღვნება ორი პრობლემის ამოხსნას, რომელიც ფრანგმა მათემატიკოსმა ჯ.-ლ. ლოდემ მას პირადად დაუსვა, და რომელიც აგრეთვე ჩამოყალიბებულია ლოდეს შრომებში. პრობლემები ეხება ლაიბნიცის ალგებრებს, რომელიც გარკვეული აზრით განიხილება როგორც ლის ალგებრის არაკომუტაციური ანალოგი. ეს შედეგები და თავის თავზე მომქმედი ჯგუფების მიღებული თეორია იძლევა საფუძველს გამოვიყენოთ იგივე მიდგომა ლოდეს მესამე პრობლემის ამოსახსნელად, რომელიც გარკვეული აზრით გაგრძელებაა პირველი ორისა, და რომლის ამოხსნას ლოდეს აზრით მივყავართ რგოლის ლაიბნიცისK K-თეორიის ახალ ცნებამდე. თ.დათუაშვილისა და გერმანელი მათემატიკოსის ფ.უ. ბაუერის მიერ მათ ერთობლივ შრომებში შესწავლილი იქნა ჯაჭვური ფუნტორების Ch კატეგორიის ჰომოტოპიური და კატეგორიული თვისებები. ჯაჭვური ფუნქტორების ცნება შემოტანილი იყო ბაუერის მიერ და ასეთი სახის კვლევა შემოთავაზებული იყო აგრეთვე მის მიერ. მათ განმარტეს ფიბრაციები, კოფიბრაციები და სუსტი ექვივალენტობები ამ კატეგორიაში, და დაამტკიცეს, რომ კმაყოფილდება დ. ქუილენის ჩაკეტილი მოდელ კატეგორიის CM2)-CM5) აქსიომები.

პub l ikacia

1. On the cohomological dimension of categories, Bull. Georgian Acad. Sci., 88 (1977), No.1,17-20.
2. On the cohomology of categories, Proc. Math. Inst. Georgian Acad. Sci., LXII (1979), 28-37.
3. On Hilbert's theorems for polinomial extensions of additive categories, Abstracts of the talks of the VIII Conference of Georgian Mathematicians, Kutaisi, 1979, 58-59.
4. On the computation of the global homological dimension of certain linear topological matrix rings, Abstracts of the All-Union Symposium on the Theory of Rings, Algebras and Modules,1980, Kishenev (Moldavia).
5. On the global homological dimension of extensions of rings, Bull.Georgian Acad. Sci. 100 (1980), No. 2, 301-304.
6. On the global homological dimensions of trivial linear topological extensions of linear topological rings, Bull. Georgian Acad. Sci. 100 (1980), No.3, 537-540.
7. On the homological dimension of extensions of abelian categories and rings, Bull. Georgian Acad. Sci. 101 (1981), No.1, 37-40.
8. On the homological dimension of extensions of abelian categories, Proc. Math. Inst. Georgian Acad. Sci. LXX (1982), 24-41.
9. The global homological dimension of trivial linear topological extensions of rings, Proc. Math. Inst. Georgian Acad. Sci. LXXIV (1983), 26-38.
10. On the global dimension of the category of functors, Abstracts of the talks of the XI Conference of Georgian Mathematicians, Kutaisi, 1986.
11. Coherence of nontrivial extensions of abelian categories, Proc. Math. Inst. Georgian Acad. Sci. 91 (1988), 3-11.
12. Cohomology of internal categories in categories of groups with operations, in Categoprical Topology and its Relation to Analysis, Algebra and Combinatorics, Editors: J. Adamek and S. Mac Lane, Proc. Conf. Categorical Topology, Prague 1988, World Scientific, 1989, 270-283.
13. Homological dimension of extensions of abelian categories and rings, Lecture Notes in Math. 1437 (1990), 1-35.
14. Cohomologically trivial internal categories in categories of groups with operations, Applied Categorical Structures, 3 (1995), No.3, 221-237.
15. Whitehead homotopy equivalence and internal category equivalence of crossed modules in categories of groups with operations, Collected papers on K-theory and Categorical Algebra, Proc. A.Razmadze Math Inst. Acad.Sci. Georgia, 113 (1995), 3-30.
16. Kan extensions of internal functors.Algebraic approach, Georgian Mathematical Journal, 6 (1999), No.2, 127-148.

17. Categorical properties of Mac Lane – Whitehead constructions, Abstracts of the talks of the International Meeting in Category Theory, Como (Italy), 2000.
18. (with T.Pirashvili), On (Co)Homology of 2-types and crossed modules, J. Algebra, 244 (2001), 352-365.
19. Kan extensions of internal functors. Nonconnected case, J. Pure Appl. Algebra, 167 (2002), 195-202.
20. (with F.W.Bauer), Closed model category structures on the category of chain functors, Topology & its Applications, 131(2003),101-128.
21. Central series for groups with action and Leibniz algebras, Georgian Mathematical Journal, 9(2002), No.4, 671-682.
22. Witt's theorem for groups with action and free Leibniz algebras, Georgian Mathematical Journal, 11 (2004), No.4, 691-712.
23. (with F.W. Bauer) The existence of certain (co-) limits in the category of chain functors, Journal of Algebra and Its Applications, vol. 5, No. 4 (2006) 379-401.
24. (with J.M. Casas) Noncommutative Leibniz – Poisson algebras, Communications in Algebra, 34 (2006), No. 7, 2507-2530.
25. (with F.W. Bauer) Simplicial closed model category structures on the category of chain functors, Homology, Homotopy and its Applications, vol.9(1), (2007), 1-32.
26. (with J.M. Casas and M. Ladra) Actors in categories of interest arXiv: math/0702574v2[mathCT]
27. (with J.M. Casas and M. Ladra) Actor of a precrossed module, Communications in Algebra, vol. 37, 2009, 4516-4541.
28. (with J.M. Casas and M. Ladra) Universal strict general actors and actors in categories of interest, Applied Categorical Structures vol. 18, 2010, 85-114.
29. (with J.M. Casas and M. Ladra) Actor of a Lie--Leibniz algebra, to appear in Communications in Algebra, DOI 10.1080/0092. 7872.2011.644608.
30. (with J.M. Casas and M. Ladra), Actor of an alternative algebra arXiv.math/0910.0550v1[mathRA] 3 Oct 2009.
31. (with J.M. Casas, M. Ladra and E. Uslu) Actions in the category of precrossed modules in Lie algebras, Communications in algebra 40 (8) 2012, 1-21.
32. (with J.M. Casas and M. Ladra) Left-Right Noncommutative Poisson algebras, to appear in Central European Journal of Mathematics, (DOI) 10.2478/s11533-013-0321-x.

ნ. ინასარიძე არის ექსპერტი ჰომოლოგიურ და ჰომოტოპიურ ალგებრასა და ციკლურ ჰომოლოგიაში. მან განავითარა ჯგუფების არააბელური ჰომოლოგიის თეორია და (ხ. ინასარიძესთან და ფრანგ მათემატიკოს კონდუშესთან ერთად) მოდ ქ (კო)ჰომოლოგიის თეორია, რომელსაც მნიშვნელოვანი გამოყენებები გააჩნია K-თეორიაში. ნ. ინასარიძემ (დონაძესთან და პორტერთან ერთად) განავითარა ზოგადი თეორია ნ-ჯერადი ჩეხის წარმოებული ფუნქტორებისა ფუნქტორებისათვის მნიშვნელობებით ჯგუფების კატეგორიაში. ამ თეორიის გამოყენებით მათ მიიღეს ახალი, წმინდა ალგებრული მეთოდი ჯგუფების მაღალი მთელკოეფიციენტებიანი ჰომოლოგიების კვლევისათვის, ჰოპფის ფორმულების (ბრაუნისა და ელისის აზრით) თვალსაზრისით და ამ ფორმულების შემდგომი განზოგადებები. მან (დონაძესთან და ლადრასთა ერთად) აღწერა ასოციური ალგებრების ციკლური, პერიოდული ციკლური და უარყოფითი ციკლური ჰომოლოგიები ნულმახასიათებლიან შემთხვევაში როგორც კოსამეულით წარმოებული ფუნქტორები და n-ჯერადი ჩეხის წარმოებული ფუნქტორების გამოყენებით მან მიიღო ჰოპფის ტიპის ფორმულები ციკლური ჰომოლოგიისათვის. მულტიპლიკაციური ლის რგოლების ჰომოლოგიის თეორიების და მულტიპლიკაციური ლის რგოლების ცენტრალური გაფართოებების შემოტანისა და კვლევისას მან (ბაკთან, დონაძესთან და ლადრასთან ერთად) აღწერა ნებისმიერი რგოლის სტეინბერგის მულტიპლიკაციური ლის რგოლი როგორც სტეინბერგის ჯგუფისა და სტეინბერგის ლის ალგებრის ნამრავლი. ნ. ინასარიძემ (ხმალაძესთან ერთად) ააგო ლის ალგებრების არააბელური (კო)ჰომოლოგიის თეორია, რომელსაც აქვს გამოყენებები ციკლურ ჰომოლოგიაში და კავშირი

ლის ალგებრების გაფართოებებთან. მათ (კასასთან და ლადრასთან ერთად) გამოიკვლიეს ჰომოტოპიური (n+1)-ტიპების კოსამეულის ჰომოლოგია ჰოპფის ტიპის ფორმულების თვალსაზრისით. მათ (დონაძესთან და ლადრასთან ერთად) შეისწავლეს არაერთეულიანი ასოციური ალგებრების ჯვარედინი მოდულების ჰოხშილდის და (კოსამეულის) ციკლური ჰომოლოგიები, მიიღეს ჯვარედინი მოდულების ციკლური და კოსამეულის ციკლური ჰომოლოგიების შედარება ჰომოლოგიების გრძელი ზუსტი მიმდევრობის ტერმინებში, რომელიც ანზოგადებს ფარდობითი ციკლური ჰომოლოგიის ზუსტ მიმდევრობას.

პუბლიკაცია

1. Non-abelian homology of groups, Bull. Georgian Acad. Sci. 150, No 1, (1994),13-17.
2. Non-abelian tensor products and non-abelian homology of groups, J. Pure Appl. Algebra 112 (1996), 191-205.
3. Finiteness of non-abelian tensor product of groups, Theory Appl. Categories Vol. 2, No 5 (1996), 55-61.
4. Non-abelian tensor products of finite groups with non-compatible actions, Bull. Georgian Acad. Sci. 154, No 1 (1996), 25-27.
5. Non-abelian tensor products of precrossed modules, Bull. Georgian Acad. Sci. 155, No 3 (1997).
6. Relationship of non-abelian tensor products and non-abelian homology of groups with Whitehead's gamma functor, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 117 (1998), 31-51.
7. (with H.Inassaridze) New descriptions of the nonabelian homology of groups, Bull. Georgian Acad. Sci. 157, No 2 (1998), 196-200.
8. (with H.Inassaridze) The second and the third non-abelian homology of groups, Bull. Georgian Acad. Sci. 158, No 3 (1998).
9. (with H.Inassaridze) Non-abelian homology of groups, K-Theory J. 378 (1999), 1-17.
10. (with E.Khmaladze) More about homological properties of precrossed modules, Homology, Homotopy and Applications Vol. 2, No 7 (2000), 105-114.
11. On nonabelian tensor product modulo q of groups, Comm. Algebra 29 (2001), 2657-2687.
12. (with E.Khmaladze and M.Ladra) Non-abelian tensor product of Lie algebras and its derived functors, Extracta Mathematicae Vol. 17, Num. 2 (2002), 281-288.
13. (with G.Donadze) Generalised Hopf type formulas, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 131 (2003), 111-113.
14. (with E.Khmaladze) Non abelian (co)homology of Lie algebras Proc. A. Razmadze Math. Inst. 131 (2003), 123-125.
15. N-fold Cech derived functors of group valued functors, Bull. Georgian Acad. Sci. 168, No 2, 2003.
16. (with D.Conduche and H.Inassaridze) Mod q cohomology and Tate-Vogel co-homology of groups, J. Pure Appl. Algebra 189 (2004), 61-87.
17. (with E.Khmaladze and M.Ladra) Non-abelian homology of Lie algebras, Glasgow Math. J. 46 (2004), 417-429.
18. (with G.Donadze and T.Porter) n-Fold Cech derived functors and generalized Hopf type formulas, K-Theory 35(2005), 341-373.
19. (with J.M.Casas, E.Khmaladze and M.Ladra) Homology of n-types and Hopf type formulas, J. Pure Appl. Algebra 200 (2005), 267-280.
20. (with A.Bak, G.Donadze and M.Ladra) Homology of multiplicative Lie rings, J.Pure Appl. Algebra 208 (2007), 761-777.
21. (with E.Khmaladze and M.Ladra) Non-abelian cohomology and extensions of Lie algebras, J. Lie Theory 18 (2) (2008), 413-432.
22. (with M.Ladra) Hopf type formulas for cyclic homology, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 346 (2008), 385-390.
23. (with J.M.Casas and M.Ladra) Homological aspects of Lie algebra crossed modules, Manuscripta Mathematica 131 (3-4) (2010), 385-401.

24. (with G.Donadze and M.Ladra) Cyclic homology via derived functors,Homology, Homotopy and Applications 12 (2) (2010), 321-334.
25. (with G.Donadze, E.Khmaladze and M.Ladra) Cyclic homologies of crossed modules of algebras, J. Noncommutative Geometry 6 (4) (2012), 749--771.
26. (with J.M.Casas and M.Ladra) On degree of derived functors, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 159 (2012), 11--20.
27. (with T.Kandelaki and M.Ladra) Categorical interpretations of some key agreement protocols, J. Mathematical Sciences 195 (4) (2013), 439-444
28. (with J.M.Casas, E.Khmaladze and M.Ladra) Adjunction between crossed modules of groups and algebras, J. Homotopy and Related Structures (2013), (accepted for publication).
29. Some aspects of homotopical algebra and non-abelian (co)homology theories, J. Mathematical Sciences (2013), (to appear).

ბ. მესაბლიშვილი იკვლევს კატეგორიული ალგებრის საკითხებს. მან დაამტკიცა, რომ კომუტაციური რგოლების წმინდა ჰომომორფიზმები არის ეფექტური დაწევის მორფიზმები კომუტაციური რგოლების ორადულ კატეგორიაზე მოდულებით განსაზღვრული ინდექსირებული კატეგორიის მიმართ. მან დაამტკიცა, რომ კომუტაციური რგოლების წმინდა ჰომომორფიზმები არის აგრეთვე ეფექტური დაწევის მორფიზმები კომუტაციური რგოლების ორადულ კატეგორიაზე სასრულად წარმოქმნილი, ბრტყელი, სასრულად წარმოქმნილი პროექციული მოდულებით განსაზღვრული ინდექსირებული კატეგორიების მიმართ. მის მიერ მიღებულია სქემების იმ კვაზი-კომპაქტური მორფიზმების სრული დახასიათება, რომლებიც არის ეფექტური დაწევის მორფიზმები სქემების კატეგორიაზე კვაზი-კოჰერენტული მოდულებით განსაზღვრული ინდექსირებული კატეგორიის მიმართ, მან აჩვენა რომ იგივე მორფიზმები არის ეფექტური დაწევის მორფიზმები სქემების კატეგორიაზე სასრული ტიპის, ბრტყელი, სასრული ტიპის ბრტყელი, ლოკალურად პროექციული კვაზი-კოჰერენტული მოდულების კონებით განსაზღვრული ინდექსირებული კატეგორიების მიმართ. მის მიერ შემოტანილია ეფექტური დაწევის ტიპის მონადის განმარტება და დამტკიცებულია, რომ მარცხენა შეუღლებული ფუნქტორი არის კომონადური მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ამ შეუღლებით ინდუცირებული მონადა არის ეფექტური დაწევის ტიპის. ამ შედეგის გამოყენებით მოცემულია სიმრავლეებზე, წერტილოვან სიმრავლეებზე და ზოგიერთ რგოლზე მოდულების კატეგორიებზე განსაზღვრული ეფექტური დაწევის ტიპის მონადების სრული დახასიათება. მიღებულია არაკომუტაციური რგოლების გაფართოებით მიღებული სკალარების შეცვლის ფუნქტორის კომონადურობის კრიტერიუმი. დამტკიცებულია, რომ Barr-ის აზრით - კატეგორიაზე განსაზღვრული მარცხენა ფუნქტორი არის კომონადური მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ის არის წინაკომონადური. მან მიიღო აუცილებელი და საკმარისი პირობა იმისა, რომ ლოკალურად წარმოდგენად კატეგორიაში წმინდა მორფიზმი იყოს ეფექტური დაწევის. დამტკიცებულია, რომ მონოიდალურ სიმეტრიულ ლოკალურად წარმოდგენად კატეგორიებში კომუტაციური მონოიდების წმინდა მორფიზმები არის ეფექტური დაწევის. გამოყოფილია ჩაკეტილი სიმეტრიული მონოიდალური კატეგორიების ისეთი კლასი, რომლებშიც კომუტაციური მონოიდების მორფიზმი არის ეფექტური დაწევის მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ის არის წმინდა.

ბ. მესაბლიშვილმა ელემენტარულ ტოპოსში განმარტა ბმული რგოლის გალუას გაფართოება და დაამტკიცა გალუას ფუნდამენტური თეორემა ასეთი გაფართოებებისათვის. დამტკიცებულია, რომ ელემენტარულ ტოპოსში შინაგანი მოდულების კატეგორიაში Chase-Sweeler-ის და Ligon-ის გალუას თეორიები ექვივალენტურია. მიღებულია Masuoka-ს თეორემის ბიკატეგორიული განზოგადება, რომელიც არაკომუტაციური რგოლების გაფართოებისათვის ანზოგადებს იმ კარგად ცნობილ ფაქტს, რომ კომუტაციური რგოლების მკაცრად ბრტყელი გაფართოების შესაბამისი ფარდობითი პიკარის ჯგუფი არის ამიცურის კოჰომოლოგიის პირველი ჯგუფის იზომორფული. მიღებულია ე.წ. სტრუქტურული თეორემა ჰოპფის მოდულებისათვის ჰოპფის ალგებრის მიმართ ნებისმიერ გადაწნულ მონოიდალურ კატეგორიაში. განვსაზღვრულია გალუას ფუნქტორის ცნება და დამტკიცებულია ზოგადი ე.წ.

სტრუქტურული თეორემა. დამტკიცებულია, რომ სტრუქტურული თეორემები განზოგადოებული ჰოპფის მოდულებისათვის (იხ. Aguiar, M. and Chase, S.U., Generalized Hopf modules for bimonads, Theory Appl. Categ. 27 (2013), 263–326) და ჰოპფის მოდულებისათვის ჰოპფის ალგებრის მიმართ ორმაგ მონოიდალურ კატეგორიებში (იხ. Bohm, G., Chen, Y. and Zhang, L., On Hopf monoids in duoidal categories, J. Algebra 394 (2013), 139–172) არის ჩვენი სტრუქტურული თეორემის კერძო შემთხვევები. შემოტანილია ბიმონადის და ჰოპფის მონადის განმარტებები, რომლებიც განაზოგადებს ბიალგებრის და ჰოპფის ალგებრის კლასიკურ ცნებებს. დამტკიცებულია განზოგადოებული ფუნდამენტური თეორემა ჰოპფის მოდულების შესახებ. დამტკიცებულია, რომ sup-სტრუქტურების კატეგორიაზე გამდიდრებული ნებისმიერი მცირე კატეგორია არის მორიტა-ექვივალენტური sup-მონოიდის. შემოტანილია ერთიდაიგივე კატეგორიაზე განსაზღვრული მონადის და კომონადის დაწყვილების ცნება. ნაჩვენებია, რომ ნებისმიერი დაწყვილება განსაზღვრავს ე.წ. რაციონალურ ფუნქტორს, რომელიც განაზოგადებს კოალგებრებისათვის ცნობილ რაციონალურ ფუნქტორს.

პუბლიკაცია

1. (R. Wisbauer-თან) Azumaya monads and comonads. Journal of Algebra, (იბეჭდება) (იხ. აგრეთვე arXiv:1308.0251v1 [math.CT] 1 Aug 2013).
2. (R. Wisbauer-თან) Galois functors and generalised Hopf modules. Journal of Homotopy and Related Structures, (იბეჭდება); (იხ. აგრეთვე arXiv:1302.1729v1 [math.CT] 7 Feb 2013).
3. Descent in locally presentable categories. Applied Categorical Structures , (იბეჭდება) (2013).
4. Azumaya Algebras as Galois Comodules . Journal of Mathematical Sciences 195 (2013), 518-522.
5. (R. Wisbauer-თან) On Rational pairings of functors. Applied Categorical Structures 21 (2013), 249-290.
6. (R. Wisbauer-თან) QF functors and (co)monads. Journal of Algebra 376 (2013), 101-122.
7. Pure morphisms are effective for modules. Applied Categorical Structures 21 (2013), 801-809.
8. Descent in monoidal categories. Theory and Applications of Categories 27 (2012), 210-221.
9. Effective codescent morphisms in locally presentable categories. Journal of Mathematical Sciences 186 (2012), 770-780.
10. (J. Gomez-Torrecillas-თან). A bicategorical version of Masuoka's theorem. Applications to bimodules over functor categories and to firm bimodules. Algebras and Representation Theory 15 (2012), 147-194.
11. (R. Wisbauer-თან) Notes on bimonads and Hopf monads. Theory and Applications of Categories 26 (2012), 281-303.
12. (R. Wisbauer-თან) Bimonads and Hopf monads on categories. Journal of K-Theory 7 (2011), 349-388.
13. (R. Wisbauer-თან) Galois functors and entwining structures. Journal of Algebra 324 (2010), 464-506.
14. Descent in -autonomous categories. Journal of Pure and Applied Algebra 213 (2009), 60-70.
15. Entwining structures in monoidal categories. Journal of Algebra 319 (2008), 2496-2517.
16. Comonadicity and invertible bimodules. Journal of Algebra 313 (2007), 761-772.
17. Monads of effective descent type and comonadicity. Theory and Applications of Categories 16 (2006), 1-45.
18. On comonadicity of extension-of-scalars functors. Journal of Algebra 305 (2006), 1102-1110.
19. Descent in categories of (co)algebras. Homology, Homotopy and Applications 7 (2005), 1-8.
20. More on descent theory for schemes. Georgian Mathematical Journal 11 (2004), 783-800.
21. Every small SL-enriched category is Morita equivalent to an SL-monoid. Theory and Applications of Categories 13 (2004), 169-171.
22. Descent theory for schemes. Applied Categorical Structures 12(2004), 485-512.
23. On some properties of pure morphisms of commutative rings. Theory and Applications of Categories 10 (2002), 180-186.

24. Pure morphisms of commutative rings are effective descent morphisms for modules - a new proof. Theory and Applications of Categories 7(2000), 38-42.
25. Galois theory in a category of modulus over an elementary topos. Bulletin of the Georgian Academy of Sciences 159 (1999), 20-22.
26. Galois objects in the category of internal commutative algebras in an elementary topos and their flatness. I.N. Vekua Institute of Applied Mathematics 35 (1990), 28-44.
27. Fundamental theorem for finite Galois extensions of an internal commutative connected ring in an elementary topos and the functor T. I.N. Vekua Institute of Applied Mathematics 35 (1990), 9-27.
28. Finite Galois extensions of a connected ring in an elementary topos. Bulletin of the Georgian Academy of Sciences 135 (1989), 32-36.
29. The lattice of separable subalgebras of a radical extension of a connected ring. Bulletin of the Georgian Academy of Sciences 126 (1987), 29-32.

ე. ხმალაძემ განავითარა ლის ალგებრების არააბელური მოდ ქ ტენზორული დაგარე ნამრავლები და აღწერა ლის ალგებრების უნივერსალური ქ-ცენტრალურიფარდობითი გაფართოება. ხმალაძემ (ნ. ინასარიძესთან ერთად) ააგო წინაჯვარედინი მოდულების მოდ ქ ჰომოლოგიები და მიიღეს ჰოპფის ფორმულა მეორე მოდ ქ ჰომოლოგიისათვის. მან (სეგარასთან ერთად) განავითარა ექვივარიანტული აბელური და სიმეტრიული კოჰომოლოგიის თეორიები და მიიღო თეორემები გრადუირებული გრეხილი კატეგორიული ჯგუფების და გრადუირებული პიკარდის კატეგორიების ჰომოტოპიური კლასიფიკაციის შესახებ. მან ან (კასასთან და ლადრასთან ერთად) გამოიკვლია ლაიბნიცის ნ-ალგებრების ამოხსნადობის და ნილპოტენტურობის საკითხი, განავითარა ლაიბნიცის ნალგებრების ჯვარედინი მოდულების თეორია და აღწერა მეორე კოჰომოლოგია ჯვარედინი გაფართოებებით, მან აგრეთვე მიიღო მაღალი რიგის ჰოპფის ტიპის ფორმულები ლაიბნიცის ნ-ალგებრების ჰომოლოგიებისათვის.

პუბლიკაცია

1. E. Khmaladze, *On cohomology of small categories,* Proc. A. Razmadze Math. Inst. 118 (1998), 43 - 51.
2. E. Khmaladze, *Non-abelian tensor product of Lie algebras modulo q,* Bull. Georgian Acad. Sci. 160 (1999), 206 - 210.
3. E. Khmaladze, *Non-abelian tensor and exterior products modulo q and universal q-central relative extension of Lie algebras,* Homology, Homotopy and Applications 1 (1999), 187 - 204.
4. E. Khmaladze, *Non-abelian tensor and exterior products of Lie algebras modulo q and related constructions,* Bull. Georgian Acad. 161 (2000), 16 - 19.
5. N. Inassaridze and E. Khmaladze, *More about homological properties of precrossed modules,*
1. Homology, Homotopy and Applications 2 (2000), 105 - 114.
6. E. Khmaladze, *Homology of Lie algebras with L/qL coefficients and exact sequences,* Theory and Applications of Categories 10 (2002), 113 - 126.
7. N. Inassaridze, E. Khmaladze and M. Ladra, *Non-abelian tensor product of Lie algebras and its derived functors,* Extracta Mathematicae 17 (2002), 281 - 288.
8. N. Inassaridze and E. Khmaladze, *Non-abelian (co)homology of Lie algebras,* Proc. A. Razmadze Math. Inst. 131 (2003), 123 - 125.
9. N. Inassaridze, E. Khmaladze and M. Ladra, *Non-abelian homology of Lie algebras,* Glasgow Math. J. 46 (2004), 417 - 429.
10. J.M. Casas, N. Inassaridze, E. Khmaladze and M. Ladra, *Homology of n-types and Hopf type formulas,* Pure and Applied Algebra 200 (2005), 267 - 280.
11. J. M. Casas, E. Khmaladze and M. Ladra, *On solvability and nilpotency of Leibniz n-algebras,* Communications in Algebra 34 (2006), 2769 - 2780.
12. A. M. Cegarra and E. Khmaladze, *Homotopy classification of braided graded categorical groups,* J. Pure and Applied Algebra 209 (2007), 411 - 437.

13. A. M. Cegarra and E. Khmaladze, *Homotopy classification of graded Picard categories,* Advances in Mathematics 213 (2007), 644 - 686.
14. J. M. Casas, E. Khmaladze and M. Ladra, *Crossed modules for Leibniz n-algebras,* Forum Mathematicum 20 (2008), 841 - 858.
15. N. Inassaridze, E. Khmaladze and M. Ladra, *Non-abelian cohomology and extensions of Lie algebras,* J. Lie Theory 18 (2008), 413 - 432.
16. J. M. Casas, E. Khmaladze and M. Ladra, *Higher Hopf formulas for homology of Leibniz n-algebras,* J. Pure and Applied Algebra 214 (2010), 797 - 808.
17. H. Inassaridze and E. Khmaladze, *Hopf formulas for equivariant homology of groups,* Proc. American Math. Soc. 138 (9) (2010), 3037 - 3046.
18. J. M. Casas, E. Khmaladze, M. Ladra, T. Van der Linden, *Homology and central extensions of Leibniz and Lie n-algebras,* Homology, Homototy and Applications 13 (2011), 59 - 74.
19. G. Donadze, N. Inassaridze, E. Khmaladze and M. Ladra, *Cyclic homologies of crossed modules of algebras,* J. Non-commutative Geometry 6 (4) (2012), 749 - 771.
20. E. Khmaladze*, On associative and Lie 2-algebras,* Proc. A. Razmadze Math. Institute 159 (2012), 57-64.
21. J. M. Casas, E. Khmaladze and M. Ladra, *Low-dimensional non-abelian Leibniz cohomology,* Forum Mathematicum 25 (3) (2013), 443 - 469.
22. E. Khmaladze, *On non-abelian Leibniz cohomology,* J. Math. Sciences 195 (4) (2013), 481-485.
23. J. M. Casas, N. Inassaridze, E. Khmaladze and M. Ladra, *Adjunction between crossed modules of groups and algebras,* J. Homotopy and Related Structures (2013) (in press, DOI 10.1007/s40062-013-0073-0).
24. J. M. Casas, R. Fernandez-Casado, E. Khmaladze and M. Ladra, *Universal enveloping crossed module of a Lie crossed module,* Homology, Homotopy and Applications (submitted for publication in 2013).

დ. ზანგურაშვილმა შეისწავლა ფუნქტორთა კატეგორიების ამალგამირების, კონგრუენციების გაფართოების, და სხვა კატეგორიულ-ალგებრული თვისება. აღნიშნული შედეგები განზოგადოებულია მის მიერ გროთენდიკის ტოპოსში ალგებრების მრავალნაირობებისათვის. მან მიიღო აბსტრაქტულ კატეგორიებში ფაქტორიზაციის სისტემების აგების ერთ-ერთი მეთოდი და ნაპოვნია სხვა მეთოდები ასეთი სისტემების აგებისათვის. მიღებული შედეგები გამოყენებულია აბელური ჯგუფების, ჰეიტინგის ალგებრების, ლოკალურად კომპაქტური აბელური ჯგუფების და სხვა კონრეტული კატეგორიებისათვის. მან განავითარა გროთენდიკის დაწევის თეორია ამალგამირების თვისების მქონე კატეგორიებში. მიღებული შედეგების გამოყენებით აღიწერა ეფექტური კოდაწევის მორფიზმები ტოპოლოგიური სივრცეების, ჰაუსდორფის სივრცეების, კომპაქტური ჰაუსდორფის სივრცეების, მეტრიკული სივრცეების და სხვა გეომეტრიული ბუნების კონკრეტულ კატეგორიებში. გარდა ამისა, ნაპოვნია ალგებრების იმ მრავალნაირობების სინტაქსური დახასიათება, სადაც ყველა დაწევის მორფიზმი ეფექტურია. მათ შორისაა ის მრავალნაირობები, სადაც ფუშაუტების ელემენტებისათვის არსებობს ნორმალური ფორმები (ჯგუფები, კვაზი-ჯგუფები, ლუპები, და სხვა). ნაპოვნია კავშირი ასეთი ფორმების არსებობის საკითხსა და ტერმების გადაწერის სისტემების თეორიაში კარგად ცნობილ კონფლუენტობის პირობასთან, რაც იძლევა ზემოთ-აღნიშნული მრავალნაირობების პოვნის საკითხის ალგორითმული გადაჭრის საშუალებას. მან შეისწავლა რეგულარული ეპიმორფიზმების კლასის ეფექტური დაწევის მორფიზმების გასწვრივ ფულბეკების მიმართ მდგრადობის საკითხი. დახასიათებულია მემკვიდრეობით რგოლზე მოდულების სტაბილურ კატეგორიაში მონო/ეპიმორფიზმები და ნაჩვენებია, რომ ეს კატეგორია არც აბელურია (ტრივიალური შემთხვევების გარდა) და არც ტრიანგულირული. განზოგადოებულია პონტრიაგინის თეორემა იმის შესაზებ, რომ T_1 ტოპოლოგიური ჯგუფი სავსებით რეგულარულია იმ შემთხვევისათვის, როდესაც ჯგუფების ნაცვლად გვაქვს სხვა ალგებრები. შესწავლილია ტოპოლოგიური ალგებრების მრავალნაირობებში ფუშაუტების

კონსტრუქციის აღწერის საკითხი. მან ააგო რეგიონებში მიგრაციული პროცესებისა და სხვა სისტემების მათემატიკური მოდელები, და ნაპოვნია ამ სისტემების მართვის ოპტიმალური პარამეტრები.

პუბლიკაცია

1. M.Akhobadze, N. Tevzadze, and D. Zangurashvili, Analysis of a questionnaire with the application of fuzzy set theory, Bull. Georgian Acad. Sci. 150, 3, 1994 (in Georgian).
2. M.Akhobadze and D. Zangurashvili, Optimization problem for tare turnover, Bull. Georgian Acad. Sci. 154, 3, 1996, 356-358.
3. M.Akhobadze and D. Zangurashvili, On the optimal value of the court budget, Proc. A. Eliashvili Inst. Control Systems, 7, 2003, 54-56 (in Georgian).
4. M.Akhobadze and D. Zangurashvili, Simulation model of court functioning on the basis of queuing theory, Proc. II International Conference "Parallel computations and control problems", Moscow, 2004, 350-360.
5. M.Akhobadze , I. Bregvadze, D. Zangurashvili, M. Zangurashvili, Z. Machavariani, Mathematical modelling and control algorithms for macrosystems, auxiliary manual for students of Technical University of Georgia, TUG, Tbilisi, 2005.
6. M.Akhobadze, D. Zangurashvili , G. Shubitidze, and A. Vadatchkoria, Prevention of population explosions in the process of the control of cities and regions, Proc. IV International Conference "System Identification and Control Problems", Moscow, 2005, 1025-1044.
7. A.Martsinkovsky, O. Veliche, and D. Zangurashvili, The stable module category over a pseudo-hereditary ring (in preparation).
8. G.Samsonadze and D. Zangurashvili, Amalgamated free products of topological algebras (in preparation).
9. G.Shubitidze, A. Vadatchkoria, and D. Zangurashvili, On the optimal routes of the production supply, Trans. Georgian Technical Univ., 421, 1998, 25-28.
10. D.Zangurashvili, On some categorical algebraic properties of functor categories with values in concrete categories, Bull. Georgian Acad. Sci. 135, 2, 1989, 17-19 (in Russian).
11. D.Zangurashvili, Some categorical-algebraic properties of quasi-varieties of algebras in a Grothendieck topos, Bull. Georgian Acad. Sci. 139, 1, 1990, 25-28 (in Georgian).
12. D.Zangurashvili, On some categorical algebraic properties of functor categories, Bull. Georgian Acad. Sci. 141, 2, 1991, 269-272.
13. D.Zangurashvili, On some categorical algebraic properties of functor categories, II. Counter-examples, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 113, 1995, 155-172.
14. D.Zangurashvili, Factorization systems and adjunctions, Georgian Math. Journal 6, 2, 1999, 191-200.
15. D.Zangurashvili, Adjunctions and locally transferable factorization systems, Applied Categorical Structures, 9, 6, 2001, 625-650.
16. D.Zangurashvili, The strong amalgamation property and codescent morphisms, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 131, 2003, 150.
17. D.Zangurashvili, The strong amalgamation property and (effective) codescent morphisms, Theory and Applications of Categories 11, 20, 2003, 438-449.
18. D.Zangurashvili, Several constructions for factorization systems, Theory and Applications of Categories 12, 11, 2004, 326-354.
19. D.Zangurashvili, Some categorical algebraic properties: counter-examples for functor categories, Applied Categorical Structures, 13, 2, 2005, 113-120.
20. D.Zangurashvili, Effective codescent morphisms, amalgamations and factorization systems, Journal of Pure and Applied Algebra, 209, 1, 2007, 255-267.

21. D.Zangurashvili, Effective codescent morphisms in some varieties of universal algebras , accepted by Applied Categorical Structures, Applied Categorical Structures, DOI 10.1007/s10485-013-9301-3; 2013.
22. D.Zangurashvili, Some stability properties of classes of epimorphisms (Theory and Applications of Categories; in press).
23. D.Zangurashvili, Varieties with normal forms for elements of amalgamated free products (in preparation).
24. D.Zangurashvili, A remark on effective descent morphisms (in preparation);
25. D.Zangurashvili, A generalization of Pontryagin Theorem (in preparatio

ა. პაჭკორიამ მონოიდისთვის ააგო კოჰომოლოგიის მონოიდები კოეფიციენტებით ნახევრადმოდულში და მათი გამოყენებით დახასიათდა ნახევრადმოდულების შრაიერის გაფართოებები მონოიდის საშუალებით. ნებისმიერი ადიტიური ფუნქტორისთვის, რომელიც განსაზღვრულია შეკვეცადი ნახევრადმოდულების კატეგორიაზე და მნიშვნელობებსაც შეკვეცადი ნახევრადმოდულების კატეგორიაში ღებულობს, მან აიგო წარმოებული ფუნქტორები (ამისათვის საჭირო გახდა საკუთრივი პროექციული ნახევრადმოდულის შემოტანა და გამოყენება). ეს კონსტრუქცია წარმოადგენს კლასიკური წარმოებული ფუნქტორების კონსტრუქციის ბუნებრივ განზოგადებას. Hom ფუნქტორის წარმოებულები ფუნქტორები აღიწერა ნახევრადმოდულების გაფართოებების საშუალებით . მან შესწავლილია შინაგანი კატეგორიები და ჯგუფოიდები მონოიდების კატეგორიაში. კერძოდ, დაამტკიცა, რომ კატეგორია შრაიერის შინაგანი კატეგორიებისა მონოიდებში ექვივალენტურია ჯვარედინა ნახევრადმოდულების კატეგორიის. ეს აფართოებს ბრაუნ-სპენსერის ცნობილ ექვივალენტობას ჯვარედინა მოდულების კატეგორიასა და ჯგუფებში შინაგანი კატეგორიების კატეგორიას შორის. ა.პაჭკორიამ ნახევრადმოდულებისთვის (კერძოდ, აბელის მონოიდებისთვის) შექმნა ჰომოლოგიური ალგებრის აპარატი (რომელიც მოდულების შემთხვევაში ემთხვევა კლასიკურს): განმარტა ნახევრადმოდულების ჯაჭვური კომპლექსი, მისი ჰომოლოგიის და კოჰომოლოგიის მონოიდები, ჯაჭვური კომპლექსების მორფიზმი, მორფიზმების ჯაჭვური ჰომოტოპია და ა. შ., დამტკიცებულია ჯაჭვური კომპლექსების შრაიერის მოკლე ზუსტი მიმდევრობით ინდუცირებული ჰომოლოგიის მონოიდების გრძელი მიმდევრობის სიზუსტის თეორემები. ამ აპარატის ერთერთი მნიშვნელოვანი გამოყენება არის შემდეგი: ყოველ სიმპლიციალურ აბელის მონოიდთან ბუნებრივად ასოცირდება აბელის მონოიდების ჯაჭვური კომპლექსი, რომლის ჰომოლოგიის და კოჰომოლოგიის მონოიდები წარმოადგენენ ჰომოტოპიური ტიპის ინვარიანტებს სიმპლიციალური აბელის მონოიდების კატეგორიაზე.

ა.პაჭკორიამ ნახევრადმოდულების კატეგორიაზე განსაზღვრული Hom ფუნქტორის ტაკაჰაშის სატელიტი დააკავშირა Hom ფუნქტორის სხვა ცნობილ სატელიტებთან. კერძოდ, დადგინდა პირობები ტაკაჰაშის სატელიტის იზომორფულობისა ხ.ინასარიძის და ჯანელიძის Ext ფუნქტორებთან. მან შემოტანა ცნება ნახევრადრგოლისა ვალუაციით არაუარყოფით მთელ რიცხვებში და დაამტკიცა, რომ ყოველი პროექციული ნახევრადმოდული ასეთ ნახევრადრგოლზე თავისუფალია. აქედან მიიღო შედეგი: თუ E არის ჯგუფი, თავისუფალი მონოიდის ქვემონოიდი ან თავისუფალი აბელის მონოიდის ქვემონოიდი, მაშინ ყოველი პროექციული ნახევრადმოდული E-ს მონოიდურ ნახევრადრგოლზე კოეფიციენტებით არაუარყოფით მთელ რიცხვებში თავისუფალია. მის მიერ ნახევრადმოდულებისათვის განვითარებულმა ჰომოლოგიური ალგებრის მეთოდებმა ბუნებრივად მიიყვანა მონოიდის (კერძოდ, ჯგუფის) ახალი კოჰომოლოგიის და ჰომოლოგიის მონოიდების (კოეფიციენტებით ნახევრადმოდულებში) შემოღებამდე. დადგენილია, რომ ისინი, განსხვავებით აქამდე არსებული (კო)ჰომოლოგიის მონოიდებისგან, უშვებენ გამოთვლებს თავისუფალი რეზოლვენტების ტექნიკის გამოყენებით. სწორედ ამის გათვალისწინებით გამოთვლილია სასრული ციკლური ჯგუფის ახალი კოჰომოლოგიის და ჰომოლოგიის მონოიდები.

პუბლიკაცია

1. A. Patchkoria, On natural transformations of the relative Ext^1 functor, Proc.Junior Sci., Tbilisi State University, 2 (1974), 17-23 (in Russian).

2. A. Patchkoria, On extensions of semimodules, Bull. Georgian Acad. Sci., 84 (1976), 3, 545-548 (in Russian).
3. A. Patchkoria, Extensions of semimodules by monoids and their cohomological characterization, Bull. Georgian Acad. Sci., 86 (1977), 1, 21-24 (in Russian).
4. A. Patchkoria, Cohomology of monoids with coefficients in semimodules, Bull. Georgian Acad. Sci., 86 (1977), 3, 545-548 (in Russian).
5. A. Patchkoria, Schreier normal extensions of semimodolules, Proc. A. Razmadze Math. Inst., (1979), 76-90 (in Russian).
6. A. Patchkoria, On derived functors of semimodule-valued functors, Proc. A. Razmadze Math. Inst., 83 (1986), 60-75 (in Russian).
7. A. Patchkoria, On cohomology monoids, Proc. A. Razmadze Math. Inst., 91 (1988), 36-43 (in Russian).
8. A. Patchkoria, Crossed semimodules and Schreier internal categories in the category of monoids, Georgian Math. J., 5 (1998), 6, 575-581.
9. A. Patchkoria, Homology and cohomology monoids of presimplicial semimodules, Bull. Georgian Acad. Sci., 162 (2000), 1, 9-12.
10. A. Patchkoria, Chain complexes of cancellative semimodules, Bull. Georgian Acad. Sci., 162(2000), 2, 206-208.
11. A. Patchkoria, Extensions of semimodules and the Takahashi functor $\text{Ext}_\Lambda(C, A)$, Proc. A. Razmadze Math. Inst., 131 (2003), 148-149 (short note).
12. A. Patchkoria, Extensions of semimodules and the Takahashi functor $\text{Ext}_\Lambda(C, A)$, Homology, Homotopy and Applications, 5 (2003), 1, 387-406.
13. A. Patchkoria, On exactness of long sequences of homology semimodules, Journal of Homotopy and Related Structures, 1 (2006), 1, 229-243.
14. A. Patchkoria, Projective semimodules over semirings with valuations in nonnegative integers, Semigroup Forum, 79 (2009), 3, 451-460.
15. A. Patchkoria, Cohomology monoids of monoids with coefficients in semimodules I, Journal of Homotopy and Related Structures, 2014 (in press).
16. A. Patchkoria, Cohomology monoids of monoids with coefficients in semimodules II, in preparation.

4. მეცნიერული კვლევის თემატიკის აღწერა

ეს თემატიკა წარმოადგენს მათემატიკის დარგში ფუნდამენტურ კვლევას, სადაც ერთმანეთს კვეთს სხვადასხვა მათემატიკური მიმართულება: (არააბელური) ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური ალგებრა, K- თეორია, ციკლური ჰომოლოგია, არაკომუტაციური გეომეტრია და კატეგორიული ალგებრა. მისი ძირითადი მიზანია სხვადასხვა ტიპის ალგებრების სხვადასხვა ჰომოლოგიის თეორიებისა და ალგებრული და ტოპოლოგიური სტრუქტურების ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური თვისებების შესწავლა. კვლევის მნიშვნელოვანი ნაწილი განხორციელდება ციკლურ ჰომოლოგიაში, K-თეორიასა და ჰომოტოპიური ალგებრის არააბელურ და კატეგორიულ ასპექტებში, რომლებიც არიან კვლევის მნიშვნელოვანი მიმართულებები განვითარებული მათემატიკოსთა მზარდი რაოდენობის მიერ მთელს მსოფლიოში. მათ აქვთ მნიშვნელოვანი გამოყენებები მათემატიკის მრავალ დარგში, რამაც ბიძგი მისცა თანამედროვე მათემატიკის სხვა მრავალი დარგის განვითარებას. ჩვენ აქ ვუთითებთ კარუბის, ლოდეს, ქუილენის, სვანის, ვეიბელის და სხვების ფუნდამენტურ შრომებს (იხ. [Kar1, Kar2, Lo1, Lo2, Qu1-Qu3, Sw1, Sw2, We1, We2]). ჰომოტოპიური ალგებრის ერთ-ერთ მძლავრ ინსტრუმენტს წარმოადგენს არააბელური წარმოებული ფუნქტორების ცნება. ამის საილუსტრაციოდ ვიტყვით, რომ ის გამოყენებულ იქნა სვანისა [Sw1, Sw2] და კეუნეს [Ke] მიერ ალგებრული K-თეორიის სიმპლიციური ჯგუფების მეთოდით შესწავლისას და განვითარებულ იქნა არააბელურ ჰომოლოგიურ ალგებრაში ხ. ინასარიძის [InH5] და სხვების მიერ. მეორეს მხრივ, ბარისა და ბეკის შრომებში [BaBe1, BaBe2] კლასიკური (კო)ჰომოლოგიური ფუნქტორების უმრავლესობა აღიწერა არააბელური

წარმოებული ფუნქტორების საშუალებით, როგორც კოსამეულის (კო)ჰომოლოგიები (იხ. აგრეთვე დასკინის შრომა [Du]).

მნიშვნელოვანი აღმოჩენა გაკეთებული კონის [Co1] და მისგან დამოუკიდებლად ციგანის [Ts] მიერ იყო ციკლური კოჰომოლოგიები, როგორც დერამის კოჰომოლოგიების სწორი არაკომუტაციური ანალოგი და ბუნებრივი მნიშვნელობათა არე ჩერნის მახასიათებელი ასახვისათვის K-თეორიიდან და K-ჰომოლოგიიდან K-თეორიასთან, K-ჰომოლოგიასა და KK-თეორიასთან დაწყვილებით, ციკლური კოჰომოლოგია ჩერნ-ვეილის თეორიის მსგავსად სრულიად აწზოგადებს კლასიკური დიფერენციალური ტოპოლოგიის ბევრ ასპექტს არაკომუტაციური სივრცეებისათვის. ის არის მნიშვნელოვანი და შეუცვლელი აპარატი არაკომუტაციურ გეომეტრიაში [Co2]. ბოლო წლებში კუნცმა და ქუილენმა [CuQu1–CuQu3] ჩამოაყალიბეს ალტერნატიული მიდგომა ციკლური (კო)ჰომოლოგიის თეორიისადმი, რამაც მეტი ნათელი მოჰფინა ამ თეორიას და შესაძლებელი გახადა ამ სფეროში ცნობილი ღია პრობლემის ამოხსნა. კერძოდ, დადგინდა პერიოდული ციკლური კოჰომოლოგიის ამოკვეთის თვისება.

კარუბის ჰიპოთეზის გამოკვლევით მნიშვნელოვანი იმპულსი მიეცა K-თეორიას. კარუბიმ თავისი ჰიპოთეზა ჩამოაყალიბა C*-ტენზორული ნამრავლის მიმართ ალგებრული და ტოპოლოგიური K- თეორიების იზომორფიზმის შესახებ სტაბილური C*-ალგებრებისათვის [Kar2]. თავდაპირველად ეს ჰიპოთეზა ნაჩვენები იქნა კერძო შემთხვევაში როცა n=2 ჰიგსონის [Hi] და კარუბის [Kar2] მიერ, და ბოლოს დადასტურებულ იქნა ყველა დადებითი n- სათვის სუსლინისა და ვოდზისკის მიერ [SuWo]. კარუბის ჰიპოთეზა კარუბი-ვილამაიორის ალგებრული K-თეორიისათვის დამტკიცებულ იქნა ჰიგსონის მიერ [Hi]. მიდგომა ჰომოტოპიური ინვარიანტობის და ამოკვეთის თვისებების გამოყენებით ალგებრული და ტოპოლოგიური K-თეორიების დასაკავშირებლად ეკუთვნის ჰიგსონ-კასპაროვს და სუსლინ-ვოდზისკის. ის იდეა, რომ H-უნიტარულობის თვისება არის გადამწყვეტი კონცეფცია ამოკვეთის შესასწავლად ალგებრულ K-თეორიაში, მთლიანად ეკუთვნის ვოდზისკის, რაც ცხადი გახდა სუსლინისა და ვოდზისკის შრომაში [SuWo], და მჭიდროდ დაკავშირებულია მათ მიერ შემოტანილ რგოლების სამმაგი ფაქტორიზაციის თვისებასთან. კარუბის ჰიპოთეზასა და მის განზოგადებაში უნიფორმულად შემოსაზღვრული აპროქსიმაციული ერთეულის მქონე კომპლექსური ფრეშე-მაიკლის ალგებრებისათვის მნიშვნელოვანი წვლილი მიუძღვის ვოდზისკის [Wo]. ახლახანს, გლუვი K-ფუნქტორების შემოტანით, ეს ჰიპოთეზა დადასტურებული იქნა ხ. ინასარიძის და თ. კანდელაკის მიერ ფრეშეს ალგებრების უფრო ფართო კლასისათვის [InKa1-InKa3].

ექვივარიანტული თეორიების შესწავლისათვის მნიშვნელოვანი სტიმული იყო ბაუმ-კონის ჰიპოთეზა, რომლის თავდაპირველი ფორმულირება იყო განსხვავებული, რადგანაც ჯერ კიდევ არ იყო ცნობილი ექვივარიანტული K-თეორია. დღესდღეობით ექვივარიანტული თეორიების შესწავლას აქვს უამრავი გამოყენებები ალგებრასა და ტოპოლოგიაში. უნდა აღინიშნოს კარლსონის უახლესი შედეგები ექვივარიანტულ სტაბილურ ჰომოტოპიის თეორიაში [Ca] და ფიოდოროვიჩის, ჰაუშილდის და მეის, კუკუს და ფილიპსის სტატიები [FiHaMa, Ku, Ph], რომლებიც ეძღვნება ექვივარიანტულ ალგებრულ K-თეორიას. ჰომოლოგიურ ალგებრაში ექვივარიანტული თეორიების გამოკვლება უკავშირდება უაიტეჰედის ადრეულ სტატიას [Wh]. უახლეს კვლევას წარმოადგენს სეგარას, გარსია-კალსინესის და ორტეგას სტატია [CeGaOr] კოჰომოლოგიების შესახებ ჯგუფებისათვის მოქმედებებით. უფრო მოგვიანებით, ხ. ინასარიძემ [InH3] განავითარა ჯგუფების განსხვავებული ექვივარიანტული (კო)ჰომოლოგიის თეორია, რომელსაც აქვს გამოყენებები ალგებრულ K-თეორიაში და ტოპოლოგიური სივრცეების ექვივარიანტულ კოჰომოლოგიებში.

ბოლო ოცი წლის განმავლობაში ბევრი მნიშვნელოვანი ნაშრომია შესრულებული, რომლებშიც გამოკვლეულია ალგებრული და ტოპოლოგიური თეორიების mod q (სასრულ კოეფიციენტებიანი) ვერსიები. ნეიზენდორფერმა [Nei] შეისწავლა ჰომოტოპიის თეორია Z_q კოეფიციენტებით, რასაც აქვს მნიშვნელოვანი გამოყენებები K-თეორიაში და ჰომოტოპიის თეორიაში. ბროუდერმა [Brd] გამოიკვლია mod q ალგებრული K- თეორია. სუსლინმა და

ვოევოდსკიმ [SuVo] გამოთვალეს მთელი რიცხვების mod 2 ალგებრული K-თეორია, როგორც მილნორის ჰიპოთეზის ვოევოდსკისეული ამოხსნის შედეგი [Vo]. კარუბიმ და ლამბრემ [KaLa] ააგეს დენისის კვალის ასახვა mod q ალგებრული K-თეორიიდან mod q ჰოხშილდის ჰომოლოგიაში, რასაც გააჩნია მოულოდნელი კავშირი რიცხვთა თეორიასთან. საკმაო რაოდენობის სტატიებია შესრულებული, რომლებშიც გამოკვლეულია არააბელური mod q ტენზორული ნამრავლის თეორია, იხ. მაგალითად [Brn, CoRo, El]. ხ. ინასარიძემ და ნ. ინასარიძემ ფრანგ მათემატიკოს კონდუშესთან ერთად განავითარეს ჯგუფების mod q (კო)ჰომოლოგიის თეორია [CoInIn, InN2].

კლასიკური მიდგომით ჰომოლოგიურ ალგებრაში იხილავენ მხოლოდ ადიციურ ფუნქტორებს აბელურ კატეგორიებს შორის. ამრიგად ის გამოუსადეგარია მრავალი საინტერესო არააბელური ფუნქტორის ჰომოლოგიური შესწავლისათვის და კარგი (კო)ჰომოლოგიის თეორიების აგებისათვის არააბელური კოეფიციენტებით (არააბელური (კო)ჰომოლოგიის თეორიები). ბევრი მათემატიკოსი (სერი, დედეკერი, ლუე და სხვები) ცდილობდა გაეცა პასუხი კითხვაზე თუ რა უნდა ვიგულისხმოთ (კო)ჰომოლოგიის თეორიაში არააბელური კოეფიციენტებით. დასაბუთებული პასუხი ჯგუფებისათვის და ლის ალგებრებისათვის დაბალ განზომილებებში გაცემული იქნა გენის მიერ [Gu1, Gu2] 1980-იან წლებში. მოგვიანებით, ხ. ინასარიძემ და ნ. ინასარიძემ ჯგუფების კატეგორიისათვის აჩვენეს როგორ შეიძლება გენის განმარტებები გაგძელდეს მაღალ განზომილებებში. კერძოდ, [InIn]-ში აგებული და შესწავლილია ჯგუფების არააბელური ჰომოლოგიები კოეფიციენტებით ჯგუფებში. მეტიც, [InH4]-ში ხ. ინასარიძემ განავითარა ჯგუფების ანალოგიური არააბელური კოჰომოლოგიის თეორია კოეფიციენტებით ჯვარედინ მოდულებში. ამასწინათ ნ. ინასარიძემ, ე. ხმალაძემ და მ. ლადრამ [InKhLa1, InKhLa2] ააგეს და შეისწავლეს ლის ალგებრების არააბელური (კო)ჰომოლოგიები კოეფიციენტებით ლის ალგებრებში (ლის ალგებრების ჯვარედინ მოდულებში), რაც ანზოგადებს კლასიკურ შევალეი-ეილენბერგის (კო)ჰომოლოგიას და გენის დაბალ განზომილებიან არააბელურ (კო)ჰომოლოგიას ლის ალგებრებისათვის [Gu2]. ამ თეორიის განსაკუთრებით საინტერესო გამოყენებაა კავშირის დამყარება არაკომუტაციური ასოციური ალგებრების პირველ ციკლურ ჰომოლოგიას და მილნორის პირველ ციკლურ ჰომოლოგიას შორის. ანალოგიური არააბელური (კო)ჰომოლოგიის თეორია ლაიბნიცის ალგებრებისათვის განვითარებული იქნა გნედბაის [Gn] მიერ დაბალ განზომილებებში. წარმოდგენილი პროექტის ერთ-ერთი მიზანი იქნება არააბელური ლაიბნიცის (კო)ჰომოლოგიის გაგრძელება მაღალ განზომილებებში ისე, რომ ამავე დროს მან განაზოგადოს კლასიკური ლაიბნიცის (კო)ჰომოლოგია [LoPi]. კიდევ ერთი მიზანი იქნება ჯგუფების არააბელური (კო)ჰომოლოგიების ექვივარიანტული ვერსიის აგება დაბალი განზომილებების შემთხვევებში, რაც განაზოგადებს გენის ჯგუფების არააბელურ (კო)ჰომოლოგიებს.

მნიშვნელოვანია ფრანგი მათემატიკოსის ჯ.-ლ. ლოდეს მიერ დასმული პრობლემები [Lo1,Lo2], რომლებიც ეხება ლაიბნიცის ალგებრებს. ეს ალგებრები გარკვეული აზრით განიხილება როგორც ლის ალგებრის არაკომუტაციური ანალოგი; ეს ცნება შემოტანილია თვით ლოდეს მიერ. პრობლემები მდგომარეობს ვ. ვიტის კარგად ცნობილი კონსტრუქციისა და მისივე თეორემის ანალოგის მოძებნაში ლაიბნიცის ალგებრებისთვის. ამ პრობლემებიდან პირველი ორი იქნა ამოხსნილი თ. დათუაშვილის მიერ [Da1, Da2]. განსაკუთებით საინტერესოა მისი მესამე პრობლემა, რომელსაც მივყევართ ლაიბნიცის K თეორიის ცნებამდე.

გალუას თეორიასთან მჭიდროს დაკავშირებულია სტრუქტურული თეორემები ჰოპფის მოდულებისათვის. ყცხოელი მათემატიუკოსების სტრუქტურული თეორემები [AgCh, BoChZh] განზოგადებულ იქნა ბ. მესაბლიშვილის მიერ (ვისბაუერთან ერთად) [MeWi], რომელმაც შემოიტანა გალუას ფუნქტორის ცნება და მიიღო ზოგადი სახის სტრუქტურული თეორემა.

ჩვენი გამოკვლევები ძირითადად დაფუძვნებულია მრავალი მათემატიკოსის იდეებზე და შრომებზე. მიმართულებაში წარმოდგენილი სამეცნიერო ინტერესები მჭიდროდაა დაკავშირებული ზემოთ მოკლედ მიმოხილულ მნიშვნელოვან საკითხებთან.

ციტირებული ლi t e r a t u r ა

[AgCh] M.Aguiar and S.U. Chase, Generalized Hopf modules for bimonads, Theory Appl. Categ. 27 (2013), 263–326).

[BaDoInLa] A.Bak, G.Donadze, N.Inassaridze and M.Ladra, Homology of multiplicative Lie rings, J. Pure Appl. Algebra 208 (2007), 761-777.

[BaBe1] M.Barr and J.Beck, Acyclic modules and triples, Proc. Conference on Categorical Algebra, La Jolla 1965, Springer-Verlag, Berlin/New York (1966), 336-343.

[BaBe2] M.Barr and J.Beck, Homology and Standard Constructions, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 80, Springer-Verlag, Berlin/New York (1969), 245-335.

[Brd] W.Browder, Algebraic K-Theory with coefficients Z/p, Geometric Applications of Homotopy Theory I, edited by M.G.Barratt and M.E.Mahowald, Springer-Verlag (1978), 40-84.

[Brn] R.Brown, q-perfect groups and universal q-central extensions, Publ. Matematiques 34 (1990), 291-297.

[BoChZh] G.Bohm, Y.Chen and L.Zhang, On Hopf monoids in duoidal categories, J. Algebra 394 (2013), 139–172).

[Ca] G.Carlsson, Equivatiant stable homotopy theory and related areas, in: G.Carlsson (Ed.), Proc. Workshop at Stanford University 2000, Homology, Homotopy Appl. 3 (2) (2001).

[CaInKhLa] J.M.Casas, N.Inassaridze, E.Khmaladze and M.Ladra, Homology of n-types and Hopf type formulas, J. Pure Appl. Algebra 200 (2005), 267-280.

[CaKhLa1] J.M.Casas, E.Khmaladze and M.Ladra, Crossed modules for Leibniz n-algebras, Forum Math. 20 (2008), 841-848.

[CaKhLa2] J. M. Casas, E. Khmaladze and M. Ladra, Higher Hopf formula for homology of Leibniz n-algebras, J. Pure Appl. Algebra 214 (2010), 797-808.

[CaKhLa3] J.M.Casas, E.Khmaladze and M.Ladra, On solvability and nilpotency of Leibniz n-algebras, Comm. Algebra 34 (8) (2006), 2769-2780.

[CeGaOr] A.M.Cegarra, J.M.Garcia-Calcines and J.A. Ortega, Cohomology of groups with operators, Homology Homotopy Appl. 4 (1) (2002), 1-23.

[CeKh1] A.M.Cegarra and E.Khmaladze, Homotopy classification of braided graded categorical groups, J. Pure Applied Algebra 209 (2007), 411-437

[CeKh2] A.M.Cegarra and E.Khmaladze, Homotopy classification of graded Picard categories, Advances in Math. 213 (2) (2007), 644-686.

[CoInIn] D.Conduche, H.Inassaridze and N.Inassaridze, Mod q cohomology and Tate-Vogel cohomology of groups, J. Pure Appl. Algebra 189 (2004), 61-87.

[CoRo] D.Conduche and C.Rodriguea-Fernandez, Non-abelian tensor and exterior products modulo q and universal q-central extensions, J. Pure Appl. Algebra 78 (1992), 139-160.

[Co1] A.Connes, Cohomologie cyclique et foncteurs EXT n, C. R. Acad. Sci. Paris S. A-B 296 (1983), 953-958.

[Co2] A.Connes, Non-commutative geometry, Academic Press, Inc., San Diego, CA, 1994.

[CuMeRo] J.Cuntz, R.Meyer and J.Rosenberg, Topology and bivariant K-theory, preprint.

[CuQu1] J.Cuntz and D.Quillen, On excision in periodic cyclic cohomology, C. R. Acad. Sci. Paris I Math. 317 (1993), 917-922.

[CuQu2] J.Cuntz and D.Quillen, On excision in periodic cyclic cohomology.II. The general case, C. R. Acad. Sci. Paris Ser. I Math. 318 (1994), 11-12.

[Da1] T.Datuashvili, 21. Central series for groups with action and Leibniz algebras, Georgian Mathematical Journal, 9(2002), No.4, 671-682.

[Da2] T.Datuashvili, Witt's theorem for groups with action and free Leibniz algebras, Georgian Mathematical Journal, 11 (2004), No.4, 691-712.

[DoInLa] G.Donadze, N.Inassaridze and M.Ladra, Derived functors and Hopf type formulas in cyclic homology, Homology, Homotopy and Applications 12 (2) (2010), 321-334.

[DoInPo] G.Donadze, N.Inassaridze and T.Porter, N-Fold Čech derived functors and generalised Hopf type formulas, K-theory 35 (2005), 341-373.

[DoInKhLa] G.Donadze, N.Inassaridze, E.Khmaladze and M.Ladra, Cyclic homologies of crossed modules of algebras, J. Noncommutative Geometry 6 (4) (2012), 749-771.
[Du] J.Duskin, Simplicial methods and the interpretation of "triple" cohomology, Mem. Amer. Math. Soc. 163, 1975.
[El] G.J.Ellis, Tensor products and q-crossed modules, J.of London Math. Soc. (2) 51 (1995), 243-258.
[FiHaMa] Z.Fiedorowicz, H.Hauschild and J.P.May, Equivariant K-theory, Lecture Notes in Math. 967, Springer, 1982, 23-80.
[Gn] A. V. Gnedbaye, A non-abelian tensor product of Leibniz algebras, Ann. Inst. Fourier, Grenoble, 49 (4), (1999), 1149-1177.
[Gu1] D. Guin, Cohomologie et homologie non abéliennes des groupes, J. Pure Appl- Alg. 50 (1988) 109-137.
[Gu2] D. Guin, Cohomologie des algèbres de Lie croisées et K-théorie de Milnor additive, Ann. Inst. Fourier Grenoble 45 (1) (1995) , 93-118.
[Hi] N.Higson, Algebraic K-theory of stable C*-algebras, Adv. Math. 67 (1988), 1-140.
[InH1] H.Inassaridze, Algebraic K-theory, Kluwer Academic Publishers, Amsterdam, 1995, 440 pages.
[InH2] H.Inassaridze, Algebraic K-theory of normed algebras, K-Theory 21(1) (2000), 25-56.
[InH3] H.Inassaridze, Equivariant homology and cohomology of groups, Topol. and Appl. 153 (2005), 66-89.
[InH4] H.Inassaridze, Higher nonabelian cohomology of groups, Glasgow Math. J. 44 (2002), 497-520.
[InH5] H.Inassaridze, Non-abelian homological algebra and its applications, Kluwer Acad. Publ., Amsterdam, 1997, 270 p.
[InIn] H.Inassaridze and N.Inassaridze, Non-abelian homology of groups, K-Theory 378 (1999), 1-17.
[InKa1] H.Inassaridze and T.Kandelaki, Smooth K-theory of locally convex algebras, 2006, arXiv: math.KT/0603095.
[InKa2] H.Inassaridze and T.Kandelaki, La conjecture de Karoubi pour la K-theorie lisse, C. R. Acad. Sci. Paris. Ser. I 346 (2008), 1129-1132.
[InKa3] H.Inassaridze and T.Kandelaki, Smooth K-theory of locally convex algebras, Communications in Contemporary Mathematics, 13 (4) (2011), 553-577.
[InKh] H.Inassaridze and E.Khmaladze, Hopf formulas for the equivariant integral homology of groups, Proc. Amer. Math. Soc., v. 138 (9) 2010, 3037–3046.
[InN1] N.Inassaridze, Non-abelian tensor products and non-abelian homology of groups, J. Pure Appl. Algebra 112 (1996), 191-205.
[InN2] N.Inassaridze, On nonabelian tensor product modulo q of groups, Comm. Alg. 29 (2001), 2657-2687.
[InaKh] N.Inassaridze and E.Khmaladze, More about homological properties of precrossed modules, Homology, Homotopy and Applications 2 (7) (2000), 105-114.
[InKhLa1] N.Inassaridze, E.Khmaladze and M.Ladra, Non-abelian cohomology and extensions of Lie algebras, J. of Lie Theory 18 (2) (2008), 413-432.
[InKhLa2] N.Inassaridze, E.Khmaladze, M.Ladra, Non-abelian homology of Lie algebras, Glasgow Math. J. 46 (2004), 417-429.
[InLa] N.Inassaridze and M.Ladra, Hopf type formulas for cyclic homology, Comp. Rend. Acad. Sci. Paris, I 346, 385-390.
[Kar1] M.Karoubi, Homologie cyclique et K-theorie algebrique, C. R. Acad. Sci. Paris 297 (1983), 447-450.
[Kar2] M.Karoubi, K-theorie algebrique de certaines algebres d'operateurs, Lect. Notes in Math. 725 (1979), 254-290.
[KaLa] M.Karoubi and Th.Lambre, Quelques classes caracteristiques en theorie des nombres, Prepubl. 252, 2000, Univ. Paris VI et Paris VII.
[Ke] F.Keune, Derived functors and algebraic K-theory, Lecture Notes in Math., Springer-Verlag 341 (1973), 158-168.
[Kh] E.Khmaladze, Non-abelian tensor and exterior products modulo q and universal q-central relative extension of Lie algebras, Homology, Homotopy and Applications 1 (9) (1999), 187-204.
[Ku] A.Kuku, Equivariant K-theory and the cohomology of profinite groups, in: Algebraic K-Theory, Number Theory, Geometry and Analysis, in: Lecture Notes in Math. 342, Springer, Berlin, 1984, 235-244.
[Lo1] J.-L.Loday, Cyclic homology, Grundlehren der Math. Wissenschaften, n. 301, Springer-Verlag, 1992.
[Lo2] J.-L.Loday, Spaces with finitely many non-trivial homotopy groups, J. Pure Appl. Algebra 24 (1982), 179-202.
[LoPi] J.-L.Loday and T. Pirashvili, Universal enveloping algebas of Leibniz algebras and (co)homology, Math. Ann. 296 (1993), 139-158.

[MeWi] B.Mesablishvili and R. Wisbauer-თან) Galois functors and entwining structures. Journal of Algebra 324 (2010), 464-506.
[Nei] J. Neisendorfer, Primary homotopy theory, Memoirs Amer. Math. Soc. 25 (232), 1980.
[Ph] N.C.Philips, Equivariant K-theory and freeness of group actions on C*-algebras, Lecture Notes in Math. 1274, Springer, Berlin, 1987.
[Qu1] D.Quillen, Homotopical Algebra, Lecture Notes in Math. 43 (Springer, 1967).
[Qu2] D.Quillen, Rational homotopy theory, Ann. Math. 90 (1966), 205-295.
[Qu3] D.Quillen, Spectral sequences of a double semi-simplicial group, Topology 5 (1966), 155-157.
[SuVo] A.Suslin and V.Voevodski, Bloch-Kato conjecture and motivic cohomology with finite coefficients, K-theory,preprint archive 83, 1995.
[SuWo] A.Suslin and M.Wodzicki, Excision in Algebraic K-theory, Ann. Math. 136 (1) (1992), 51-122.
[Sw1] R.G.Swan, Non-abelian homological algebra and K-theory, Proc. Symp. Pure Math. 17 (1970), 88-123.
[Sw2] R.G.Swan, Some Relations between Higher K-Functors, J. Algebra 21 (1) (1972), 113-136.
[Ts] B.L.Tsygan, The homology of matrix Lie algebras over rings and the Hochschild homology (in Russian), Uspekhi Mat. Nauk 38 (1983), 217-218 – Russ. Math. Survey 38 (2) (1983), 198-199.
[Vo] V.Voevodski, The Milnor conjecture, K-theory preprint archive 170, 1996.
[We1] C.Weibel, Cyclic homology for schemes, Proc. Amer. Math. Soc. 124 (1996), 1655-1662.
[We2] C.Weibel, Nil K-theory maps to cyclic homology, Trans. Amer. Math. Soc. 303 (1987), 541-558.
[Wh] J.H.C. Whitehead, On group extensions with operators, Quart. J. Math. Oxford 2 (1) (1950), 219-228.
[Wo] M.Wodzicki, Algebraic K-theory and functional analysis, First European Congress of Mathematics, vol.II (Paris 1992), 485-496, Progr. Math.,120, Birkhauser, Basel, 1994.

kvlevis obieqtebi

(1) მთელ, რაციონალურ და სასრულ კოეფიციენტებიანი ქუილენის და კარუბი-ვილამაიორის ალგებრული K-თეორიების კოეფიციენტებით გამოკვლევა და კავშირის დადგენა გლუვ და ტოპოლოგიურ K-თეორიებთან ნამდვილ რიცხვთა ველზე ტოპოლოგიური ალგებრების კატეგორიაზე.

(2) სასრული ჯგუფის მოქმედებით ზოგიერთი ციკლური ჯგუფის ექვივარიანტული (კო)ჰომოლოგიის ჯგუფის გამოთვლა და ჯგუფების არააბელური (კო)ჰომოლოგიის განვითარება დაბალ განზომილებებში.

(3) ციკლური წარმოებული ფუნქტორების და ციკლური ჩეხის წარმოებული ფუნქტორების შემოტანა და გამოკვლევა.

(4) ფირაშვილის ჰიპოთეზის განვითარება და ფუნქტორების მნიშვნელობებით ჯგუფებში არააბელური წარმოებული ფუნქტორების სიმპლიციალური ხარისხის გამოკვლევა.

(5) ალგებრების ჰოხშილდის ჰომოლოგიისა და ჯგუფების ტეიტის კოჰომოლოგიის შესწავლა ჯგუფების (კო)ჰომოლოგიისადმი ხ.ინასარიძის ექვივალენტური მიდგომის გამოყენებით.

(6) ობსტრუქციის თეორიის განვითარება ლაიბნიცის ნ-ალგებრების კოჰომოლო-გიისათვის.

(7) ლის და ლაიბნიცის სამეულის სისტემების და (ნ-)ალგებრების (არააბელური) (კო)ჰომოლოგიების განვითარება.

(8) მონოიდების კოჰომოლოგიის მონოიდების და კატეგორიაზე კომონადის არააბელური კოჰომოლოგია კოეფიციენტებით კოალგებრებში შესწავლა.

(9) მოქმედებები და უნივერსალურად მოქმედი ობიექტები მოდიფიცრებულ ინტერესის კატეგორიებში.

(10) ჯგუფების ექვივარიანტული არააბელური გაფართოებების შესწავლა და შესაბამისი ობსტრუქციის თეორიის განვითარება.

(11) ალგებრების მრავალნაირობების ეფექტური დაწევის მორფიზმების გამოკვლევა.

(12) ზოგიერთი ტიპის ალგებრების არააბელური ტენზორული ნამრავლის შესწავლა.

(13) ბიკატეგორიების დონეზე არაკომუტაციური რგოლების გაფართოებები.

(14) ხ.ინასარიძის ჯგუფების (კო)ჰომოლოგიისადმი ექვივარიანტული მიდგომის გავრცელება ჰოხშილდის და ციკლურ ჰომოლოგიებზე.

კვლევის მეთოდიკა და მოსალოდნელი შედეგები

თემატიკის მოსალოდნელი შედეგები ემყარება კვლევის ობიექტებში მოცემულ საკითხებს და მისი მიზნების და ამოცანების განხორციელებისათვის გამოყენებული იქნება შემდეგი სამეცნიერო მეთოდები და ტექნიკა:

ალგებრული და ტოპოლოგიური K–თეორიების, (მოდ ქ) ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური ალგებრის, ოპერატორული ალგებრის და არააბელური წარმოებული ფუნქტორების მეთოდებს; ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური ალგებრის, ჰოხშილდის და ციკლური ჰომოლოგიის, ექვივარიანტული ჰომოლოგიის და ჰომოტოპიის თეორიის, კლასიკური ობსტრუქციის თეორიის მეთოდებს და სიმპლიციალურ ტექნიკას; (არააბელური) ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური ალგებრის, ჰოხშილდის და ციკლური ჰომოლოგიის, ჯგუფური რგოლების მეთოდებს, სიმპლიციალურ და სპექტრული მიმდევრობების, არააბელური და (ნ-ჯერად) ჩეხის წარმოებული ფუნქტორების, ჯვარედინი მოდულების თეორიის და კატეგორიული ალგებრის ტექნიკას.

წარმოდგენილი თემატიკის ერთ-ერთი ძირითადი ღირებულებაა ალგებრის თანამედროვე დარგების, კერძოდ (არააბელური) ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური ალგებრის, ციკლური ჰომოლოგიის, K-თეორიის და არაკომუტაციური გეომეტრიის მეცნიერული სფეროს განვითარების მხარდაჭერა მნიშვნელოვანი სამეცნიერო შედეგების წარმოდგენით. ეს თემატიკა მნიშვნელოვანია იმ კუთხითაც, რომ იგი აძლიერებს მათემატიკოსთა სამეცნიერო საზოგადოებას საქართველოში, განამტკიცებს საერთაშორისო კონტაქტებს ევროპისა და ამერიკის მათემატიკოსთა საზოგადოებებთან სამეცნიერო ვიზიტების, სამუშაო შეხვედრების, კონფერენციების და ინტერნეტ-კავშირების მეშვეობით.

5. მიღებული სამეცნიერო გრანტები

წლები	დასახელება
1994-1996	Algebraic K-theory and K-homology of Normed Algebras, Monoid Algebras, C-categories and Algebraic Theories, ISF-MXH000 (team leader).
1996-1998	Homological Algebra, its Non-abelian and Categorical Topics. Applications to Homotopy Theory, K-theory, Algebraic Geometry and Galois Theory, CRDF (team leader).
1998-2002	Homotopical Algebra and K-theory, CNRS- 542 (team leader).
1998-2001	Development and Applications of Simplicial Algebraic Techniques in the Cohomology of Algebraic Structures, Homotopy Theory, K-Theory and Cyclic Homology, INTAS Georgia – 213 (team leader).
2002-2005	Algebraic K-theory, Groups and Algebraic Homotopy Theory, INTAS - 00 566 (team leader).
2002-2003	K-Theory and Homotopical Algebra, FNRS 7GEPJ065513.01 (team leader).
2002-2004	Homotopical Algebra and (Co)Homology of Groups, Algebras and Crossed Modules, NATO PST.CLG.979167 (team leader).
2004-2006	Simplicial Algebra, Homology Theories, K-theory and Homotopy Theory (team leader).
2005-2006	K-theory, Homotopical Algebra and Homology Theories, NATO PST.CLG.979167 (team leader).
2007-2009	K-theory, non-commutative geometry, homology theories, homotopy theory, operator and normed algebras, INTAS–06-1000017-8609 (team leader).
2009-2011	Georgian--German Non-Commutative Partnership (Topology, Geometry, Algebra), Volkswagen Foundation (team co-leader).
2011-2013	Georgian--German Non-Commutative Partnership (Topology, Geometry, Algebra), Volkswagen Foundation, Extension (team co-leader).
2012-2014	Simplicial algebra,homology theories,K-theory and applications for algebraic and topological structures, Rustaveli Foundation DI/12/5 – 103/11.

6. თანამშრომლობა უცხოელ მათემატიკოსებთან

თემატიკის შემსრულებლებს აქვთ განსაკუთრებით მჭიდრო სამეცნიერო კონტაქტები ევროპის წამყვან მათემატიკოსებთან. ამ მიმართულებით უნდა აღინიშნოს ქართულ-გერმანული პარტნერული ჯგუფი ალგებრასა და ტოპოლოგიაში, რომლის მიზანი ჩამოყალიბებულია შემდეგნაირად:

1. To contribute to the further successful development of pure mathematics (and its applications) in Georgia.
2. To stimulate the scientific cooperation between Georgian and German mathematicians.
3. To work on joint research projects devoted to modern topics of mathematics (particularly to Homotopical Algebra, K-Theory, Homotopy Theory, Non-Commutative Geometry, Algebraic Topology and Group, Module and Ring Theories as well) enhanced by mutual scientific visits.
4. To organize international workshops, seminars and conferences in algebra and topology with the participation of leading experts from European and US Universities.
5. To establish and develop scientific contacts with German Universities and other European Universities as well.

მისი შემადგენლობაა:

Georgian-German Algebra and Topology Partner Group

The Georgian-German Algebra and Topology Partner Group is based on the collaboration between Universities of Germany on the one hand, A.Razmadze Mathematical Institute and the Tbilisi Centre for Mathematical Sciences (TCMS) on the other hand. The Georgian-German Partner Group is consisting of Georgian and German leading researchers in the field.

Head of the Georgian-German Algebra and Topology Partner Group

Prof. Hvedri Inassaridze - A.Razmadze Mathematical Institute and TCMS.

Members:

Dr. Malkhaz Bakuradze - A.Razmadze Mathematical Institute and TCMS.
Dr. Guram Donadze - Tbilisi Centre for Mathematical Sciences.
Prof. David Green - Friedrich Schiller University of Jena.
Prof. Jens Hornbostel - University of Bonn, Hausdorff Research Institute for Mathematics.
Prof. Nick Inassaridze - A.Razmadze Mathematical Institute and TCMS.
Prof. George Khimshiashvili - A.Razmadze Mathematical Institute.
Dr. Emzar Khmaladze - A.Razmadze Mathematical Institute and TCMS.
Dr. Bachuki Mesablishvili - A.Razmadze Mathematical Institute and TCMS.
Prof. Ralf Meyer - University of Goettingen.
Prof. Birgit Richter - University of Hamburg.
Prof. Gerhard Roehrle - University of Bochum.
Prof. Samson Saneblidze - A.Razmadze Mathematical Institute.
Prof. Thomas Schick - University of Goettingen, Courant Research Centre "Higher Order Structures in Mathematics".
Prof. Rainer Vogt - University of Osnabrueck.
Dr.Christian Voigt - University of Muenster.
Prof. Robert Wisbauer - Heinrich Heine University of Dusseldorf.
Dr. Dali Zangurashvili - A.Razmadze Mathematical Institute and TCMS.

თემა 3: მოდალური და ინტუიციონისტური ლოგიკის ტოპოლოგიური სემანტიკა

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის მათემატიკური ლოგიკის განყოფილება.

მკვლევართა ჯგუფი: მ. ჯიბლაძე (ჯგუფის ხელმძღვანელი), ნ. ბეჟანიშვილი, დ. გაბელაია, ლ. ურიდია

კვლევის მიმართულებები:
1. განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცეების ლოგიკა.
2. ესაკიას ორადობით განპირობებული ტოპოსები.
3. ჰეიტინგისა და მოდალური ალგებრების ორადობის თეორია.
4. უძრავი წერტილის ტოპოლოგიური ლოგიკა.
5. დამტკიცებადობის ლოგიკის ალგებრული და ტოპოლოგიური შესწავლა.
6. ცოდნისა და რწმენის სისტემების მოდალური ლოგიკები.
7. ნაწილობრივი მოდულარული ფორმები ჰომოტოპიის სტაბილურ თეორიაში.

შემოთავაზებული თემის ფარგლებში კვლევის ძირითადი საგანია ტოპოლოგიური მეთოდების გამოყენება არაკლასიკური ლოგიკების თანამედროვე პრობლემების შესწავლაში. ჩვენი მიზანია არსებითი წინსვლის მიღწევა კვლევის აქტიურად განვითარებადი მიმართულებებით, ისევე როგორც კვლევის ამ სფეროში ახალი პერსპექტიული მიმართულებების გახსნა და მათთვის მყარი საფუძვლის ჩაყრა.

მოდალური ლოგიკა ფორმალიზმია, რომლის მეშვეობითაც შესაძლებელია მათემატიკის, ინფორმატიკისა თუ ფილოსოფიის რიგ ფენომენთა შესახებ მსჯელობა. სინტაქსურ სიმარტივესთან ერთად მას საკმაოდ მდიდარი და მძლავრი სემანტიკა აქვს. ამ ოპტიმალური ბალანსით მოდალური ენების გამომსახველობით ძალასა და მათ კარგ ალგორითმულ თვისებებს შორის ხშირად ხსნიან იმ ფაქტს, რომ მოდალურმა ლოგიკამ ფართო გამოყენება ჰპოვა კომპიუტერულ მეცნიერებებში. მოდალური ლოგიკის პირველი სემანტიკა ჩამოყალიბდა ტოპოლოგიური სივრცეების ტერმინებში, რაც შემდგომ რელაციური სემანტიკის განვითარებამ დაჩრდილა. თუმცაღა, მეოცე საუკუნის დასასრულისთვის აშკარა გახდა რელაციური სემანტიკის თანმხლები შეზღუდვები და, ამავდროულად, კვლავ წინ წამოიწია მოდალური ლოგიკის ტოპოლოგიურმა ინტერპრეტაციამ, როგორც, ერთი მხრივ, რელაციურ სემანტიკაზე უფრო ზოგადმა და, მეორე მხრივ, სივრცე-დროითი ცოდნის წარმოდგენასა და მის შესახებ მსჯელობასთან დაკავშირებული გამოყენებებისათვის უფრო მორგებულმა. ბოლო წლებში შეინიშნება მოდალური ლოგიკის ტოპოლოგიური სემანტიკისა და მისი მრავალრიცხოვანი გამოყენებებისადმი დაინტერესების დრამატული ზრდა.

მათემატიკური ლოგიკის განყოფილების თანამშრომლები მჭიდროდ თანამშრომლობენ როგორც ინსტიტუტის სხვა განყოფილებების წევრებთან, ასევე მრავალ ქართველ და უცხოელ მათემატიკოსთან. კერძოდ, ნ. ბეჟანიშვილსა და დ. გაბელაიას აქვთ რამდენიმე ერთობლივი შრომა; მ. ჯიბლაძე ათწლეულების განმავლობაში აწარმოებს ერთობლივ კვლევებს გეომეტრია-ტოპოლოგიის განყოფილების თანამშრომლებთან მ. ბაკურაძესთან და ა. ელაშვილთან, რომლებთანაც მონაწილეობდა რამდენიმე ერთობლივ საგრანტო პროექტში და მათთან ბევრი საერთო პუბლიკაცია აქვს. ის მონაწილეობს რეგულარულ ერთობლივ სემინარში გეომეტრია-ტოპოლოგიისა და თეორიული ფიზიკის განყოფილების თანამშრომლებთან, კერძოდ, იკვლევს მ. ელიაშვილისა და გ. ციციშვილის შრომებისთვის შესატყვის მათემატიკურ აპარატს.

მოვიყვანთ თემის ცალკეულ მონაწილეთა წვლილის თავისებურებებს და მათ მიერ ადრე შესრულებული სამუშაოს ამსახველ პუბლიკაციებს.

მამუკა ჯიბლაძე

კარგადაა ცნობილი ტოპოლოგიურ სივრცეზე კონების განზოგადება ზოგადი სრული ჰეიტინგის ალგებრებისთვის, რომლებიც საზოგადოდ არ ემთხვევა რაიმე სივრცის ყველა ღია სიმრავლეების ალგებრას. ამ კონსტრუქციის შემდგომი გავრცელება ყველა, მათ შორის არასრულ ჰეიტინგის ალგებრებზე ალტერნატიულ მიდგომას მოგვცემდა მაღალი რიგის ტიპების ინტუიციონისტური თეორიის ერთ-ერთი საკვანძო საკითხის შესასწავლად. ამ საკითხზე ბოლო წლებში ინტენსიურად მუშაობდა განყოფილების აწ გარდაცვლილი წევრი დიტო პატარაია. ჩვენი უპირველესი მიზანია დიტოს ღრმა კვლევების გაანალიზება და

პუბლიკაციის დონემდე მიყვანა. ამაში უნდა დაგვეხმაროს განყოფილების კიდევ ერთი სამწუხაროდ გარდაცვლილი წევრის, მისი ყოფილი ხელმძღვანელის ლეო ესაკიას ფუნდამენტური წვლილი მათემატიკური ლოგიკის დარგში - ჰეიტინგის ალგებრების ესაკიას ორადობა. ეს ორადობა იძლევა ყოველი ჰეიტინგის ალგებრის წარმოდგენას გარკვეული ტოპოლოგიური სივრცის არა ყველა, მაგრამ იოლად აღწერადი ღია სიმრავლეების მეშვეობით. შესაბამის სივრცეებს ესაკიას სივრცეები ეწოდებათ და ისინი უკვე მრავალი წელია წარმატებით გამოიყენება ჰეიტინგის ალგებრების შესწავლაში, რადგან საშუალებას იძლევიან მოვიშველიოთ ტოპოლოგიური ინტუიცია ისეთ ვითარებაში, როდესაც უსასრულო გაერთიანებებისა და თანაკვეთების წარმოქმნა შეუძლებელია. კერძოდ, ასეთი სივრცეებისთვის შესაძლებელია აიგოს კონებსა და ლოკალურ ჰომეომორფიზმებს შორის თანადობის ანალოგი. უფრო მეტიც, სივრცეზე კონების კატეგორიის თვისებებსაც ანალოგი უნდა გააჩნდეს ზოგადი ჰეიტინგის ალგებრის შესაბამისი ესაკიას სივრცეებისთვის. ჩვენი მიზანია შევისწავლოთ ეს თვისებები და გამოვიყენოთ ისინი დ. პატარაიას კვლევების შემდგომი გაგებისათვის.

განზოგადებულ ტოპოლოგიურ სივრცეებში ყველა ქვესიმრავლეთა ნაცვლად განიხილება ქვესიმრავლეთა რომელიმე ისეთი ოჯახი, რომელიც წარმოადგენს ჩაკეტვიან ბულის ალგებრას. ჩვენი ინტერესის საგანს წარმოადგენს ისეთი ქვესიმრავლეები, რომლებიც ბუნებრივად წარმოიშობა სივრცის მოდელირებისას. ასეთია, მაგალითად რეგულარულად ჩაკეტილი ქვესიმრავლეები, ან ამოზნექილი ქვესიმრავლეები, ან მრავალკუთხედები. ასეთი ქვესიმრავლეების ერთობლიობა ცალკე შეიძლება არ წარმოადგენდეს ჩაკეტვიან ალგებრას, მაგრამ ყოველთვის შეიძლება მათგან წარმოვქმნათ უმცირესი ჩაკეტვიანი ალგებრა ყველა ქვესიმრავლეთა ჩაკეტვიან ალგებრაში. სწორედ ასე მიღებული განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცეების შესაბამისი მოდალური სისტემების შესწავლა წარმოადგენს ჩვენი კვლევითი პროგრამის ერთ-ერთ მიმართულებას. კვლევის ამ ეტაპზე უკვე გასაგებია, რომ მოდალური ენაში შესაძლებელია სხვადასხვა განზომილების ევკლიდური გაზოგადებული სივრცეების ერთმანეთისგან გამიჯნვა. ამრიგად, ეს პერსპექტიული და ნაყოფიერი მიმართულებაა. ჩვენი მიზანია, მაქსიმალურად დეტალურად გამოვიკვლიოთ ამ პარადიგმაში სხვადასხვა სიძლიერის მოდალური ენებისა და შესაბამისი განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცეების ურთიერთმიმართება.

ბოლო წლებში შეიმჩნევა ინტერესის აღორძინება რამანუჯანის მიერ მეოცე საუკუნის დასაწყისში შემოღებული ნაწილობრივი მოდულარული ფორმებისადმი. ეს ობიექტები სულ უფრო დიდ როლს თამაშობენ ალგებრულ რიცხვთა თეორიაში, წარმოდგენათა თეორიაში და მათემატიკურ ფიზიკაში. (სრულად) მოდულარული ფორმები უკვე რამდენიმე ათწლეულია რაც როლს თამაშობენ ალგებრულ ტოპოლოგიაში მეორე ქრომატული დონის კოჰომოლოგიის თეორიების გამო. კერძოდ, ელიფსური კოჰომოლოგიის შესაბამისი ფორმალური ჯგუფების პარამეტრიზაცია ხორციელდება კარგად ცნობილი მოდულარული ფორმების მეშვეობით. ამავე დროს, მორავას მეორე K-თეორიების გლობალური ვერსიისთვის, რომელიც მჭიდროდ უკავშირდება ელიფსურ კოჰომოლოგიებს, ფორმალური ჯგუფის შესაბამისი ფუნქციები უკავშირდება ნაწილობრივ, და არა მარტო სრულად მოდულარულ ფორმებს. ჩვენი მიზანია იმის გარკვევა, თუ რა როლს შეიძლება თამაშობდნენ ნაწილობრივი მოდულარული ფორმები სტაბილურ ჰომოტოპიის თეორიაში.

- Bakuradze, M.; Jibladze, M. Morava *K*-theory rings for the groups G_{38}, …, G_{41} of order 32, Journal of K-theory: K-theory and its Applications to Algebra, Geometry, and Topology / FirstView Article pp 1-28 http://dx.doi.org/10.1017/is013011009jkt245, Published online: 06 December 2013
- Bezhanishvili, G.; Ghilardi, S.; Jibladze, M. An algebraic approach to subframe logics. Modal case, Notre Dame J. Formal Logic Volume 52, Number 2 (2011), 113-228
- Baues, H.-J.; Jibladze, M.; Pirashvili, T. Quadratic algebra of square groups. Adv. Math. 217, No. 3, 1236–1300 (2008)
- Baues, H.-J.; Jibladze, M.; Pirashvili, T. Third Mac Lane cohomology. Math. Proc. Cambridge Phil. Soc. 144, 337–367 (2008)

- Jibladze, M.; Pirashvili, T. Third Mac Lane cohomology via categorical rings. J. Homotopy & Related Struct. 2, 187–216 (2007)
- Jibladze, Mamuka; Novikov, Dmitry. Unimodularity of Poincaré polynomials of Lie algebras for semisimple singularities. Mosc. Math. J. 7, No. 3, 481-487 (2007).
- Hans-Joachim Baues and Mamuka Jibladze. Secondary derived functors and the Adams spectral sequence. Topology 45, No. 2, 295–324 (2006).
- Jibladze, M.; Pirashvili, T. Linear extensions and nilpotence of Maltsev theories. Beitr. Algebra Geom. 46, No. 1, 71–102 (2005).
- Bunge, Marta; Jibladze, Mamuka; Streicher, Thomas. Definable completeness. Cah. Topol. Géom. Différ. Catég. 45, No. 4, 243–266 (2004).
- Baues, Hans-Joachim; Jibladze, Mamuka. The Steenrod algebra and theories associated to Hopf algebras. Appl. Categ. Struct. 12, No. 1, 109–126 (2004).
- Bakuradze, M.; Jibladze, M.; Vershinin, V.V. Characteristic classes and transfer relations in cobordism. Proc. Am. Math. Soc. 131, No.6, 1935–1942 (2003).
- Bunge, Marta; Funk, Jonathon; Jibladze, Mamuka; Streicher, Thomas. The Michael completion of a topos spread. J. Pure Appl. Algebra 175, No.1-3, 63–91 (2002).
- Jibladze, M.; Pirashvili, T. On Kan fibrations for Maltsev algebras. Georgian Math. J. 9, No.1, 71–74 (2002).
- Hans-Joachim Baues and Mamuka Jibladze. Classification of abelian track categories. K-Theory, 25(3):299–311, 2002.
- Hans-Joachim Baues and Mamuka Jibladze. Suspension and loop objects in theories and cohomology. Georgian Math. J., 8(4):697–712, 2001.
- Hans-Joachim Baues and Mamuka Jibladze. Suspension and loop objects and representability of tracks. Georgian Math. J., 8(4):683–696, 2001.
- Marta Bunge, Jonathon Funk, Mamuka Jibladze, and Thomas Streicher. Distribution algebras and duality. Adv. Math., 156(1):133–155, 2000.
- Leo Esakia, Mamuka Jibladze, and Dito Pataraia. Scattered toposes. Ann. Pure Appl. Logic, 103 (1-3):97–107, 2000.
- Elashvili, M. Jibladze, and D. Pataraia. Combinatorics of necklaces and “Hermite reciprocity”. J. Algebraic Combin., 10(2):173–188, 1999.
- Elashvili and M. Jibladze. Hermite reciprocity for the regular representations of cyclic groups. Indag. Math. (N.S.), 9(2):233–238, 1998.
- M. Jibladze. Lower bagdomain as a glueing. Proc. A. Razmadze Math. Inst., 118:33–41, 1998.
- Mamuka Jibladze. A presentation of the initial lift-algebra. J. Pure Appl. Algebra, 116 (1-3):185–198, 1997.
- Hans-Joachim Baues, Mamuka Jibladze, and Andy Tonks. Cohomology of monoids in monoidal categories. In Operads: Proceedings of Renaissance Conferences (Hartford, CT/Luminy, 1995), pages 137–165, Providence, RI, 1997. Amer. Math. Soc.
- M. Jibladze. Some strange monoidal categories. Proc. A. Razmadze Math. Inst., 113:83–93, 1995.
- M. Jibladze and P. T. Johnstone. The frame of fibrewise closed nuclei. Cahiers Topologie Géom. Différentielle Catég., 32(2):99–112, 1991.
- M. Jibladze and T. Pirashvili. Cohomology of algebraic theories. J. Algebra, 137(2):253–296, 1991.
- Mamuka Jibladze. Geometric morphisms and indexed toposes. In Categorical topology and its relation to analysis, algebra and combinatorics (Prague, 1988), pages 10–18. World Sci. Publishing, Teaneck, NJ, 1989.

დავით გაბელაია

ჩვენი მიზანია შემოვიღოთ ახალი დასაშვები c-სემანტიკა **S4** მოდალური სისტემისათვის და ვაჩვენოთ, რომ **S4**-ის ნორმალური გაფართოებები სრულია ამ ახალი სემანტიკის მიმართ,

რაც იძლევა **S4**-ის ზოგადი ფრეიმების სემანტიკის ალტერნატივას. ადრე მაკინსი-ტარსკის კლასიკური შედეგი ჩვენს მიერ განზოგადებულ იქნა სხვა მიმართულებით. ნაჩვენები იყო, რომ **S4**-ის ყოველი სასრული მოდელების თვისების მქონე ნორმალური გაფართოება არის **Q** რაციონალურ წრფეზე ან **C** კანტორის სივრცეზე ჩაკეტვის ალგებრის რაიმე ქვეალგებრის მოდალური ლოგიკა. ამ შრომაში აგრეთვე შემოღებულია ბმული მოდალური ლოგიკის ცნება და ნაჩვენებია, რომ ყოველი სასრული მოდელების თვისების მქონე ბმული მოდალური ლოგიკა **S4**- ზე არის **R** ნამდვილ რიცხვთა წრფეზე ჩაკეტვის ალგებრის რაიმე ქვეალგებრის მოდალური ლოგიკა. ჩვენი მიზანია ამ შედეგის შემდეგნაირი შემდგომი განზოგადება. ჩვენ შემოვიღებთ დასაშვები c-სემანტიკის ცნებას **S4**-ისათვის. ჩვენი ახალი მოდელები იქნება განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცეები, ე. ი. წყვილები (X,S), სადაც X ტოპოლოგიური სივრცეა, ხოლო S არის X-ზე ჩაკეტვის ალგებრის ქვეალგებრა. ეს ცნება წარმოადგენს ზოგადი **S4**-ფრეიმის კარგად ცნობილი ცნების განზოგადებას. მასზე დაყრდნობით ჩვენი წინა შრომის ძირითადი შედეგები შემდეგნაირად შეიძლება ჩამოყალიბდეს: ყოველი სასრულ მოდელთა თვისების მქონე მოდალური ლოგიკა **S4**-ზე არის (**Q**,S) განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცის ან (**C**,S) განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცის მოდალური ლოგიკა; ხოლო ყოველი სასრულ მოდელთა თვისების მქონე ბმული მოდალური ლოგიკა **S4**-ზე არის (**R**,S) განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცის მოდალური ლოგიკა. ჩვენი მიზანია განვაზოგადოთ ეს შედეგები **S4**-ის ყველა ნორმალური გაფართოებებისთვის, რაც მოგვცემს ახალ ადეკვატურ სემანტიკას **S4**-ზე მოდალური ლოგიკებისათვის, რომელიც ზოგადი ფრეიმების სემანტიკის ალტერნატივა იქნება.

მაკინსისა და ტარსკის კლასიკური შედეგია, რომ **S4** წარმოადგენს ნებისმიერი თავის თავში მკვრივი მეტრიზებადი სივრცის მოდალურ ლოგიკას. კერძოდ, აქედან გამომდინარეობს, რომ **S4** არის მოდალური ლოგიკა კანტორის სივრცისა, რომელიც მეტრიზებად სტოუნის სივრცეს წარმოადგენს. ეს შედეგი განზოგადებულ იქნა ჩვენს მიერ; კერძოდ, ჩვენ მოვახდინეთ ყოველი მეტრიზებადი სტოუნის სივრცის მოდალური ლოგიკის აქსიომატიზება. ვინაიდან სტოუნის სივრცეები კომპაქტურია, ყოველი მეტრიზებადი სტოუნის სივრცე სრულად მეტრიზებადია. ჩვენი მიზანია ამ შრომის შედეგის შემდგომი განზოგადება და ყოველი სრულად მეტრიზებადი სივრცის მოდალური ლოგიკის აქსიომატიზება. ამ ამოცანის მნიშვნელობას ხაზს უსვამს სივრცულ მსჯელობათა დარგის სპეციალისტთა ბოლოდროინდელი დაინტერესება მეტრიკული სივრცეებითა და მათთან დაკავშირებული მოდალური ლოგიკებით.

ჩვენი მიზანია **GLP** პოლიმოდალური დამტკიცებადობის ლოგიკისათვის ტოპოლოგიური სისრულის პრობლემის გადაჭრა d-სემანტიკაში**.** დამტკიცებადობის ლოგიკა აღწერს დამტკიცებადობის პრედიკატის ყოფაქცევას ძლიერ ფორმალურ თეორიებში - ისეთებში, როგორიცაა პეანოს არითმეტიკა **PA**. სოლოვეის სახელგანთქმული შედეგის თანახმად, გიოდელ-ლიობის მოდალური სისტემა **GL** წარმოადგენს **PA** სისტემის დამტკიცებადობის ლოგიკას. ამ ფაქტმა **GL**-ს ადგილი დაუმკვიდრა ყველაზე მნიშვნელოვან მოდალურ სისტემათა შორის. შემდგომმა კვლევებმა გამოააშკარავა, რომ **GL** ასევე ნებისმიერი უფრო ძლიერი თავსებადი თეორიის დამტკიცებადობის ლოგიკაცაა. ამან გამოიწვია დამტკიცებადობის ცნების უფრო ფაქიზი ანალიზის აუცილებლობა. ნებისმიერ საკმაოდ ძლიერ თეორიაში შეიძლება განისაზღვროს n-დამტკიცებადობის ცნება, ყოველი n ნატურალური რიცხვისათვის. როგორც აჩვენა სმორინსკიმ, n-დამტკიცებადობის ლოგიკაც, ნებისმიერი ფიქსირებული n ნატურალური რიცხვისათვის, **GL**-ია**.** მაგრამ ყველა n-დამტკიცებადობის პრედიკატის, ერთად აღებულის ლოგიკა გაცილებით უფრო გამომსახველობითია. პირველად ეს ლოგიკა შემოიღო ჯაფარიძემ და დღეს-დღეობით იგი ცნობილია, როგორც ჯაფარიძის პოლიმოდალური დამტკიცებადობის ლოგიკა **GLP**. ჯაფარიძემ დაამტკიცა **GLP**-ს არითმეტიკული სისრულე, რის შემდეგაც ეს ლოგიკა ინტენსიურად შეისწავლებოდა დარგის ისეთი გამოჩენილი მკვლევრების მიერ, როგორებიცაა ბულოსი, იგნატიევი და ბეკლემიშევი. უფრო მოგვიანებით ნაპოვნი იქნა **GLP** სისტემის საინტერესო გამოყენებები დამტკიცებათა თეორიასა და არითმეტიკის ორდინალურ ანალიზში. კერძოდ, **GLP** წარმოშობს ორდინალური აღნიშვნების ბუნებრივ სისტემას ε_0 ორდინალისათვის. ამან **GLP** ლოგიკასა და მის ფრაგმენტებს

ადგილი დაუმკვიდრა ამ დარგში ყველაზე შესწავლად სისტემებს შორის. **GL** ლოგიკას კარგი რელაციური სემანტიკა გააჩნია. სეგერბერგმა აჩვენა, რომ **GL** სრულია სასრული ირეფლექსური ხეების მიმართ. **GL**-ის ტოპოლოგიური სემანტიკა განავითარა ესაკიამ, რომელმაც აჩვენა, რომ **GL**-ის ტოპოლოგიური მოდელები ზუსტად კანტორის გაიშვიათებული სივრცეებია. აბაშიძემ და ბლასმა ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად აჩვენეს, რომ **GL** არის მოდალური ლოგიკა ωω ორდინალისა, მის ინტერვალურ ტოპოლოგიაში. ამრიგად, **GL** სრულია რელაციურადაც და ტოპოლოგიურადაც. **GLP**-ს შემთხვევაში ვითარება არსებითად განსხვავებულია**.** ცნობილია, რომ **GLP**-ს ბიმოდალურ ფრაგმენტ **GLB**-საც კი არ გააჩნია არატრივიალური რელაციური მოდელები. ამ დაბრკოლებისთვის გვერდის ავლის მიზნით, იგნატიევის შრომამ საფუძველი ჩაუყარა **GLP**-სადმი რელაციური მიდგომის შესწავლას. შემდგომი არსებითი წინსვლა ეკუთვნის ბეკლემიშევს, რომელმაც შემოიღო **GLP**-ს მნიშვნელოვანი ქვესისტემა **J** ერთობ საინტერესო რელაციური მოდელებით. ცოტა ხნის წინ ბეკლემიშევმა, ბეჟანიშვილმა და იკარდმა აჩვენეს, რომ **GLP**-ს ბიმოდალური ფრაგმენტი **GLB** ტოპოლოგიურად სრულია. თუმცაღა, მათი ტექნიკა უშუალოდ ვერ ვრცელდება უკვე **GLP**-ს სამმოდალობიან ფრაგმენტზეც. ამრიგად, **GLP**-ს ტოპოლოგიური სისრულე მნიშვნელოვან ღია პრობლემად რჩება. სინამდვილეში არ არის ცნობილი **GLP**-ს არც ერთი არატრივიალური ტოპოლოგიური მოდელი. ჩვენი მიზანია ვაჩვენოთ, რომ **GLP** ტოპოლოგიურად სრულია. გარდა ამისა, ჩვენ ვვარაუდობთ ამ შედეგის გაძლიერებას აბაშიძისა და ბლასის სტილში და იმის ჩვენებას, რომ **GLP** სრულია ერთი პოლიტოპოლოგიური სივრცის მიმართ, რომელიც ემყარება ε_0 ორდინალის სტანდარტულ ინტერვალურ ტოპოლოგიას.

- Lev D. Beklemishev, David Gabelaia: Topological completeness of the provability logic GLP. Ann. Pure Appl. Logic 164(12): 1201-1223 (2013)
- Guram Bezhanishvili, David Gabelaia: Connected modal logics. Arch. Math. Log. 50(3-4): 287-317 (2011)
- David Gabelaia, Roman Kontchakov, Agi Kurucz, Frank Wolter, Michael Zakharyaschev: Combining Spatial and Temporal Logics: Expressiveness vs. Complexity. CoRR abs/1110.2726 (2011)
- Guram Bezhanishvili, Nick Bezhanishvili, David Gabelaia, Alexander Kurz: Bitopological duality for distributive lattices and Heyting algebras. Mathematical Structures in Computer Science 20(3): 359-393 (2010)
- Balder ten Cate, David Gabelaia, Dmitry Sustretov: Modal languages for topology: Expressivity and definability. Ann. Pure Appl. Logic 159(1-2): 146-170 (2009)
- Guram Bezhanishvili, Leo Esakia, David Gabelaia: Spectral and T0-Spaces in d-Semantics. TbiLLC 2009: 16-29
- David Gabelaia, Agi Kurucz, Frank Wolter, Michael Zakharyaschev: Non-primitive recursive decidability of products of modal logics with expanding domains. Ann. Pure Appl. Logic 142(1-3): 245-268 (2006)
- David Gabelaia, Roman Kontchakov, Ágnes Kurucz, Frank Wolter, Michael Zakharyaschev: Combining Spatial and Temporal Logics: Expressiveness vs. Complexity. J. Artif. Intell. Res. (JAIR) 23: 167-243 (2005)
- David Gabelaia, Agi Kurucz, Frank Wolter, Michael Zakharyaschev: Products of 'transitive' modal logics. J. Symb. Log. 70(3): 993-1021 (2005)
- Guram Bezhanishvili, Leo Esakia, David Gabelaia: Some Results on Modal Axiomatization and Definability for Topological Spaces. Studia Logica 81(3): 325-355 (2005)
- David Gabelaia, Roman Kontchakov, Agi Kurucz, Frank Wolter, Michael Zakharyaschev: On the Computational Complexity of Spatio-Temporal Logics. FLAIRS Conference 2003: 460-464

ნიკოლოზ ბეჟანიშვილი

უძრავი წერტილის მოდალური ლოგიკა (მოდალური μ-აღრიცხვა) წარმოადგენს მოდალური ლოგიკის გაფართოებას, რომელსაც გააჩნია ძლიერი გამომსახველობითობა, მაგრამ

მიუხედავად ამისა, მაინც ამოხსნადია. მრავალი მნიშვნელოვანი ლოგიკა, როგორიცაა PDL, CTL, CTL*, მოდალური μ-აღრიცხვის ქვეფრაგმენტებია. ყოველივე ამის გამო, უძრავი წერტილის მოდალური ლოგიკა განიხილება, როგორც ერთ-ერთი ყველაზე შესაბამისი ინფორმატიკაში გამოყენებებისათვის. უძრავი წერტილის მოდალური ლოგიკის გამომსახველობით სიძლიერეს უპირისპირდება მისი სისრულის უაღრესად პრობლემატური საკითხი. ცნობილია ადეკვატურობისა და სისრულის მხოლოდ რამდენიმე შედეგი უძრავი წერტილის მოდალური ლოგიკის აქსიომატური სისტემებისათვის რელაციური სემანტიკის მიმართ, ხოლო მოდალური μ-აღრიცხვის ტოპოლოგიური სემანტიკა ჯერ-ჯერობით საერთოდ არ არის შესწავლილი. ისევე, როგორც სტანდარტულ მოდალურ ლოგიკაში, მოდალურ μ-აღრიცხვაში რელაციური სისრულის პრობლემისადმი მიდგომა მდგომარეობს დასაშვები სემანტიკის განხილვაში. უძრავი წერტილის მოდალური ლოგიკის დასაშვებ სემანტიკაში უდიდესი და უმცირესი წერტილების ოპერატორების ინტერპრეტაცია ხდება არა ნებისმიერი, არამედ მხოლოდ დასაშვები პრე-უძრავი წერტილების თანაკვეთებითა და გაერთიანებებით. ჩვენ გამიზნული გვაქვს საფუძველი ჩავუყაროთ დასაშვები ტოპოლოგიური უძრავი წერტილის ლოგიკების შესწავლას. ტოპოლოგიური სემანტიკის მრავალი ფუნდამენტური საკითხი ჯერ არ არის სრულად პასუხგაცემული სტანდარტული მოდალური ლოგიკისთვისაც კი. მაგრამ დასაშვები ტოპოლოგიური სემანტიკის მეშვეობით შესაძლებლად გვესახება უძრავი წერტილის მოდალურ ლოგიკებთან დაკავშირებული მრავალი საკითხის გარკვევა და ახალი თვალთახედვის შემუშავება. ჩვენ შევისწავლით დასაშვები ტოპოლოგიური უძრავი წერტილის ლოგიკების აქსიომატიზებებს, სასრულ მოდელთა თვისებას, ამოხსნადობას, გამოთვლით სირთულეს და გამომსახველობითობას. მოცემული ტოპოლოგიური სივრცისათვის ტოპოლოგიური უძრავი წერტილის ლოგიკების მნიშვნელოვანი დასაშვები ვალუაციები მოიცემა ღია (ჩაკეტილი) სიმრავლეებით, რეგულარული ღია (ჩაკეტილი) სიმრავლეებით, ღია-ჩაკეტილი სიმრავლეებით, ამოზნექილი სიმრავლეებით, მრავალკუთხედებით და ა. შ. ჩვენი ამოსავალი წერტილი იქნება ყველა ტოპოლოგიური სივრცის უძრავი წერტილის ლოგიკის აქსიომატიზება. ამის შემდეგ ძირითად ძალისხმევას მივმართავთ ნამდვილ რიცხვთა ღერძისა და სიბრტყის, ევკლიდური სივრცეების, რაციონალურ რიცხვთა **Q** სივრცისა და კანტორის **C** სივრცის ლოგიკების შესწავლაზე. ყველა ეს საკითხი განხილული იქნება როგორც კლასიკური, ისე (სხვადასხვა) დასაშვები ტოპოლოგიური სემანტიკისათვის. ამოცანის დასასრულისთვის ვვარაუდობთ დასაშვები ტოპოლოგიური ლოგიკებისათვის შედეგების, მეთოდებისა და ტექნიკების მწყობრი სისტემის მიღებას, რომელიც ამ დარგში შემდგომი წინსვლის მყარი საფუძველი იქნება.

- Modal compact Hausdorff spaces. Guram Bezhanishvili, Nick Bezhanishvili, and John Harding. To appear in Journal of Logic and Computation, doi:10.1093/logcom/exs030.
- Canonical formulas for wK4. Guram Bezhanishvili and Nick Bezhanishvili. Review of Symbolic Logic, vol.4, pp. 731-762, 2012.
- Preservation of Sahlqvist fixed point equations in completions of relativized fixed point Boolean algebras with operators. Nick Bezhanishvili and Ian Hodkinson. Algebra Universalis, vol. 68, pp. 43-56, 2012.
- Sahlqvist theorem for modal fixed point logic. Nick Bezhanishvili and Ian Hodkinson, Theoretical Computer Science, vol. 424, pp. 1-19, 2012.
- Sahlqvist correspondence for modal mu-calculus. Johan van Benthem, Nick Bezhanishvili, Ian Hodkinson, Studia Logica, vol. 100, pp. 31-60, 2012.
- Extendible formulas in two variables in intuitionistic logic. Nick Bezhanishvili and Dick de Jongh, Studia Logica, vol. 100, pp. 61-89, 2012.
- Finitely generated free Heyting algebras via Birkhoff duality and coalgebra. Nick Bezhanishvili and Mai Gehrke. Logical Methods in Computer Science, vol. (2:9), pp. 1-24, 2011.
- An algebraic approach to canonical formulas: Modal case. Guram Bezhanishvili and Nick Bezhanishvili. Studia Logica, vol. 99, pp. 337-369, 2011.
- Vietoris bisimulations. Nick Bezhanishvili, Gaelle Fontaine, Yde Venema. Journal of Logic and Computation, vol. 20, number 5, pp. 1017-1040, 2010.

- Bitopological duality for distributive lattices and Heyting algebras. Guram Bezhanishvili, Nick Bezhanishvili, David Gabelaia, Alexander Kurz. Mathematical Structures in Computer Science, Vol. 20, Issue 03, pp. 359-393, 2010.
- An algebraic approach to canonical formulas: Intuitionistic case. Guram Bezhanishvili and Nick Bezhanishvili. Review of Symbolic Logic, vol 2, number 3, pp. 517-549, 2009.
- Profinite Heyting algebras. Guram Bezhanishvili and Nick Bezhanishvili. Order, vol. 25 (3), pp. 211-223, 2008.
- Frame based formulas for intermediate logics. Nick Bezhanishvili. Studia Logica, vol. 90, pp. 139-159, 2008.
- The Kuznetsov-Gerciu and Rieger-Nishimura logics: The boundaries of the finite model property. Guram Bezhanishvili, Nick Bezhanishvili, Dick de Jongh. Logic and Logical Philosophy, vol. 17, pp. 73-110, 2008.
- Transfer results for hybrid logic Part I: the case without the satisfaction operators. Nick Bezhanishvili and Balder ten Cate. Journal of Logic and Computation, 16, pp. 177-197, 2006.
- All normal extensions of S5-squared are finitely axiomatizable. Nick Bezhanishvili and Ian Hodkinson. Studia Logica, vol. 78, pp. 443-457, 2004.
- Varieties of two dimensional cylindric algebras. Part II. Nick Bezhanishvili. Algebra Universalis, vol. 51, pp. 177-206, 2004.
- All proper normal extensions of S5-square have the polynomial size model property. Nick Bezhanishvili and Maarten Marx. Studia Logica, vol. 73, pp. 367-382, 2003.
- Varieties of two dimensional cylindric algebras Part I: Diagonal-free case. Nick Bezhanishvili. Algebra Universalis, vol. 48, pp. 11-42, 2002.
- Pseudomonadic algebras as algebraic models of doxastic modal logic. Nick Bezhanishvili. Mathematical Logic Quarterly, vol. 48, issue 4, pp. 624-636, 2002.

ლევან ურიდია

აგენტთა ჯგუფების ცოდნისა და რწმენის შესწავლა დღევანდელი ეპისტემიკური ლოგიკის ერთ-ერთი ყველაზე მოთხოვნადი საკითხია. ჯგუფის ცოდნა/რწმენა უდიდეს ზეგავლენას ახდენს ამ ჯგუფის გადაწყვეტილების მიღებაში, აქედან გამომდინარე ჯგუფის რწმენა/ცოდნა მნიშვნელოვან როლს თამაშობს ისეთ პრაქტიკულ სისტემებში როგორიცაა საარჩევნო სისტემები, ეკონომიკური პროცესები და სხვა. ყველა ზემოთქმულიდან გამომდინარე ამ საკითხის ლოგიკური შესწავლა ბოლო წლებში გახდა უაღრესად აქტუალური. ჩვენს მიერ წარსულში შესწავლილია ერთობლივი რწმენისა და ცოდნის და ასევე ნდობისა და რეპუტაციის მოდალური სისტემები. ერთობლივი ცოდნის/რწმენის კონცეფცია რაღაც დონეზე არის მარტივი ვერსია ჯგუფის ცოდნის/რწმენის. ჩვენ ვეფუძვნებით მოდალური ლოგიკას და მოდალური ლოგიკის მეთოდიკას. ჩვენი მიზანია შევისწავლოთ მოდალური ოპერატორი $C_G(P)$ რომლის შესაძლო თარგმანიცაა "P არის აგენტთა ჯგუფი G –ს რწმენა/ცოდნა". ჩვენ გვინდა მოვახდინოთ ამ ოპერატორის აქსიომატიზაცია რომელიც თავსებადი იქნება აღნიშნული წაკითხვის (ან სესაბამისი ფილოსოფიური საფუძვლების) ინტუიტიურ აღქმასთან. ჩვენ გვინდა შევისწავლოთ კრიპკე და ტოპოლოგიური სემანტიკა და დავამტკიცოთ სისრულის თეორემები. გარდა ამისა გვსურს განვიხილოთ არსებული სისტემის გადაწყვეტადობის პრობლემები.

- David Pearce, Levan Uridia: Algebraic semantics for modal and superintuitionistic non-monotonic logics. Journal of Applied Non-Classical Logics 23(1-2): 147-158 (2013)
- Philippe Balbiani, Levan Uridia: Completeness and Definability of a Modal Logic Interpreted over Iterated Strict Partial Orders. Advances in Modal Logic 2012: 71-88
- David Pearce, Levan Uridia: The Topology of Common Belief. AT 2012: 246-259
- David Pearce, Levan Uridia: An Approach to Minimal Belief via Objective Belief. IJCAI 2011: 1045-1050
- Levan Uridia, Dirk Walther: An Epistemic Logic with Hypotheses. LORI 2011: 286-299

- David Pearce, Levan Uridia: Minimal Knowledge and Belief via Minimal Topology. JELIA 2010: 273-285
- Levan Uridia: Boolean Modal Logic wK4Dyn - Doxastic Interpretation. TbiLLC 2009: 158-169

საერაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობა

როგორც მოყვანილი პუბლიკაციებიდანაც ნათლად ჩანს, განყოფილების წევრები მჭიდროდ თანამშრომლობენ არა მარტო ინსტიტუტის სხვა განყოფილებების წევრებთან, არამედ მსოფლიოს ბევრ წამყვან მათემატიკოსებთან.

მამუკა ჯიბლაძე არაერთხელ იყო მიწვეული სხვადასხვა სამეცნიერო ცენტრებში - სტრასბურგის უნივერსიტეტში (საფრანგეთი), კემბრიჯის უნივერსიტეტში (დიდი ბრიტანეთი), მაქს პლანკის ინსტიტუტში (ბონი, გერმანია), მაკგილის უნივერსიტეტში (მონრეალი, კანადა), უტრეხტის უნივერსიტეტში (ჰოლანდია), დარმშტადტის უნივერსიტეტში (გერმანია), მილანის უნივერსიტეტში (იტალია), ლუვენ-ლა-ნევის უნივერსიტეტში (ბელგია); ამ უკანასკნელში მას მეცნიერებათა დოქტორის ხარისხი მიენიჭა. ის წარმატებით თანამშრომლობდა ჟან-ლუი ლოდესთან, პიტერ ჯონსტონთან, ჰანს-იოაჰიმ ბაუესთან, მარტა ბუნგესთან, ჯონატონ ფანკთან, თომას შტრაიხერთან, სილვიო გილარდისთან და იკე მორდაიკთან. ჯონსტონთან, ბაუესთან, ბუნგესთან, ფანკთან და შტრაიხერთან მას რამდენიმე ერთობლივი შრომა აქვს გამოქვეყნებული. ასევე მას მრავალწლიანი საერთო მათემატიკური ინტერესები აქვს ამჟამად საზღვარგარეთ მოღვაწე ინსტიტუტის თანამშრომლებთან გურამ ბეჟანიშვილთან, იოსებ გუბელაძესთან, თეიმურაზ ფირაშვილთან და გიორგი ჯანელიძესთან. კერძოდ, მას ერთობლივი შრომა აქვს გ. ბეჟანიშვილთან და ს. გილარდისთან, ხოლო თეიმურაზ ფირაშვილთან ერთად მას გამოქვეყნებული აქვს რამდენიმე შრომა, რომლებმაც საყოველთაო ინტერესი გამოიწვია და მრავალჯერაა ციტირებული ცნობილ მათემატიკოსთა შრომებში.

დავით გაბელაია წარმატებით მოღვაწეობდა ლოგიკის, ენისა და გამოთვლების ინსტიტუტში (ILLC, ამსტერდამი, ჰოლანდია) და ლონდონის სამეფო კოლეჯში (დიდი ბრიტანეთი), სადაც მას დოქტორის ხარისხი მიენიჭა. მას აქვს ერთობლივი შრომები მსოფლიოს წამყვან ლოგიკოსებთან დიკ დე იონგთან, ფრენკ ვოლტერთან, ბალდერ ტენ კატესთან, ლევ ბეკლემიშევთან, აგი კურუშთან, მიხეილ ზახარიაშევთან, რომან კონჩაკოვთან. მუდმივად თანამშრომლობს ამჟამად ნიუ მექსიკოს შტატის უნივერსიტეტში მოღვაწე გ. ბეჟანიშვილთან, რომელთანაც არაერთი საერთო შრომა აქვს.

ნიკოლოზ ბეჟანიშვილს დოქტორის ხარისხი მიენიჭა ამსტერდამის უნივერსიტეტში (ჰოლანდია), სადაც რამდენიმეჯერ იქნა მიწვეული ნაყოფიერი სამეცნიერო თანამშრომლობის შედეგით. ასევე ის რამდენიმე წლის განმავლობაში წარმატებით მოღვაწეობდა ლონდონის იმპერიულ კოლეჯში (დიდი ბრიტანეთი). მას ერთობლივი შრომები აქვს მათემატიკური ლოგიკის გამოჩენილ სპეციალისტებთან დიკ დე იონგთან, იოჰან ვან ბენტემთან, სილვიო გილარდისთან, იდე ვენემასთან, მაი გერკესთან, პრაკაშ პანანგადენთან, იან ჰოდკინსონთან, ალექსანდერ კურცთან, კლემენს კუპკესთან, ბალდერ ტენ კატესთან, მარტენ მარქსთან, ალექსანდრუ ბალტაგთან. ერთობლივი შრომები აქვს თავის ძმასთან, ნიუ მექსიკოს შტატის უნივერსიტეტის პროფესორთან გურამ ბეჟანიშვილთან.

ლევან ურიდია წარმატებით მოღვაწეობდა ლოგიკის, ენისა და გამოთვლების ინსტიტუტში (ILLC, ამსტერდამი, ჰოლანდია). მას დოქტორის ხარისხი მიენიჭა მადრიდის ხუან კარლოსის უნივერსიტეტში (ესპანეთი). რამდენიმე ერთობლივი შრომა აქვს ცნობილ ლოგიკოსებთან ფილიპ ბალბიანისთან და დევიდ პირსთან.

თემა 4: ტოპოლოგიური, გეომეტრიული და ფიზიკური ობიექტების ალგებრული მოდელები

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის გეომეტრია-ტოპოლოგიის განყოფილება.

მკვლევართა ჯგუფი: თ. ქადეიშვილი (ჯგუფის ხელმძღვანელი), ნ. ბერიკაშვილი, ს. სანებლიძე, ა. ელაშვილი, მ. ბაკურაძე, ვ. ლომაძე.

ალგებრული ტოპოლოგიის ძირითადი მეთოდია რთული გეომეტრიული, ტოპოლოგიური, და ახლა უკვე ფიზიკური ობიექტებისათვის გარკვეული ალგებრული მოდელების შეთანადება და მათი შესწავლა ამ მოდელების საშუალებით.

გეომეტრია-ტოპოლოგიის განყოფილებას გააჩნია მრავალწლიანი გამოცდილება ასეთი მოდელების აგებასა და მათ გამოყენებებში. წინამდებარე პროექტით გათვალისწინებულია მუშაობა ალგებრულ მოდელებზე რამდენიმე განსხვავებული მიმართულებით: მარყუჟთა სივცეების ჰომოლოგიის თეორია, მაღალი რიგის წინააღმდეგობათა თეორია, მორავას K-თეორია, მრავალი ცვლადის დინამიური სისტემები, ფრობენიუსის ლის ალგებრები.

ბოლო ათწლეულში მათემატიკის და ფიზიკის რიგ დარგებში წინ წამოიწია ე.წ. A_∞-ალგებრების თეორიამ. ამ დარგში, J. Stasheff-ის შემდეგ პირველი ნაშრომები ჰქონდა თ. ქადეიშვილს, შემდეგ მას შეუერთდა ს. სანებლიძე, შემდგომ ამ საქმიანობაში ჩაერთვნენ მაშინდელი ასპირანტები ზ. ხარებავა (დისერტაცია დაიცვა შრდილო კაროლინის უნივერსიტეტში 2004 წელს), რ. ქურდიანი (დისერტაცია დაიცვა აბერდინში 2006 წელს) და დღეს, შეიძლება ითქვას, გეომეტრია-ტოპოლოგიის განყოფილება წამყვანი ცენტრია A_∞-ალგებრების თეორიაში.

აღსანიშნავია, რომ განყოფილების თანამშრომელთა ნაშრომებს A_∞-ალგებრებსა და ფრობენიუსის ალგებრების თეორიაში აღმოაჩნდათ გამოყენებანი თეორიული ფიზიკის საკითხებშიც. ესენია: სიმთა თეორია, ველის ტოპოლოგიური თეორია, სარკული სიმეტრია, შავი ხვრელები. ამ საქმიანობაში უაღრესად სასარგებლოა მომქმედი სემინარი ინსტიტუტის თეორიული ფიზიკის, მათემატიკური ფიზიკის, მათემატიკური ლოგიკის, ალგებრის და გეომეტრია-ტოპოლოგიის განყოფილებების თანამშრომელთა მონაწილეობით.

ხაზი უნდა გაესვას განყოფილების წევრთა თანამშროლობას ერთმანეთთან და სხვა განყოფილებების წევრებთან. ნ. ბერიკაშვილს, თ. ქადეიშვილს და ს. სანებლიძეს აქვთ არაერთი ერთობლივი ნაშრომი. ასევე, ერთობლივი ნაშრომები აქვთ ა. ელაშვილს და ლოგიკის განყოფილების გამგეს მ. ჯიბლაძეს, მ. ბაკურაძეს და მ. ჯიბლაძეს. თ. ქადეიშვილი და ალგებრის განყოფილების წევრი თ. დათუაშვილი მონაწილეობენ ერთ საგრანტო პროექტში.

ქვემოთ მოგვყავს პროექტის ძირითად შემსრულებელთა საკვლევი თემების აღწერა. თითეულ შემთხვევაში ჩამოყალიბებული იქნება პრობლემის არსი, მისი აქტუალობა, სიახლე, მეცნიერული ღირებულება და მონაწილის მიერ ადრე შესრულებული სამუშაო, რაც წინაპირობაა პროექტის წარმატებით შესრულებისა.

აკად. ნოდარ ბერიკაშვილი

მაღალი რიგის წინააღმდეგობათა თეორია

ფიბრაციაში კვეთის არსებობის კრიტერიუმის დადგენა უკავშირდება ალგებრული ტოპოლოგიის ცენტრალური ამოცანას სივრცეებისა და ასახვების ჰომოტოპიური კლაიფიკაციის შესახებ. სტინროდის კლასიკური წინააღმდეგობის თეორია მხოლოდ ნაწილობრივ შედეგებს იძლევა. პროექტით განზრახულია მაღალი რიგის წინააღმდეგობების აგება და მათი გამოყენება ჰომოტოპიურ ამოცანებში. ამისათვის საჭირო იქნება მრავალფეროვანი ახალი ტექნიკის შექმნა: კლასიკური სტანდარტული სიმპლექსების ნაცვლად კუბების, პერმუტოედრების და სხვა მაღალი რიგის პოლიტოპების გამოყენება, პოსტნიკოვის კოშკების ანალოგების აგება სიმპლექსების ნაცვლად ამ პოლიტოპების გამოყენებით, შესაბამისი ახალი კოჯაჭვური ოპერაციების აგება, მაღალი რიგის წინააღმდეგობის ფუნქტორების აგება.

პროექტი ეყრდნობა ნ. ბერიკაშვილის მიერ ადრე აგებულ პრედიფერენციალთა თეორიას - ფიბრაციის ალგებრულ მოდელს, რომელსაც მრავალრიცხოვანი გამოყენებები ჰქონდა როგორც თავად ნ. ბერიკაშვილის, ასევე სხვა ავტორთა ნაშრომებში. აღსანიშნავია ისიც, რომ ბერიკაშვილის მიერ შემოტანილ მგრეხ კოჯაჭვთა გარდაქმნის ცნება აღმოჩნდა დაკავშირებული ფიზიკაში არსებულ ყალიბურ გარდაქმნასთან.

ამ პროექტის საწყისი ეტაპები უკვე განხორციელებულია, კერძოდ ნ. ბერიკაშვილის ბოლოდროინდელ ნაშრომებში უკვე აგებულია მე-2 და მე-3 წინააღმდეგობები შესაბამისად კუბებისა და ე.წ. პერმუტოკუბების გამოყენებით.

პირველი წლის ამოცანაა პოსტნიკოვის კუბური კოშკის აგება.

პროექტთან კავშირშია შემდეგი ნაშრომები:

N. Berikashvili, On the differentials of spectral sequence.(Russian), Proceedings of Tbilisi Mathematical Institute, v. 51., (1976), 1-106.

N. Berikashvili, The Steenrod-Sitnikov homolgy theory on the category of compact spaces (Russian), DAN SSR, v. 254., (1980), 1289-1291.

N. Berikashvili, On the axiomatic of Steenrod-Sitnikov homolgy theory on the category of Hausdorf compact spaces (Russian), Proceedings of MIAN, v. 154, (1983), 25-37.

N. Berikashvili, S. Khazhomia, T. Kadeishvili, D. Makalatia, M. Mikiashvili, S. Saneblidze, On the obstruction functor, Bull. Georg. Acad.Sci., v.153, N2, (1996), 172-176.

N. Berikashvili, From simplex to cube, Bull. Georg. Acad. Sci., v.166, N2, (2002), 213-216.

N. Berikashvili, The second obstruction, Georgian Math. Journal V. 13 (2006) N 3, 419-432, Springer

ნ. ბერიკაშვილის პრედიფერენციალთა თეორია გამოყენებულია და ციტირებულია მრავალი ცნობილი მათემატიკოსის მიერ, მათ შორის არიან S. Mardešić, J Huebschmann, M Schlessinger, J Stasheff, V. Smirnov, S. Lapin, M. Ladoshkin, V. Rokhlin, S. Yakshin, B. Goldfarb,. სულ 120 ციტირება Scholar Google-ს მიხედვით.

თორნიკე ქადეიშვილი

მინიმალური მოდელები ალგებრულ ტოპოლოგიასა და სიმთა თეორიაში

ტოპოლოგიურ სივრცეთა კლასიკური ინვარიანტები - ჰომოლოგიის ჯგუფები არ ატარებენ სრულ ინფორმაციას სივრცის შესახებ. უფრო ინფორმატულია 30-იან წლებში აღმოჩენილი კოჰომოლოგიის რგოლი მდიდარი ალგებრული სტრუქტურის ხარჯზე. შემდგომ ხდებოდა კოჰომოლოგიის ახალი ალგებრული სტრუქტურებით გამდიდრება (სტინროდის ოპერაციები, მასის ნამრავლები, ...). თ. ქადეიშვილის მიერ აგებული იყო მულტიოპერაციების იერარქია, რომელიც კოჰომოლოგიას ე.წ. A_∞ - ალგებრად აქცევს. ეს სტრუქტურა უფრო ინფორმატულია და ზოგ შემთხვევაში სრულ ინვარიანტსაც წარმოადგენს. ამ კონსტრუქცის ქადეიშვილის მინიმალური მოდელი დაერქვა. მას აღმოაჩნდა ფართე გამოყენებანი როგორც მათემატიკის (ფიბრაციათა ჰომოლოგიის თეორია, რაციონალური ჰომოტოპიის თეორია, ალგებრათა დეფორმაციის თეორია), ასევე თეორიული ფიზიკის (სიმთა თეორია, ველის ტოპოლოგიური თეორია, სარკული სიმეტრია) სხვადასხვა დარგში. თ. ქადეიშვილის ამ თეორემას უწოდებენ ”კლასიკურ შედეგს” (Fukaya, http://www.math.kyoto-u.ac.jp/preprint/2004/17fukaya.pdf; Roitzheim-Whitehouse, arxiv.org/pdf/0909.3222), ”ჰომოტოპიური ალგებრის საკვანძო თეორემას” (Kajiura-Stasheff, arXiv.org > hep-th > arXiv:hep-th/0510118), მას ეძღვნება სტატია ინტერნეტ ენციკლოპედიაში nLab (http://ncatlab.org/nlab/show/Kadeishvili's+theorem). შემდგომ მინიმალობის თეორემის ანალოგები დამტკიცდა სხვადასხვა სიტუაციებში სხვადასხვა ავტორების მიერ (Smirnov, Huebschman, Markl, Merkulov, Saneblidze-Umble) და მათ ზოგჯერ ”ქადეიშვილის ტიპის თეორემებს” უწოდებენ (http://at.yorku.ca/c/a/p/s/02.htm).

პროექტით განზრახულია მინიმალობის თეორემის ახალი ვერსიებისა და ახლი გამოყენებების ძიება. კერძოდ, მათემატიკაში განზრახულია ალგებრული სტრუქტურების აგება, რომლებიც განსაზღვრავენ მარყუჟთა იტერირებულ სივრცეებს და მიგვიყვანენ ჰომოტოპიური კლასიფიკაციის ამოცანებამდე.

მინიმალობის თეორემის ფიზიკაში გამოყენება პირველად განხორციელდა კენჯი ფუკაიასა შრომეებში. ნაჩვენები იყო, რომ დამატებითი განზომილებების შემქმნელი კალაბი - იაუს ორი მრავალნაირობა სარკულად სიმეტრიულია (რაც იძლევა, რომ ისინი ”ერთნაირ” ფიზიკას

განსაზღვრავენ) თუ მათ ეთნაირი მინიმალური A_∞ მოდელები აქვთ. პროექტით განზრახულია ფიზიკაში გამოყენებებისათვის სათანადო მინიმალური მოდელების აგება და შესწავლა.

არის კიდევ ერთი ობიექტი, ე.წ. გეტცლერ-ქადეიშვილის ოპერაციები, რომლებსაც ასევე მრავალრიცხოვანი გამოყენებები აღმოაჩნდათ, მაგალითად მათი მეშვეობით დამტკიცდა ე.წ. დელინის ჰიპოთეზა ნაშრომებში Berger-Fresse, http://arxiv.org/abs /math/0109158, და J. E. McClure, J. H. Smith, arXiv:math/9910126v2 . ეს ოპერაციები მონაწილეობენ მეორე მარყუჟთა სივრცის კოჰომოლოგიების აღწერაში. პროექტის კიდევ ერთი ამოცანაა ამ ოპერაციათა აგება უფრო მაღალ საფეხურებზე იტერირებულ მარყუჟთა სივრცეებისათვის.

პირველი წლის პროგრამით გათვალისწინებულია წინააღმდეგობათა თეორიის აგება გარკვეულ მნიმალურ მოდელთა იზომორფულობისა და კლასიკურ ობიექტებად გადაგვარებისათვის.

პროექტთან კავშირშია შემდეგი ნაშრომები:

T. Kadeishvili, On the Homology Theory of Fibrations, Russian Math. Surveys, 35, 3, 1980, 231-238.
J. Huebschmann and T. Kadeischvili, Small Models for Chain Algebras. Math. Zeitschrift, 207, 1991, 245-280.
T. Kadeishvili, On the Sphericaly Generated Spaces, Symposia Gaussiana, A, W. de Gruyter, Berlin, 1995, 491-498.
T. Kadeishvili and S. Saneblidze, A cubical model for a fibration, Jornal of Pure and Appl. Algebra, 196/2-3, 2005, pp 203-228.
T. Kadeishvili, On the bar construction of a bialgebra, Homology, Homotopy and Appl., v. 7(2) , 2005, 109-122.
T. Kadeishvili and P. Real, Free resolutions for differential modules over differential algebras, Journal of Mathematical Sciences, v. 43 (2006), 1-16.
T. Kadeishvili, Cohomology C_∞-algebra and rational homotopy type. Banach Center Publications, v. 85, 2009, 225-240.
T. Kadeishvili, T. Lada, A Small Open-Closed Homotopy Algebra (OCHA), Georgian Math. Journal, v.16, n. 2, 2009, 305—310.
T. Kadeishvili, Twisting Elements in Homotopy G-algebras, Higher Structures in Geometry and Physics. Series: Progress in Mathematics, Birkhauser, Vol. 287 (2011), 181-200.
T. Kadeishvili, Homotopy Gerstenhaber algebras: examples and applications, Journal of Mathematical Sciences, Springer, Vol. 195, 4 (2013), 455-459.

თ. ქადეიშვილის ნაშრომები გამოყენებულია და ციტირებულია ისეთი ცნობილი მეცნიერების მიერ, როგორებიც არიან მათემატიკოსები Daniel Quillen, Dennis Sullivan, James Stasheff, Jean-Louis Loday, ფიზიკოსები Paul Aspinwall, Sheldon Katz, Kenji Fukaya, C.I. Lazaroiu, L.M. Fidkowski და სხვები, სულ 690 ციტირება Scholar Google-ს მიხედვით.

ალექსანდრე ელაშვილი

ფრობენიუსის ალგებრები და მათი გამოყენებანი მათემატიკასა და ფიზიკაში

ფრობენიუსის ლის ალგებრები შესწავლა ა. ელაშვილმა დაიწყო 1982 წელს ნაშრომებში [1,2,3]. შემდგომ ეს შედეგები გამოყენებული და ციტირებული იყო მრავალ ავტორის მიერ, მათ შორის არიან ფილდსის ლაურეატები V. Drinfeld და E. Witten. ინტერესი ამ თემატიკისადმი ბოლო წლებში გაცხოველდა იმის გამო, რომ ამ ალგებრათა ლიანდრული რიცხვების ასიმპტოტიკის გაუმჯობესება იძლევა ინფორმაციას იანგ-ბაქსტერის განტოლებათა ამონახსნების შესახებ. იმ მიმართულებით ა. ელაშვილს ჰქონდა კონტაქტები და განხილვები D.Zagier-თან (ბონის მაქს პლანკის ინსტიტუტის დირექტორი) და M.Koncevich-თან (ფილდსის ლაურეატი). ამჟამად მიმდინარეობს ერთობლივი მუშაობა მამუკა ჯიბლაძესთან (ინსტიტუტის მათემატიკური ლოგიკის განყოფილების გამგე), შეიქმნა კომპიუტერული პროგრამები ამ ასიმტოტიკათა გამოთვლებისათვის. მუშაობის გაგრძელება ამ მიმართულებით იქნება ა. ელაშვილის აქტივობის ერთი მიმარულება.

მუშაობის მეორე მიმართულება იქნება იმ მათემატიკური აპარატის დამუშავება და განვითარება, რომელიც შემოტანილი იყო V.Kac და E .Vinberg-თან ერთობლივ ნაშრომში [4]. აღმოჩნდა, რომ ეს აპარატი წარმატებით მუშაობს ინტეგრებადი სისტემების ამოცანებში, რასაც მიეძღვნა E. Vinberg-თან ერთობლივი ნაშრომი [5]. ეს მიდგომა დღეს გამოიყენება თეორიულ ფიზიკაში, კერძოდ შავი ხვრელების თეორიაში, იხ. მაგ. Pietro Fré, Alexander S. Sorin, Mario Trigiante, Black Hole Nilpotent Orbits and Tits Satake Universality Classes, arXiv.org > hep-th > arXiv:1107.5986. განზრახულია მუშოაბა ამ მიმართულებით ნამდვილ რიცხვთა შემთხვევაში ჯგუფურ კინტექსტში.

პროექტთან კავშირშია შემდეგი ნაშრომები:

[1] A.G.Elashvili, Frobenius Lie algebras 1, (Russian) Functional analis i ego prilojeni, v 16, N4, (1982), 94-95.
[2] G.Elashvili, Frobenius Lie algebras 2, (Russian), Proceedings of A.Razmadze Mathematical Institute, v 77, (1985), 127-137.
[3] A.G.Elashvili, On the index of horospherical subalgebras of simple Lie algebras, (Russian) Proceedings of A.Razmadze Mathematical Institute, v 77, (1985), 116-126.
[4] A.G.Elashvili, Index and points in general positions for Borel subgroup of simple linear Lie groups, (Russian), Functional analis i ego prilojenia, v21 N4, (1988), 72-74. English translation. Functional Anal. Appl. v21, (1988), 84-86.
[5] A. G. Elashvili, V. G. Kac, E. B. Vinberg, Cyclic elements in semisimple Lie algebras. Max Planck Institute Preprint Series 2012-26.
[6] A.G.Elashvili, E.Vinberg. Classification of Trivectors of a 9 dimensional Space, (Russian), Trudi Sem. Vector. Tensor. Anal.v 18 (1976), 197-233. English Translation. Sel. Math. Sov. Birkhaeuser Verlag, Basel. v 7, N1 (1988), 63-98.
[7] A. G. Elashvili, V. G. Kac, E. B. Vinberg, On exceptional nilpotents in semisimple Lie algebras. Journal of Lie theory 19(2009), 371-390.
[8] W. A. de Graaf, A. G. Elashvili, Induced nilpotent orbits of simple Lie algebras of exceptional type. Georgian Mathematical Journal 16(2009), 257-278.

ა. ელაშვილის ნაშრომები გამოყენებულია და ციტირებულია ისეთი ცნობილი მეცნიერების მიერ, როგორებიც არიან E. Witten, A.A. Belavin, V.G. Drinfeld, M. Gerstenhaber, სულ 700 ციტირება Scholar Google-ს მიხედვით.

ს. სანებლიძე

ალგებრული სტრუქტურები თავისუფალ და იტერირებულ მარყუჟთა სივცეების ჰომოლოგიებში

ალგებრული ტოპოლოგიის ერთ-ერთ ცენტრალურ ნაწილს წარმოადგენს მარყუჟთა სივრცეების გამოკვლევა. ამ საუკუნის დასაწყისში სულივანის (ჩაზთან ერთად) შრომების შემდეგ თავისუფალ მარყუჟთა სივრცის გარკვეულ მათემატიკურ თეორიას, ფიზიკაში მათი გამოყენების გამო, ეწოდა "სიმის ტოპოლოგია" (string topology). უნდა აღინიშნოს, რომ, მაშინაც კი, როცა მოცემული სივრცე სასრულგანზომილებიანია, მასზე მარყუჟების სივრცე კანონიკურად უსასრულოგანზომილებიანია. ამიტომ ასეთი სივრცეების შესწავლა ითხოვს ზუსტი ალგებრული (დიფერენციალური) მოდელების აგებას (იხ., მაგალითად, [1],[2]). სიმის ტოპოლოგიის ერთი არსებითი პრობლემაა მარყუჟთა სივრცის ჰომოლოგიებში ჩაზ-სულივანის გამრავლების და არსებული კლასიკური კოგამრავლების შეთანხმების პირობის დადგენა. მოსალოდნელია, რომ [2]-ში აგებული მოდელი გამოდგება ასეთი პირობის დასადგენად. ამას გარდა, იტერირებულ მარყუჟთა სივრცეების შესწავლა უკავშირდება მოცემული ტოპოლოგიური სივრცისთვის ახალი (სრული) ჰომოტოპური ინვარიანტების აღმოჩენას. კერძოდ, ამ გზაზე, მთავარი პრობლემაა მარყუჟთა სივრცის კომუტატურ ტოპოლოგიურ მონოიდთან ჰომოტოპური ექვივალენტობისთვის ეფექტური ალგებრული წინააღმდეგობების აგება. მოსალოდნელია რომ ეს წინააღმდეგობები განიმარტება ავტორის

მიერ ახლახანს დადგენილი განზოგადოებული ლაიბნიცის ფორმულების საშუალებით, რომელსაც უნდა აკმაყოფილებდეს ჰომოტოპური კომუტატურობის და ასოციატურობის გამზომი სათანადო მრავალადგილიანი ოპერაციები. თავის მხრივ, ეს ფორმულები ეყრდნობა არასტანდარტული მრავალწახნაგის - პერმუტოედრის - დიაგონალის ზუსტ აღწერას [4], რამაც არაერთი გამოყენება უკვე ჰპოვა.

პირველი წლის პროგრამა. მარყუჟთა სივრცის თეორიაში ერთ შესანიშნავ, ალგებრულ და ტოპოლოგიურ, ფაქტს წარმოადგენს ა. ბორელის სტრუქტურული თეორემა, რომელიც ამბობს, რომ ყოველი კომუტატური ჰოპფის ალგებრა სრულყოფილ ველზე იხლიჩება ერთწარმომქმნელიან (წაკვეთილი პოლინომების) ალგებრების ტენზორულ ნამრავლად. დღემდე პრობლემად რჩება ამ ალგებრების სიმაღლეების გამოთვლა მოცემული სივრცისთვის. მოსალოდნელია, რომ {4}-ში აგებული მოდელის საშუალებით ეს სიმაღლეები გამოითვლება.

პროექტთან დაკავშირებულია ნაშრომები

1. Saneblidze, S. (with T. Kadeishvili), A cubical model of a fibration, J. Pure and Appl. Algebra, 196 (2005), 203-228.
2. Saneblidze, S., The bitwisted Cartesian model for the free loop fibration, Topology and its Appl., 156 (2009), 897-910.
3. Saneblidze, S., Filtered Hirsch algebras, preprint, math.AT/0707.2165 (to appear in JPAA).
4. Saneblidze, S. (with R. Umble), Diagonals on the permutahedra, multiplihedra and associahedra, J. Homotopy, Homology and Appl., 6(1), (2004), 363-411.

ს. სანებლიძის და რ. ამბლის (Ron Umble) ნაშრომები პერმუტოედრის დიაგონალისა და A_∞ -ჰოპფის ალგებრების შესახებ უხვადაა ციტირებული ცნობილი მატემატიკოსების მიერ, მათ შორის არიან T.M. Gerstenhaber, J Stasheff, J.L. Loday, B Fresse, M Markl, S Shnider, M Batanin, M Weber, Dev P. Sinha და სხვ. სულ ფიქსირდება ს. სანებლიძის ნაშრომთა 264 ციტირება Scholar Google-ს მიხედვით.

მალხაზ ბაკურაძე

მორავას K-თეორიის შესასწავლა ტრანსფერის სტაბილური ასახვების მეთოდებს გამოყენებით

შუსტერის, ტეცუკას, იაგიტას, ბრუნეტის და სხვა ავტორების შრომებში მორავას თეორიის სტრუქტურა მხოლოდ გარკვეულ განუზღვრელობამდე სიზუსტით იქნა დადგენილი. ცხადი მულტიპლიკატიური სტრუქტურის მისაღებად ჩერნის მახასიათებელი კლასები ჩანაცვლებულ იქნა ხელოვნური წარმომქმნელებით. მოგვიანებით მაკლურის, სნეიტის, ჰანტონის და სხვათა შრომებში შემუშავდა მეთოდები, რომლითაც ითვლება მორავას ჯგუფები. მაგრამ განსაკუთრებულ ინტერესს წარმოადგენს და მოცემულ პროექტში დაგეგმილია დაითვალოს მორავას K- რგოლები, თანაც ბუნებრივი წარმომქმნელების ტერმინებში. ამ ამოცანას მივყავართ სასრული გადაფარვებისას ტრანსფერის და ჩერნის კლასების ყოფაქცევის კანონზომიერების ამოცანასთან მ. ბაკურაძის და ს. პრიდის შრომებში

Malkhaz Bakuradze, Stewart Priddy, Transfer and complex oriented cohomology rings, Algebraic & Geometric Topology, Volume 3 (2003) 473-509.

Malkhaz Bakuradze and Stewart Priddy, Transferred Chern Classes In Morava K-Theory, Proceedings Of The American Mathematical Society Volume 132, Number 6, Pages 1855-1860

პირველ წელს დაგეგმილია ბაკურაძე-პრიდის მეთოდის გამოყენებით ციკლური ჯგუფების საინტერესო გაფართოებებისთვის დაითვალოს მორავას K-თეორიის მულტიპლიკატიური სტრუქტურა წმინდად ჩერნის კლასების და ტრანსფერის ტერმინებში. ამის იმედს იძლევა საწყისი შედეგები, რომლებიც მიღებულია შრომებში:

M. Bakuradze, M. Jibladze, Journal of K-theory, Published online 06 December (2013)

M. Bakuradze, Russian Math. Surv. (68) 571. (2013)

M. Bakuradze, Journal of Homotopy and Related Structures,(2013)

M. Bakuradze, M. Jibladze,Journal of K-theory, Published online 06 December (2013), DOI: http://dx.doi.org/10.1017/is013011009jkt245
M. Bakuradze, Russian Math. Surv. (68) 571. (2013) , DOI: 10.1070/RM2013 v068n03ABEH004842
M. Bakuradze, Journal of Homotopy and Related Structures,(2013) DOI: http://link.springer.com/article/10.1007/s40062-013-0049-0
M. Bakuradze, Proc. Steklov Math. Inst. 275(2011), 160-168 .
M. Bakuradze, M. Jibladze,Russian Math. Surv., 66, No.5 (2011), 1003-1005;
M.Bakuradze , J. Homotopy Relat. Struct. 6, No. 1(2011), 65-69,
M. Bakuradze, K-theory, 38, 2(2008), 87-94.
M. Bakuradze, Proc. Steklov Inst. of Math. 252(2006), 23-29 .
M. Bakuradze, V.V. Vershinin, Proc. Amer. Math. Soc., **134**(2006), 3707-3714 .

ბაკურაძე-პრიდის ტრანსფერული მეთოდი გამოყენებულია მრავალი ავტორის შრომებში, მაგ. B. Shuster, N. Kitchloo, G. Laures, W.S. Wilson, R. Ashraf, A. Anisimov, V. Vershinin. სულ 100 ციტირება Scholar Google-ს მიხედვით.

ვახტანგ ლომაძე

მრავალი ცვლადის დინამიური სისტემების შესწავლა ჰომოლოგიური ალგებრის მეთოდების გამოყენებით

80-იან წლებში ვილემსმა (Jan C. Willems) საფუძველი დაუდო სრულიად ახალ ზოგად მიდგომას დინამიურ სისტემათა და მართვის თეორიაში . ამ მიდგომით თვითონ ვილემსის და მისი მოწაფეების მიერ ბევრი გაკეთდა ერთი ცვლადის წრფივ დიფერენციალური სისტემებისთვის.

5 წლიანი გეგმა მიზნად ისახავს მრავალი ცვლადის შემთხვევის შესწავლას. სისტემები ამ შემთხვევაში მოიცემიან მუდმივკოეფიციენტებიანი წრფივი კერძო წარმოებულიანი განტოლებებით, რაც შეუდარებლად უფრო ძნელ ობიექტია.

ამ მიზნის მისაღწევად გამოყენებული იქნება ლარს ჰიორმანდერის შედეგები და ჰომოლოგიური ალგებრის ტექნიკა.

პირველი წლის გეგმა. მართვის თეორიის ფუნდამენტური ცნებებია მართვადობა და დაკვირვებადობა. ვილემსის მიდგომის ერთადერთი ნაკლი არის ის რომ წრფივი სისტემის ეს ორი თვისება არაა დუალური ერთმანეთის მიმართ, როგორც ამას ადგილი აქვს კლასიკურ თეორიაში. ასეთი ორადობა იქნა მიღწეული ვ. ლომაძის ერთ-ერთ ნაშრომში ერთგანზომილებიან შემთხვევისთვის. პირველ წელიწადს იგეგმება ადრე მიღებული ორადობის განზოგადება მრავალი ცვლადის წრფივი დიფერენციალური სისტემებისთვის. ამისათვის საჭიროა შორს მიმავალი განზოგადება თვითონ სისტემის ცნებისა. სახელდობრ, წარმოებული კატეგორიის გამოყენება, ანუ ობიექტების შეცვლა კომპლექსებით.

პროექტთან კავშირშია შემდეგი ნაშრომები:

V. Lomadze, Linear systems and Taylor complexes, SIAM J. Control Optim. 50 (2012) 1721- 1733.
V. Lomadze, Axiomatic characterization of linear differential systems (and operators), Automatica 48 (2012) 815-819.
V. Lomadze, PBH test for multivariate LTID systems, Automatica 49 (2013) 2933-2937.
V. Lomadze, "Reduced polynomial matrices" in several variables, SIAM J. Control Optim. 51 (2013) 3258-3273.

ვ. ლომაძე ავტორია 59 სამეცნიერო პუბლიკაციისა. მათი უმრავლესობა გამოქვეყნებულია მაღალ რეიტინგულ ჟურნალებში, როგორებიცაა SIAM J. on Control and Optimization, Linear Algebra and its Applications, Acta Applicandae Mathematicae, Automatica, Systems and Control Letters, International J. of Control. ვ. ლომაძის შედეგები გამოყენებულია მრავალი ავტორის შრომებში, მაგ. J Rosenthal, M.S. Ravi, R Hutchinson, H. Vinjamoor, M.N. Belur. სულ 320 ციტირება Scholar Google-ს მიხედვით.

3.1. ყოველი ეტაპის (წლის) დასრულების შემდეგ თითეული შემსრულებლის მიერ მომზადდება სამეცნიერო სტატია რეიტინგული სამეცნიერო ჟურნალისათვის, შედეგები მოხსენდება სათანადო კონფერენციებზე და სემინარებზე, ანგარიში მიეწოდება საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნულ, წარდგება აგრეთვე შემდგომი ეტაპის დეტალიზებული გეგმა. გარდა სამეცნიერო სემინარისა იმუშავებს სასწავლო სემინარები მაგისტრანტებისა და დოქტორანტებისათვის, ვვარაუდობთ მინიმუმ 3 დისერტაციის მომზადებას.

ახალგაზრდა მეცნიერთა მომზადება

მიუხედავად იმისა, რომ ორგანიზაციულად კვლევით ინსტიტუტებში უკვე დიდი ხანია აღარ არის სადოქტორო პროგრამები (ასპირანტურა), მაინც ხერხდებოდა ახალგაზრდების მოზიდვა სხვადასხვა ფორმით.

მაგალითისთვის, თ. ქადეიშვილის მოწაფემ ზვიად ხარებავამ PhD დისერტაცია დაიცვა ჩრდილო კაროლინის უნივერსიტეტში, რიგი სტუდენტებისა მისი რეკომენდაციით სწავლობენ სადოქტორო პროგრამებზე ევროპისა თუ ამერიკის უნივერსიტეტებში, მაგალითად: დავით ცირეკიძე - Stanford University, თეონა გიგაური - Washington University in St Louis, ალა ავოიანი - New York University.

ვახტანგ ლომაძემ მოამზადა 3 დოქტორანტი პაკისტანში
M.S. Akram, COMSATS Institute of Information Technology, Islamabad, Pakistan
H. Mahmood, Department of Mathematics, GC University, Lahore, Pakistan
M.K. Zafar, Department of Mathematics, Air University, Islamabad, Pakistan

მალხაზ ბაკურაძე იყო რეკომენდატორი რევაზ ქურდიანისა, რომელმაც შემდგომ დაიცვა დისერტაცია აბერდინში, და გურამ დონაძისა, რომელიც გახდა დოქტორანტი აშშ-ში.

მალხაზ ბაკურაძე ხელმძღვანელობს თსუ-ში ორ დოქტორანტს - ალექსანდრე ლომაძეს და ნათია გაჩეჩილაძეს.

საერაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობა

ალექსანდრე ელაშვილს აქვს ერთობლივი სატიები უცხოელ მათემატიკოსებთან W. A. de Graaf (ტრენტოს უნივერსიტეტი, იტალია) V. G. Kac (MIT, აშშ), E. B. Vinberg (МГУ), Ginsburg (ჩიკაგოს უნივერსიტეტი). ჰქონდა ხანგრძლივი მიწვევითი პოზიციები ბილეფელდის, ბოხუმის უნივერსიტეტებში, ბონის მაქს-პლანკის ინსტიტუტში, ვაიცმანის ინსტიტუტში (ისრაელი).

სამსონ სანებლიძე დიდი ხნის მანძილზე თანამშრომლობს პენსილვანიის უნივერსიტეტის (მილერსვილი, აშშ) პროფესორთან რონალდ ამბლთან, გამოქვეყნებულია რამდენიმე სტატია. ასევე, აწარმოებდა ერთობლივ სამეცნიერო კვლევას მაქს პლანკის ინსტიტუტში (ბონი, გერმანია) ბორის შოიკჰეტან, 2011 წ . უკანასკნელ წლებში მონაწილეობდა: საერთაშორისო ტოპოლოგიური კონფერენცია ჯორჯიის უნივერსიტეტში (ათენი, აშშ, 2010 წ), საერთაშორისო ვორკშოპი „ოპერადები და ჰომოტოპიის თეორია“ ლილის უნივერსიტეტში (საფრანგეთი, 2010).

თორნიკე ქადეიშვილი ამჟამად არის თეორიული ფიზიკის საერთაშორისო ცენტრის ICTP, ტრიესტე, იტალია, უფროსი ასოცირებული წევრი. 2008 წელს იყო ICTP-ში გამართული საზაფხულო სკოლის Mathematics, Algorithms and Proofs თანადირექტორი. 1988 წელს მიიღო ჰუმბოლდტის სიპენდია და 2 წელი მუშაობდა ჰაიდელბერგის უნივერსიტეტში, ჰქონდა ხანგრძლივი მიწვევითი პოზიციები მეხიკოს, სევილიის (ესპანეთი), გრენობლის (საფრანგეთი), ჩრდილო კაროლინის (აშშ) უნივერსიეტებში. აქვს ერთობლივი შრომები უცხოელ მეცნიერებთან I. Huebshmann (Lille University), P. Real (Sevilla University, T. Lada (North Carolina State University).

მალხაზ ბაკურაძეს წლების განმავლობაში მჭიდრო თანამშრომლობა აქვს მოსკოველ მათემატიკოსებთან ს.ნოვიკოვთან, ვ. ბუხშტაბერთან და ტ. პანოვთან; ამერიკელებთან ს. პრიდდისთან , მ. მახოვალდთან, დ. რავენელთან; ბრიტანელებთან ნ. რეისთან, ა. ბეიკერთან, გერმანელებთან თ. შიკთან, რ. მეიერთან და სხვა. ბაკურაძის უცხოელი თანაავტორებიდან

აღსანიშნავია ს. პრიდდი (Nortwestern University, USA) მასთან თანამშრომლობით მაქს-პლანკის ინსტიტუტში (ბონი, გერმანია) **01/09/2002 - 28/02/2003** პერიოდში გაკეთდა ორი ერთობლივი პუბლიკაცია. ვ. ვერშინინთან თანამშრომლობით საფრანგეთში 12/01/2004 - 01/01/2005 (University Montpellier II) გაკეთდა სამი ერთობლივი პუბლიკაცია.

ვახტანგ ლომაძეს ჰქონდა ვიზიტები შემდეგ უნივერსიტეტებში: University of Groningen (1995), Center for Mathematics and Computer Science in Amsterdam (1995), East Carolina University (1997), University of Notre Dame (1997), Ohio State University (1997); Kaiserslautern University (1999), Innsbruck University (1999), University of Bilbao (2000), Kaiserslautern University (2000), Innsbruck University (2000), University of Bielefeld (2001), Abdus Salam International Center of Theoretical Physics in Italy (2004), University of Beer-Sheva (2004). ზოგიერთი ეს ვიზიტი საფუძვლად დაედო საერთო ნაშრომების შექმნას თანაავტორებთან M.S. Ravi, J. Rosenthal, J.M. Schumacher, E. Zerz. ვ. ლომაძე ერთწლიანი (2001-2002) ვიზიტით იმყოფებოდა ინგლისში, Southampton-ის უნივერსიტეტში, სადაც ითანამშრომლა ორ ადგილობრივ პროფესორთან (E. Rogers and J.Wood); ეს თანამშრომლობა დასრულდა ორი საერთო ნაშრომით. 2006-2011 წლებში მოწვეული პროფესორის თანამდებობაზე მუშაობდა აბდუს სალამის სახ. მათემატიკის ინსტიტუტში (პაკისტანი). მისი ხელმძღვანელობით სამმა მოწაფემ (S. Akram, H. Mahmood, K. Zafar) წარმატებით დაიცვეს PhD დისერტაციები, და ამჟამად მუშაობენ ქვეყნის წამყვან უნივერსიტეტებში.

<u>თემა 5:</u> სასაზღვრო ამოცანები ევოლუციური დიფერენციალური განტოლებებისათვის და მათი გამოყენებები დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში

შემსრულებელ მკვლევართა ჯგუფი: ი. კიღურაძე (ჯგუფის ხელმძღვანელი), ს. ხარიბეგაშვილი, მ. აშორდია, გ. ბერიკელაშვილი, ნ. ფარცვანია, ო. ჯოხაძე.

სამეცნიერო განყოფილება: ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის დიფერენციალური განტოლებების განყოფილება.

1. თემის მოკლე შინაარსი: დამუშავებული იქნება ევოლუციურ დიფერენციალურ განტოლე-ბათა თეორიის ფუნდამენტური პრობლემების კვლევის ახალი მეთოდები, რაც არსებითად და-ეფუძნება ჩვეულებრივი და ჰიპერბოლური და პარაბოლური ტიპის კერძო წარმოებულებიანი დიფერენციალური უტოლობებისა და უტოლობათა სისტემების ამონახსნების აპრიორულ შე-ფასებებს სხვადასხვა საწყის, საწყის-სასაზღვრო და სასაზღვრო პირობებში.

ამ მეთოდის გამოყენებით, სახელდობრ, შესწავლილი იქნება:

- საწყისი და არალოკალური ამოცანები სასრულ და უსასრულო შუალედებში ჩვეულებ-რივი დიფერენციალური, ფუნქციონალურ დიფერენციალური და განზოგადოებული დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის, რომლებსაც, საზოგადოდ, გა-აჩნიათ სინგულარობები დროითი და ფაზური ცვლადების მიმართ;
- ამოცანები ძლიერად არაწრფივი არაავტონომიური დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემების შემოსაზღვრული, მონოტონური (კერძოდ, კნეზერული და სწრაფად ზრდადი) და წესიერი რხევადი ამონახსნების არსებობის შესახებ;
- საწყისი და არაკლასიკური საწყის-სასაზღვრო და სასაზღვრო ამოცანები ორ დამოუკი-დებელ ცვლადიანი მაღალი რიგის ჰიპერბოლური ტიპის კერძო წარმოებულებიანი დი-ფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის, რომელთაც, საზოგადოდ, გააჩნიათ სინგულარობები დამოუკიდებელი და ფაზური ცვლადების მიმართ;
- დროით პერიოდული ამოცანები წრფივი და არაწრფივი სასაზღვრო პირობებით მრავალ-განზომილებიანი ჰიპერბოლური განტოლებებისა (კერძოდ, ტალღის არაწრფივი განტო-ლებისა) და სისტემებისათვის;
- საწყის-სასაზღვრო ამოცანები პარაბოლური ტიპის არაწრფივი დიფერენციალური გან-ტოლებებისათვის.

2.1. პრობლემის აღწერილობა: მაღალი რიგის დიფერენციალური განტოლებებისა და დიფერენციალური სისტემებისათვის სასრულ შუალედში შესწავლილი იქნება დირიხლეს, შერეული და არალოკალური ამოცანები, ხოლო უსასრულო შუალედში – პერიოდული ამოცანა, ამოცანები შემოსაზღვრული და უსასრულობაში ქრობადი ამონახსნების შესახებ და ამოცანები ინტეგრალური პირობებით. აგებული იქნება ისეთი თეორია, რომელიც მოიცავს განტოლებებსა და სისტემებს, რომლებსაც გააჩნიათ სინგულარობები დროითი და ფაზური ცვლადების მიმართ. ასეთ შემთხვევაში ადრე შესწავლილი იყო მხოლოდ ზოგიერთი კონკრეტული ორწერტილოვანი ამოცანა მეორე რიგის დიფერენციალური განტოლებებისათვის. რაც შეეხება მაღალი რიგის არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებებს სინგულარობებით ფაზური ცვლადების მიმართ, მათთვის კოშის ამოცანაც კი, პრაქტიკულად, შეუსწავლელი რჩებოდა.

სასაზღვრო ამოცანათა ასევე რამდენადმე დასრულებული თეორია აგებული იქნება აგრეთვე ფუნქციონალურ დიფერენციალური და განზოგადოებული დიფერენციალური განტოლებებისათვის სინგულარობებით ფაზური ცვლადების მიმართ.

მაღალი რიგის ძლიერად არაწრფივი არაავტონომიური დიფერენციალური სისტემებისათვის შესწავლილი იქნება ამოცანები წესიერ ამონახსნთა კლასიფიკაციის შესახებ მათი ოსცილაციური თვისებების მიხედვით და ამოცანები სხვადასხვა ტიპის წესიერი ამოანხსნების არსებობის შესახებ.

ორ დამოუკიდებელ ცვლადიანი მაღალი რიგის ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის როგორც რეგულარულ, ისე სინგულარულ შემთხვევებში შესწავლილი იქნება:

- კოშის, დარბუსა და გურსას საწყისი ამოცანები;
- საწყის-პერიოდული, საწყის-დირიხლეს და საწყის-არალოკალური ამოცანები;
- ამოცანა ორივე ცვლადის მიმართ პერიოდული ამონახსნის არსებობის შესახებ;
- დირიხლეს, შერეული და არალოკალური სასაზღვრო ამოცანები.

მრავალგანზომილებიანი წრფივი და არაწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებებისა და სისტემებისათვის (კერძოდ, ხარისხოვანი არაწრფივობის შემცველი ტალღის განტოლებისათვის) გამოკვლეული იქნება დროით პერიოდული ამოცანა დახრილწარმოებულიანი სასაზღვრო პირობითა და არაწრფივი სასაზღვრო პირობით.

საწყის-სასაზღრო ამოცანათა ამონახსნების სასრულ-სხვაობიანი მეთოდით აგების ამოცანა გამოკვლეული იქნება ბურგერსის, ბენჟამინ-ბონა-მაჰონი-ბურგერსის, როზენაუსა და როზენაუ-ბურგერსის არაწრფივი განტოლებებისათვის.

2.2. კვლევის ობიექტები, თემის აქტუალობა, კვლევის სიახლე, კვლევის მეთოდოლოგია.

კვლევის ობიექტებია: ა) საწყისი და სასაზღვრო ამოცანები (კერძოდ, არალოკალური ამოცანები სასრულ და უსასრულო შუალედებში) ჩვეულებრივი დიფერენციალური, ფუნქციონალურ-დიფერენციალური და განზოგადოებული დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის, რომელთაც შეიძლება გააჩნდეთ სინგულარობები როგორც დროითი, ისე ფაზური ცვლადების მიმართ; ბ) ამოცანები არაავტონომიური, არაწრფივი ჩვეულებრივი და ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემების მონოტონური და რხევადი ამონახსნების არსებობისა და მათი ასიმპტოტური შეფასებების შესახებ; გ) საწყისი და არაკლასიკური საწყის-სასაზღვრო და სასაზღვრო ამოცანები ორ დამოუკიდებელ ცვლადიანი მაღალი რიგის ჰიპერბოლური ტიპის კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის; დ) საწყის-სასაზღვრო ამოცანები (კერძოდ, დროით პერიოდული ამოცანა დახრილწარმოებულებიანი და არაწრფივი სასაზღვრო პირობებით) არაწრფივი ტალღის განტოლებისა და მრავალგანზომილებიანი ჰიპერბოლური სისტემებისათვის.

თემის აქტუალობა: ა) უკანასკნელი ხუთი ათეული წლის მანძილზე სასაზღვრო ამოცანები ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის მათემატიკოსთა სულ უფრო მზარდ ყურადღებას იპყრობს და დღემდე ინტენსიურად შეისწავლება (იხ. [27]-[29], [32]-[52], [55], [62]-[66], [68], [70], [73], [75], [86], [87], [89], [128]-[131] და იქ მითითებული ლიტერატურა). ასევე ინტენსიური კვლევის საგანს წარმოადგენს სასაზღვრო ამოცანები ფუნქციონალურ-დიფერენცია-

ლური განტოლებებისა ([31], [56]-[59], [70], [77], [81]) და განზოგადოებული დიფერენციალური განტოლებებისათვის ([1]-[7], [90], [91], [94], [98], [109]-[111], [124]-[126], [133], [136]). ამ პერიოდის მანძილზე დამუშავდა მრავალი ახალი მეთოდი, რამაც შესაძლებელი გახადა ორწერტილოვანი, მრავალწერტილოვანი და არალოკალური ამოცანების გარკვეული კლასების დეტალური გამოკვლევა, როგორც რეგულარული, ისე დროითი ცვლადის მიმართ არაინტეგრებადი სინგულარობების მქონე დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის. მიღებული იქნა ფუნდამენტური შედეგები ძლიერად არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების პერიოდული და შემოსაზღვრული ამონახსნების არსებობის შესახებ. შესწავლილი იქნა აგრეთვე ზოგიერთი ორწერტილოვანი ამოცანა ფაზური ცვლადების მიმართ სინგულარული დიფერენციალური განტოლებებისათვის.

რაც შეეხება სასაზღვრო ამოცანათა თეორიას ფაზური ცვლადების მიმართ სინგულარული მაღალი რიგის დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის, იგი ჯერ კიდევ აგებული არ არის.

ასევე ნაკლებად შესწავლილია არალოკალური ამოცანები მაღალი რიგის დიფერენციალური და ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისათვის ფაზური ცვლადების მიმართ სწრაფად ზრდადი მარჯვენა მხარეებით.

აღნიშნული ხარვეზის შევსება დიფერენციალურ განტოლებათა თეორიის რთული და აქტუალური პრობლემაა.

ასევე ცალსახად აქტუალურია განზოგადოებულ დიფერენციალურ განტოლებათა სასაზღვრო ამოცანების თეორიისათვის რამდენადმე დასრულებული სახის მიცემა, რათა აღნიშნული თეორიის ფარგლებში სასაზღვრო ამოცანები სხვაობიან განტოლებათა და იმპულსურ დიფერენციალურ განტოლებათა არაწრფივი სისტემებისათვის ერთიანი თვალსაზრისით იქნას შესწავლილი.

ბ) სასაზღვრო ამოცანები უსასრულო შუალედში (კერძოდ, ამოცანები ინტეგრალური პირობებით) ფაზური ცვლადების მიმართ სწრაფად ზრდადი მაღალი რიგის დიფერენციალური განტოლებებისათვის მჭიდროდაა დაკავშირებული დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივი თეორიის ცნობილ ამოცანებთან, ე. წ. წესიერი ამონახსნების (ანუ უსასრულობის მიდამოში განსაზღვრული არატრივიალური ამონახსნების) არსებობისა და მათი ასიმპტოტური ყოფაქცევის შესახებ. კერძოდ, ხსნებულ ამოცანათა თეორიის აგებამ შესაძლებელი გახადა გადაწყვეტილიყო ამოცანები არსებითად არაწრფივი მაღალი რიგის დიფერენციალური განტოლებების კნეზერული და წესიერი რხევადი ამონახსნების არსებობის შესახებ ([30]). ამ უკანასკნელმა შედეგებმა არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა ოსცილაციის თეორიას გარკვეული აზრით დასრულებული სახე მისცა, რადგან ადრე ცნობილი ყველა ოსცილაციური თეორემა ეყრდნობა აპრიორულ დაშვებას წესიერი ამონახსნების არსებობის შესახებ ([27], [53], [54], [60], [74]).

მაღალი რიგის არაავტონომიურ, არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემების ოსცილაციის თეორია დღეისათვის არ არსებობს და მისი აგება უდავოდ წარმოადგენს დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივი თეორიის აქტუალურ პრობლემას.

გ) არაკლასიკური ამოცანების სისტემატური შესწავლა ჰიპერბოლური ტიპის კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის, ფაქტობრივად, გასული საუკუნის სამოცდაათიან წლებში დაიწყო და დღემდე გრძელდება (იხ. მაგალითად, [72], [80], [84], [85], [95], [102], [103], [105]-[108], [114]-[122], [135], [137] და იქ მითითებული ლიტერატურა).

რაც შეეხება ტერმინს „არაკლასიკური ამოცანები“, იგი გაცილებით ადრე დამკვიდრდა და გულისხმობს ამოცანათა იმ ჯგუფს, რომლებიც კლასიკურ მათემატიკურ ლიტერატურაში არ განიხილება. ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის ასეთებია, მაგალითად, საწყის-სასაზღვრო ამოცანები პერიოდული ან არალოკალური სასაზღვრო პირობებით და სასაზღვრო ამოცანები დირიხლეს ამოცანის ჩათვლით (ეს უკანასკნელი ამოცანა მახასიათებელ სწორკუთხედში არაფრედჰოლმურია მეორე რიგის წრფივი ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის და ფრედჰოლმურია მეოთხე და უფრო მაღალი რიგის წრფივი ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის).

მეორე რიგის ორ დამოუკიდებელ ცვლადიანი ჰიპერბოლური განტოლებებისა და სისტემებისათვის საკმაოდ დაწვრილებითაა გამოკვლეული, მაგალითად, საწყის-პერიოდული და საწ-

ყის-არალოკალური ამოცანები და პერიოდული სასაზღვრო ამოცანა. რაც შეეხება მაღალი რიგის ორცვლადიან ჰიპერბოლურ განტოლებებს, მათთვის საწყის-სასაზღვრო ამოცანებთან ერთად გამოკვლეულია არაკლასიკურ სასაზღვრო ამოცანათა ფართო კლასი. კერძოდ, აღნიშნული ამოცანებისთვის დადგენილია ამოხსნადობის, ცალსახად ამოხსნადობის, კორექტულობისა და არაკორექტულობის საკმარისი პირობები. აღწერილია როგორც ორ, ისე მრავალ დამოუკიდებელ ცვლადიან არაწრფივ ჰიპერბოლურ განტოლებათა კლასები, რომელთათვის საწყის ამოცანებს აქვთ ფეთქებადი ამონახსნები.

ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის სასაზღვრო ამოცანების კვლევისას ხშირ შემთხვევაში არსებითად გამოიყენება ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების სასაზღვრო ამოცანათა თეორიის მეთოდები და შედეგები. ეს თეორია კი დღეისათვის, როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, ვრცელდება არა მარტო დიფერენციალურ განტოლებებზე, რომელთა მარჯვენა მხარეები უწყვეტი ან კარათეოდორის კლასის ფუნქციებია, არამედ ისეთ განტოლებებზეც, რომელთაც გააჩნიათ არაინტეგრებადი სინგულარობები დროითი ან ფაზური ცვლადების მიმართ. ამავე თეორიის ფარგლებში სრულყოფილადაა გამოკვლეული აგრეთვე ფეთქებადობის ფენომენიც; სახელდობრ, მიღებულია დასრულებული ხასიათის შედეგები არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა ფეთქებადი ამონახსნების არსებობისა და ასიმპტოტური შეფასებების შესახებ.

რაც შეეხება ჰიპერბოლურ განტოლებებს სინგულარობებით დამოუკიდებელი ან ფაზური ცვლადების მიმართ, მათთვის როგორც საწყისი და საწყის-სასაზღვრო, ისე სასაზღვრო ამოცანები დღემდე შეუსწავლელია. [43], [114], [118] ნაშრომები მხოლოდ ნაწილობრივ ავსებენ სასაზღვრო ამოცანათა თეორიაში არსებულ ხარვეზს. სინგულარული ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის არაკლასიკურ საწყის-სასაზღვრო და სასაზღვრო ამოცანათა კვლევის ერთიანი მეთოდი ჯერ კიდევ დაუმუშავებელია და ასეთ ამოცანათა რამდენადმე დასრულებული თეორიის აგება კვლავ აქტუალურ პრობლემად რჩება. ამ პრობლემის გადაწყვეტა კი მოითხოვს სინგულარული ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის საწყის-სასაზღვრო და სასაზღვრო ამოცანათა კვლევის პრინციპულად ახალი მეთოდის დამუშავებას.

დ) საწყის-სასაზღვრო და სასაზღვრო ამოცანების გამოკვლევა მრავალგანზომილებიანი ჰიპერბოლური ტიპის ძლიერად არაწრფივი კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისა (კერძოდ, ტალღის არაწრფივი განტოლებისა) და არაწრფივი ჰიპერბოლური სისტემებისათვის სერიოზულ მათემატიკურ სირთულეებთანაა დაკავშირებული და ახალი, არასტანდარტული მეთოდების დამუშავებას მოითხოვს. განსაკუთრებით ეს ითქმის დროითი პერიოდულობის ამოცანის შესახებ სხვადასხვა სახის წრფივი და არაწრფივი სასაზღვრო პირობებით, რომლებიც პუანკარეს კლასიკური ნაშრომებიდან მოყოლებული დღემდე მათემატიკოსების ცხოველ ინტერესს იწვევს. მათი სირთულე არსებითად დამოკიდებულია არაწრფივობის სტრუქტურაზე, არის გეომეტრიულ მახასიათებლებსა და შესაბამისი წრფივი ელიფსური ნაწილის სპექტრალურ ბუნებაზე. „მთაზე გადასვლის ლემის“ (Mountanian Pass Lemma) სხვადასხვა ვარიანტების [76], პოხოჟაევის ფიბრაციის მეთოდის [134] და ჰ. ბრეზისისა და ლ. ნირენბერგის მეთოდების [100] გამოყენებით ეს ამოცანა არაწრფივ ჰიპერბოლურ განტოლებათა გარკვეული კლასებისათვის გამოკვლეულია მრავალი ავტორის მიერ (იხ., მაგალითად, [80], [83], [99], [101], [105] და იქ ციტირებული ლიტერატურა).

მიუხედავად ზემოთქმულისა, აღნიშნული ამოცანის თეორიის აგება ჯერ კიდევ შორსაა დასრულებისგან. მისი ამოხსნადობის საკითხი ჯერ დღემდე ღიად რჩება არაწრფივი ტალღის (კერძოდ, ხარისხოვანი არაწრფივობის შემცველი) განტოლებებისა და არაწრფივი ჰიპერბოლური სისტემებისათვის დახრილწარმოებულებიანი სასაზღვრო პირობით, აგრეთვე წრფივი და არაწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის არაწრფივი სასაზღვრო პირობით.

ამ ხარვეზის შევსება და ხსენებული საწყის-სასაზღვრო ამოცანათა რამდენადმე დასრულებული თეორიის აგება უდავოდ რთული და აქტუალური პრობლემაა.

კვლევის სიახლე და მეთოდოლოგია. შემოთავაზებული თემის კვლევის სიახლე განპირობებულია მისი მიზნებით, რაც გულისხმობს:

- სასრულ და უსასრულო შუალედებში საწყისი და არალოკალური სასაზღვრო ამოცანე-ბის ერთიანი თეორიის აგებას ჩვეულებრივი დიფერენციალური, ფუქნციონალურ-დი-ფერენციალური და განზოგადოებული დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემე-ბისათვის სინგულარობებით დროითი და ფაზური ცვლადების მიმართ;
- მონოტონური და რხევადი ამონახსნების არსებობისა და მათი ასიმპტოტური შეფასებე-ბის შესახებ ამოცანების გამოკვლევას მაღალი რიგის ძლიერად არაწრფივი არაავტონო-მიური დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის;
- საწყისი (კერძოდ, კოშისა და დარბუს ტიპის) და ზოგიერთი არაკლასიკური საწყის-სა-საზღვრო და სასაზღვრო ამოცანების თეორიის აგებას მაღალი რიგის არაწრფივი ჰიპერ-ბოლური განტოლებებისა და სისტემებისათვის;
- დროითი პერიოდული ამოცანების თეორიის აგებას სხვადასხვა სასაზღვრო პირობებით მრავალგანზომილებიანი არაწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებებისა (კერძოდ, ტალღის არაწრფივი განტოლებისა) და სისტემებისათვის;
- სხვაობიანი სქემების აგებას და გამოკვლევას პარაბოლური ტიპის კერძო წარმოებულე-ბიანი წრფივი და არაწრფივი განტოლებებისა და სისტემებისათვის.

აღნიშნული მიზნების მისაღწევად დამუშავდება კვლევის ერთიანი მეთოდი, რაც გულის-ხმობს ე. წ. აპრიორული შემოსაზღვრულობის პრინციპის განზოგადოებას ფაზური ცვლადების მიმართ სინგულარული ჩვეულებრივი და ჰიპერბოლური ტიპის კერძოწარმოებულიანი არა-წრფივი დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის, ანუ ისეთი ზოგადი დებუ-ლებების დამტკიცებას, რომელთაც ამა თუ იმ საწყის-სასაზღვრო თუ სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნადობის საკითხი აღნიშნული განტოლებისა თუ სისტემისათვის დაჰყავთ ანალოგიური ამოცანის ამონახსნების თანაბარ შეფასებაზე სათანადო დიფერენციალურ განტოლებათა (დიფე-რენციალურ სისტემათა) ერთპარამეტრიანი ოჯახისათვის.

პროექტით გათვალისწინებული საწყის-სასაზღვრო და სასაზღვრო ამოცანების კვლევისას არსებითი ხასიათის სირთულეებს წარმოშობს როგორც განტოლებების ძლიერი არაწრფივობა, ისე სინგულარობები დროითი თუ ფაზური ცვლადების მიმართ. ამ სირთულეთა გადასალახა-ვად დამუშავდება აპრიორულ შეფასებათა ახალი ტექნიკა. სახელდობრ, მიღებული იქნება ჩვე-ულებრივი და კერძო წარმოებულებიანი დიფერენციალური უტოლობებისა და დიფერენცია-ლურ უტოლობათა სისტემების ამონახსნების ახალი აპრიორული შეფასებები სხვადასხვა საწყის-სასაზღვრო თუ სასაზღვრო პირობებში.

2.3. არსებული ლიტერატურული მონაცემები (როგორ იყენებენ მიღებულ შედეგებს). შემოთავაზებული თემის შემსრულებლები წლების მანძილზე აქტიურ კვლევით მუშაობას ეწე-ვიან სასაზღვრო ამოცანათა თეორიასა და დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თე-ორიაში.

ი. კიღურაძე [27]-[45] ითვლება სინგულარულ სასაზღვრო ამოცანათა თეორიისა და არაავტო-ნომიურ დიფერენციალურ განტოლებათა ოსცილაციის თეორიის ერთ-ერთ ფუძემდებლად. ამ მიმართულებით მის მიერ დამუშავებული მეთოდები და მიღებული შედეგები ფართოდ გამოი-ყენება სამეცნიერო ლიტერატურაში. კერძოდ, ისინი ასახულია ენციკლოპედიურ გამოცემებში [63], [65], [86], მონოგრაფიებსა [53]-[62], [64], [66]-[75], [77]-[79], [81], [82], [84], [85], [87]-[89], [92], [93], [96], [97] და სამეცნიერო სტატიებში [104], [112], [113], [127]-[131]. ჩვეულებრივ დიფერენ-ციალურ განტოლებათა თეორიის პრობლემებისადმი მიძღვნილ მონოგრაფიებსა თუ სამეცნიერო სტატიებში გვხვდება ისეთი ტერმინები, როგორიცაა „მიკუსინსკი-კონდრატიევ-კიღურაძის თეორემა“, „კიღურაძის ლემა“, „კიღურაძის უტოლობა“, „კიღურაძის კლასები“, „კიღურაძის ამოცანა“ და „კიღურაძე-კვინიკაძის შეფასება“.

ს. ხარიბეგაშვილის [20]-[26] და ო. ჯოხაძის [16]-[20], [22]-[25] მიერ არსებითად არაწრფივ (მათ შორის ხარისხობრივი არაწრფივობის მქონე) ჰიპერბოლურ განტოლებათა ფართო კლასე-ბისათვის დადგენილია გარკვეული აზრით არაგაუმჯობესებადი პირობები, რომლებიც სათანა-დოდ უზრუნველყოფენ საწყის და საწყის-სასაზღვრო ამოცანათა ლოკალურ და გლობალურ

ამოხსნადობასა და ცალსახად ამოხსნადობას. მათ მიერ დეტალურადაა აგრეთვე გამოკვლეული ფეთქებადობის ფენომენი.

მალხაზ აშორდია ([1]-[7]) სამართლიანად ითვლება განზოგადოებული დიფერენციალური განტოლებებისათვის სასაზღვრო ამოცანათა თეორიის ერთ-ერთ დამფუძნებლად. ადრე იაროსლავ კურცვეილი და მისი მოწაფეები შტეფან შვაბიკი და მილან ტვრდი განზოგადოებული დიფერენციალური განტოლებებისათვის მხოლოდ კოშის ამოცანას შეისწავლიდნენ. სპეციალისტების ფართო წრისათვის კარგადაა ცნობილი მ. აშორდიას ფუნდამენტური შედეგები განზოგადოებული დიფერენციალური სისტემებისათვის სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნადობისა და კორექტულობის შესახებ.

ნინო ფარცვანიას ([46]-[52]) მეორე რიგის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის ამოხსნილი აქვს ამოცანა გარდამავალი ამონახსნების არსებობის შესახებ და დადგენილი აქვს ამონახსნების რხევადობის ოპტიმალური საკმარისი პირობები. მასვე დეტალურად აქვს გამოკვლეული ორწერტილოვანი სასაზღვრო ამოცანები მეორე რიგის არაწრფივი დიფერენციალური სისტემებისათვის ძლიერი სინგულარობით.

გივი ბერიკელაშვილს ([8]-[15]) წრფივი და არაწრფივი პარაბოლური განტოლებებისა და სისტემების საწყის-სასაზღვრო ამოცანებისათვის აგებული აქვს სხვაობიანი სქემები და გამოკვლეული აქვს მათი კრებადობისა და მდგრადობის საკითხები.

2.4. საკვლევი თემის არსი და მეცნიერული ღირებულება. დამუშავებული იქნება საწყის, საწყის-სასაზღვრო და სასაზღვრო ამოცანათა კვლევის პრინციპულად ახალი მეთოდი ჩვეულებრივი და ჰიპერბოლური ტიპის კერძო წარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის. ამ მეთოდის საფუძველზე აგებული თეორია გავრცელდება ისეთ განტოლებებსა და სისტემებზე, რომელთაც გააჩნიათ სინგულარობები დამოუკიდებელი და ფაზური ცვლადების მიმართ. მეორეს მხრივ, ამ თეორიის ფარგლებში მიღებული შედეგების გამოყენებით არსებითად არაწრფივი არაავტონომიური დიფერენციალური სისტემებისათვის გადაწყდება დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივი თეორიის ცნობილი ამოცანები წესიერი რხევადი და არარხევადი ამოანხსნების არსებობის შესახებ.

3. თემის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები ეტაპების ჩვენებით და მოსალოდნელი შედეგები სათანადო ინდიკატორებით.

2014 წელი

- საწყისი ამოცანა ჩვეულებრივი სინგულარული დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის

ჩვეულებრივი დიფერენციალური და ფუნქციონალურ დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის სინგულარობებით ფაზური ცვლადების მიმართ დადგენილი იქნება საწყისი ამოცანის ამოხსნადობის არაგაუმჯობესებადი საკმარისი პირობები.

- სასაზღვრო ამოცანათა კორექტულობა განზოგადოებულ დიფერენციალურ განტოლებათა არაწრფივი სისტემებისათვის

დადგენილი იქნება კორექტულობის ახალი საკმარისი პირობები, რის საფუძველზეც დამუშავდება იმპულსური დიფერენციალური სისტემებისათვის სასაზღვრო ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმი.

- კოშისა და დარბუს ამოცანები მაღალი რიგის არაწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის

მაღალი რიგის არაწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის როგორც რეგულარულ, ისე სინგულარულ შემთხვევებში დადგენილი იქნება კოშისა და დარბუს ამოცანების ლოკალური და გლობალური ამოხსნადობის ოპტიმალური საკმარისი პირობები. აღწერილი იქნება არაწრფივ განტოლებათა კლასები, რომელთათვის აღნიშნულ ამოცანებს აქვთ ფეთქებადი ამონახსნები.

- **დროითი პერიოდული ამოცანა ხარისხოვანი არაწრფივობის შემცველი ტალღის განტოლებისათვის დახრილწარმოებულიანი სასაზღვრო პირობით**

აპრიორულ შეფასებათა მეთოდის გამოყენებით დადგენილი იქნება ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის საკმარისი პირობები. აღწერილი იქნება აგრეთვე ის შემთხვევებიც, როცა აღნიშნულ ამოცანას ამონახსნი არ აქვს.

- **საწყის-სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა ბურგერსის განზოგადოებული არაწრფივი განტოლებისათვის**

კომპაქტურ შაბლონზე აგებული იქნება სამშრიანი კონსერვატული სასრულ-სხვაობიანი სქემა და დამტკიცებული იქნება მისი მდგრადობა.

ინდიკატორები: გამოსაქვეყნებლად გადაეცემა 6 მაინც სამეცნიერო ნაშრომი და მომზადდება ამდენივე საკონფერენციო თეზისი.

2015-2018 წლები

მაღალი რიგის დიფერენციალური და ფუქნციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის, აგრეთვე განზოგადოებული დიფერენციალური სისტემებისათვის:

- სასრულ შუალედში გამოკვლეული იქნება დირიხლეს, შერეული და არალოკალური სა-საზღვრო ამოცანები;
- უსასრულო შუალედში შესწავლილი იქნება პერიოდული ამოცანა, ამოცანები შემოსაზ-ღვრული და უსასრულობაში ქრობადი ამონახსნების შესახებ და ამოცანები ინტეგრალუ-რი პირობებით;
- მაღალი რიგის ძლიერად არაწრფივი არაავტონომიური დიფერენციალური სისტემებისა-თვის აგებული იქნება ოსცილაციის თეორია და გამოკვლეული იქნება ამოცანები სხვა-დასხვა წესიერი ამონახსნების არსებობის შესახებ;
- შესწავლილი იქნება კოშის, დარბუსა და გურსას საწყისი ამოცანები;
- შესწავლილი იქნება საწყის-პერიოდული, საწყის-დირიხლეს და საწყის-არალოკალური ამოცანები;
- შესწავლილი იქნება ამოცანა ორივე ცვლადის მიმართ პერიოდული ამონახსნის არსებო-ბის შესახებ;
- შესწავლილი იქნება დირიხლეს, შერეული და არალოკალური სასაზღვრო ამოცანები.

ყოველწლიურად გამოსაქვეყნებლად გადაეცემა 6 მაინც სამენციერო სტატია. მიღებული შედეგები რეგულარულად მოხსენდება სამეცნიერო სემინარს დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში; აგრეთვე ინსტიტუტის სამეცნიერო კონფერენციებს და საერთაშორისო სამეცნიერო ფორუმებს.

4. საერთაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობა

განყოფილების წევრებს აქვთ მჭიდრო სამეცნიერო კავშირები უცხოეთის ისეთ წამყვან სამეც-ნიერო დაწესებულებებთან, როგორებიცაა: ჩეხეთის მეცნიერებათა აკადემიის მათემატიკის ინსტიტუტი, მასარიკის უნივერსიტეტი (ბრნო, ჩეხეთის რესპულიკა), პალაცკის უნივერსიტეტი (ოლომოუცი, ჩეხეთის რესპუბლიკა), ბრნოს ტექნოლოგიური უნივერსიტეტი (ბრნო, ჩეხეთის რესპუბლიკა), ფლორიდის ტექნოლოგიური ინსტიტუტი (მელბურნი, ფლორიდა, აშშ), იოანინის უნივერსიტეტი (იოანინა, საბერძნეთი), ლომონოსოვის სახელობის მოსკოვის სახელ-მწიფო უნივერსიტეტი (რუსეთი), პერმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი (პერმი, რუსეთი), ნეგე-ვის ბენ-გურიონის უნივერსიტეტი (ბეერ-შევა, ისრაელი), მეჩნიკოვის სახელობის ოდესის ეროვ-ნული უნივერსიტეტი (ოდესა, უკრაინა), ბელორუსიის მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის მა-თემატიკის ინსტიტუტი (მინსკი, ბელორუსია), ჰიროსიმის უნივერსიტეტი (იაპონია).

განყოფილების თანამშრომლები არიან ისეთი ცნობილი საერთაშორისო ჟურნალების სარედაქციო კოლეგიების წევრები, როგორებიცაა: *“Boundary Value Problems”; “Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations”; “Nonlinear Oscillations”; “Fasciculi Mathematici”; “Functional Differential Equations”; “Journal of Applied Mathematics, Statistics and Informatics”, “Miskolc Mathematical Notes”* .

განყოფილების მიერ ყოველწლიურად ტარდება საერთაშორისო ვორკშოპი დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში – QUALITDE (http://www.rmi.ge/eng/QUALITDE/workshop). გარდა ამისა, ჩეხეთის მეცნიერებათა აკადემიის მათემატიკის ინსტიტუტის ბრნოს ფილიალში (ქ. ბრნო, ჩეხეთის რესპუბლიკა) ჩვენი განყოფილების წევრებთან ერთად ყოველწლიურად ტარდება ჩეხეთ-საქართველოს ვორკშოპი სასაზღვრო ამოცანებში (http://users.math.cas.cz/~sremr/wbvp).

მონაცემები თემის შემსრულებელთა პუბლიკაციებისა და ციტირების ინდექსების შესახებ

პუბლიკაციების რაოდენობა

No.	გვარი, სახელი	გამოქვეყნებული მონოგრაფიები და მიმოხილვები	გამოქვეყნებული სამეცნიერო სტატიები	მათ შორის იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში
1.	კიღურაძე ივანე	7	170	105
2.	ხარიბეგაშვილი სერგო	3	88	49
3.	აშორდია მალხაზი	2	84	20
4	ბერიკელაშვილი გივი	1	55	16
5.	ფარცვანია ნინო		37	21
6.	ჯოხაძე ოთარი		60	34

ციტირების ინდექსები

No.	გვარი, სახელი	ციტირება Publish or Perish	ციტირება Math. Sci. Net. (AMS)
1.	კიღურაძე ივანე	3554	964
2.	ხარიბეგაშვილი სერგო	317	96
3.	აშორდია მალხაზი	246	34
4.	ბერიკელაშვილი გივი	122	20
5.	ფარცვანია ნინო	86	35
6.	ჯოხაძე ოთარი	110	37

ციტირებული ლიტერატურა

ა) თემის შემსრულებლების ნაშრომები

1. M. Ashordia, Criteria of correctness of linear boundary value problems for systems of generalized ordinary differential equations. *Czechoslovak Math. J.* **46(121)** (1996), No. 3, 385-404.
2. M. T. Ashordia, On the well-posedness of the Cauchy problem for linear systems of generalized ordinary differential equations on an infinite interval (with N. A. Kekelia). (Russian) *Differ. Uravn.* **40** (2004), No. 4, 443-454, 574; translation in *Differ. Equ.* **40** (2004), No. 4, 477-490.
3. M. Ashordia, Lyapunov stability of systems of linear generalized ordinary differential equations. *Comput. Math. Appl.* **50** (2005), No. 5-6, 957-982.

4. M. T. Ashordia, On boundary value problems for systems of linear generalized ordinary differential equations with singularities. (Russian) *Differ. Uravn.* **42** (2006), No. 3, 291-301, 429; translation in *Differ. Equ.* **42** (2006), No. 3, 307-319.
5. M. Ashordia, On the necessary and sufficient conditions for the stability of linear generalized ordinary differential, linear impulsive and linear difference systems (with Sh. Akhalaia and N. Kekelia). *Georgian Math. J.* **16** (2009), No. 4, 597-616.
6. M. T. Ashordia, On some boundary value problems for linear generalized differential systems with singularities. (Russian) *Differ. Uravn.* **46** (2010), No. 2, 163-177; translation in *Differ. Equ.* **46** (2010), No. 2, 167-181.
7. M. Ashordia, On the two-point boundary value problems for linear impulsive systems with singularities. *Georgian Math. J.* **19** (2012), No. 1, 19-40.
8. G. K. Berikelashvili, On the convergence of the difference solution of the third boundary value problem in elasticity theory. (Russian) *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* **38** (1998), No. 2, 310-314; translation in *Comput. Math. Math. Phys.* **38** (1998), No. 2, 300-304.
9. G. K. Berikelashvili, On the rate of convergence of a difference solution of the first boundary value problem for a fourth-order elliptic equation. (Russian) *Differ. Uravn.* **35** (1999), No. 7, 958-963, 1007; translation in *Differential Equations* **35** (1999), No. 7, 967-973 (2000).
10. G. K. Berikelashvili, On the rate of convergence of the difference solution of a nonlocal boundary value problem for a second-order elliptic equation. (Russian) *Differ. Uravn.* **39** (2003), No. 7, 896-903, 1004-1005; translation in *Differ. Equ.* **39** (2003), No. 7, 945-953.
11. G. Berikelashvili, Convergence of fourth order compact difference schemes for three-dimensional convection-diffusion equations (with M. M. Gupta and M. Mirianashvili). *SIAM J. Numer. Anal.* **45** (2007), No. 1, 443-455 (electronic).
12. G. Berikelashvili, O. Jokhadze, and S. Kharibegashvili, Finite difference solution of a nonlinear Klein-Gordon equation with an external source (with B. Midodashvili). *Math. Comp.* **80** (2011), No. 274, 847-862.
13. G. K. Berikelashvili, O. M. Jokhadze, and S. S. Kharibegashvili, On the existence and nonexistence of global solutions of the first Darboux problem for nonlinear wave equations (with B. G. Midodashvili). (Russian) *Differ. Uravn.* **44** (2008), No. 3, 359-372, 430; translation in *Differ. Equ.* **44** (2008), No. 3, 374-389.
14. G. Berikelashvili, A one-parameter family of difference schemes for the regularized long-wave equation (with M. Mirianashvili). *Georgian Math. J.* **18** (2011), No. 4, 639-667.
15. G. Berikelashvili, On the convergence of difference schemes for generalized Benjamin-Bona-Mahony equation (with M. Mirianashvili). *Numer. Methods Partial Differ. Equ.* **30** (2014), No. 1, 301-320.
16. O. Jokhadze, Cauchy-Goursat problem for one-dimensional semilinear wave equations. *Comm. Partial Differential Equations* **34** (2009), No. 4-6, 367-382.
17. O. Jokhadze, On existence and nonexistence of global solutions of Cauchy-Goursat problem for nonlinear wave equations. *J. Math. Anal. Appl.* **340** (2008), No. 2, 1033-1045.
18. O. Jokhadze, The first Darboux problem for wave equations with nonlinear dissipative term. *Nonlinear Differ. Equations Appl.* (NoDEA) **20** (2013), No. 3, 651-671.
19. O. Jokhadze, The first Darboux problem for wave equations with a nonlinear positive source term (with B. Midodashvili). *Nonlinear Anal.* **69** (2008), No. 9, 3005-3015.
20. O. M. Jokhadze and S. S. Kharibegashvili, First Darboux problem for nonlinear hyperbolic equations of second order. (Russian) *Mat. Zametki* **84 (2008)**, No. 5, 693-712; translation in *Math. Notes* **84** (2008), No. 5, 646-663.
21. S. Kharibegashvili, Boundary value problems for some classes of nonlinear wave equations. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **46** (2009), 1-114.
22. S. Kharibegashvili and O. Jokhadze, The boundary value problem for wave equations with nonlinear dissipative and source terms. *Int. J. Dyn. Syst. Differ. Equ.* **3** (2011), No. 3, 328-348.

23. S. S. Kharibegashvili and O. M. Jokhadze, Second Darboux problem for the wave equation with a power-law nonlinearity. (Russian) *Differ. Uravn.* **49** (2013), No. 12, 1623-1640; translation in *Differ. Equ.* **49** (2013), No. 12, 1577-1595;
24. S. S. Kharibegashvili and O. M. Jokhadze, The Cauchy-Darboux problem for the one-dimensional wave equation with power nonlinearity. (Russian) *Sibirskiĭ Mat. Zh.* **54** (2013), No. 6, 1407-1426; translation in *Siberian Math. J.* **54** (2013), No. 6, 1120-1136.
25. S. S. Kharibegashvili and O. M. Jokhadze, The Cauchy-Goursat problem for wave equations with nonlinear dissipative term. (Russian) *Mat. Zametki* **94** (2013), No. 6, 889-907; translation in *Math. Notes* **94** (2013), No. 5-6, 913-929.
26. S. Kharibegashvili, Solvability of nonlocal problems for semilinear one-dimensional wave equations (with B. Midodashvili). *Electron. J. Differential Equations* **2012**, No. 28, 16 pp.
27. I. Kiguradze, Some singular boundary value problems for ordinary differential equations. (Russian) *Tbilisi University Press, Tbilisi,* 1975.
28. I. Kiguradze, Boundary value problems for systems of ordinary differential equations. (Russian) *Itogi Nauki Tekh., Ser. Sovrem. Probl. Mat., Novejshie Dostizh.* **30** (1987), 3-103; translation in *J. Sov. Math.* **43** (1988), No. 2, 2259-2339.
29. I. Kiguradze, Singular boundary value problems for second order ordinary differential equations (with B. L. Shekhter). (Russian) *Itogi Nauki Tekh., Ser. Sovrem. Probl. Mat., Novejshie Dostizh.* **30** (1987), 105-201; translation in *J. Sov. Math.* **43** (1988), No. 2, 2340-2417.
30. I. Kiguradze, Asymptotic properties of solutions of nonautonomous ordinary differential equations (with T. Chanturia). *Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Boston-London,* 1993.
31. I. Kiguradze, On multi-point boundary value problems for systems of functional differential and difference equations (with Sh. Gelashvili). *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **5** (1995), 1-113.
32. I. Kiguradze, Initial and boundary value problems for systems of ordinary differential equations, I. (Russian) *Metsniereba, Tbilisi,* 1997.
33. I. Kiguradze, Boundary value problems for systems of linear ordinary differential equations. (Czech) *Masaryk University, Brno*, 1997.
34. I. Kiguradze, On multi-point boundary value problems for linear ordinary differential equations with singularities (with R. Agarwal). *J. Math. Anal. Appl.* **297** (2004), 131-151.
35. I. Kiguradze, On periodic solutions of two-dimensional nonautonomous differential systems (with S. Mukhigulashvili). *Nonlinear Anal.* **60** (2005), No. 2, 241-256.
36. I. Kiguradze, On nonlinear boundary value problems for higher order ordinary differential equations. *Proceedings of the Conference on Differential & Difference Equations and Applications, Hindawi Publ. Corp.,* 2006, 529-540.
37. I. Kiguradze, On solvability of boundary value problems for higher order nonlinear hyperbolic equations (with T. Kiguradze). *J. Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications* **69** (2008), 1914-1933.
38. I. Kiguradze, On a resonance periodic problem for non-autonomous high order differential equations. (Russian) *Differentsial'nye Uravneniya* **44** (2008), No. 8, 1022-1032; translation in *Differential Equations* **44** (2008), No. 8, 1053-1063.
39. I. Kiguradze, Bounded and vanishing at infinity solutions of nonlinear differential systems. *Georgian Math. J.* **16** (2009), No. 4, 711-724.
40. I. Kiguradze, On boundary value problems with conditions at infinity for nonlinear differential systems. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications* **71** (2009), 1503-1512.
41. I. Kiguradze, Periodic solutions of nonautonomous ordinary differential equations (with A. Lomtatidze). *Monatsh. Math.* **159** (2010), No. 3, 235-252.
42. I. T. Kiguradze, Conditions for the well-posedness of nonlocal problems for second-order linear differential equations (with T. I. Kiguradze). (Russian) *Differentsial'nye Uravneniya* **47** (2011), No. 10, 1400-1411; translation in *Differ.l Equ.* **47** (2011), No. 10, 1414-1425.

43. I. Kiguradze, Conditions for well-posedness of nonlocal problems for higher order linear differential equations with singularities (with T. Kiguradze). *Georgian Math. J.* **18** (2011), No. 4, 735-760.
44. I. Kiguradze, Solvability conditions for non-local boundary value problems for two-dimensional half-linear differential systems (with J. Šremr). *Nonlinear Anal.* **74** (2011), 6537-6552.
45. I. Kiguradze, The Cauchy problem for singular in phase variables nonlinear ordinary differential equations. *Georgian Math. J.* **20** (2013), No. 4, 707-720.
46. I. Kiguradze and N. Partsvania, On the Kneser problem for two-dimensional differential systems with advanced arguments. *J. Inequal. Appl.* **7** (2002), No. 4, 453-477.
47. I. Kiguradze and N. Partsvania, On periodic solutions of higher-order functional differential equations (with B. Půža). *Bound. Value Probl.* **2008**, Art, ID 389028, 18 pp.
48. N. Partsvania, On transitional solutions of second order nonlinear differential equations (with L. Malaguti and C. Marcelli). *J. Math. Anal. Appl.* **303** (2005), No. 1, 258-273.
49. N. Partsvania, On the solvability of boundary value problems for nonlinear differential systems. (Russian) *Differentsial'nye Uravneniya* **44** (2008), No. 2, 211-216; translation in *Differ. Equations* **44** (2008), No. 2, 219-225.
50. N. Partsvania, Oscillation theorems for second order nonlinear differential equations (with Z. Došlá). *Nonlinear Anal.* **71** (2009), No. 12, e1649-e1658; doi:10.1016/j.na.2009.02.007.
51. N. Partsvania, Oscillatory properties of second order nonlinear differential equations (with Z. Došlá). *Rocky Mountain J. Math.* **40** (2010), No. 2, 445-470.
52. N. Partsvania, On a periodic problem for higher-order differential equations with a deviating argument (with S. Mukhigulashvili and B. Půža). *Nonlinear Anal.* **74** (2011), No. 10, 3232-3241; doi:10.1016/j.na.2011.02.002.

ბ) სხვა ავტორთა მონოგრაფიები

53. R. P. Agarwal, S. R. Grace, and D. O'Regan, Oscillation theory for difference and functional differential equations. *Kluwer Academic Publishers, Dordrecht,* 2000.
54. R. P. Agarwal, S. R. Grace, and D. O'Regan, Oscillation theory for second order dynamic equations. *Taylor & Francis, Ltd., London,* 2003.
55. R. P. Agarwal and D. O'Regan, Singular differential and integral equations with applications. *Kluwer Academic Publishers, Dordrecht,* 2003.
56. N. V. Azbelev, V. P. Maksimov, and L. F. Rakhmatullina, Introduction to the theory of functional differential equations. (Russian) *Nauka, Moscow*, 1991.
57. N. V. Azbelev and L. F. Rachmatullina, Theory of linear abstract functional differential equations and applications. *Publishing House GCI*, 1996.
58. N. V. Azbelev, V. P. Maksimov, and L. F. Rakhmatullina, Methods of the modern theory of linear functional differential equations. (Russian) *NITs "Regular and Chaotic Dynamic", Izhevsk*, 2000.
59. N. V. Azbelev, V. P. Maksimov, and L. F. Rakhmatullina, Introduction to the theory of functional differential equations: methods and applications. *Hindawi Publishing Corporation, Cairo,* 2007.
60. M. Bartušek, Asymptotic properties of oscillatory solutions of differential equations. *Masaryk University Press, Brno*, 1992.
61. M. Bartušek, Z. Došlá, and J. R. Graef, The nonlinear limit-point/limit-circle problem. *Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA,* 2004.
62. A. A. Boichuk and A. M. Samoilenko, Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems. *VSP, Utrecht*, 2004.
63. C. De Coster and P. Habets, The lower and upper solutions method for boundary value problems. *Handbook of differential equations,* 69-160, *Elsevier/North-Holland, Amsterdam,* 2004.
64. C. De Coster and P. Habets, Two-point boundary value problems: lower and upper solutions. *Mathematics in Science and Engineering*, 205. *Elsevier B. V., Amsterdam,* 2006.

65. O. Došlý, Half-linear differential equations. *Handbook of differential equations*, 161-357, *Elsevier/North-Holland, Amsterdam*, 2004.
66. O. Došlý and P. Řehák, Half-linear differential equations. *North-Holland Mathematics Studies* 202. *Elsevier, Amsterdam*, 2005.
67. U. Elias, Oscillation theory of two-term differential equations. *Kluwer AcademicPublishers Group, Dordrecht,* 1997.
68. R. E Gaines and J. L. Mawhin, Coincidence degree, and nonlinear differential equations. *Springer-Verlag, Berlin-New York,* 1977.
69. M. Greguš, Third order linear differential equations. *D. Reidel Publishing Co., Dordrecht,* 1987.
70. R. Hakl, A. Lomtatidze, and J. Šremr, Some boundary value problems for first order scalar functional differential equations. *Masaryk University, Brno*, 2002.
71. N. A. Izobov and H. A. Prokhorova, The linear differential Coppel-Conti systems. (Russian) *Belarusskaja Nauka, Minsk*, 2008.
72. T. Kiguradze, Some boundary value problems for systems of linear partial differential equations of hyperbolic type. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **1** (1994), 1-144.
73. M. A. Krasnosel'skiĭ and P. P. Zabreĭko, Geometric methods of nonlinear analysis. *Nauka, Moscow*, 1975.
74. G. S. Ladde, V. Lakshmikantham, and B. G. Zhang, Oscillation theory of differential equations with deviating arguments. *Marcel Dekker, Inc., New York,* 1987.
75. L. Ya. Lepin and L. A. Lepin, Boundary value problems for second order ordinary differential equations. (Russian) *Zinatne, Riga*, 1988.
76. J.-L. Lions, Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires. (French) *Dunod; Gauthier-Villars, Paris*, 1969.
77. A. Lomtatidze and S. Mukhigulashvili, Some two-point boundary value problems for second order functional differential equations. *Masaryk University, Brno*, 2000.
78. R. Mařik, Half-linear differential equations. *Masaryk University, Brno*, 2000.
79. J. D. Mirzov, Asymptotic properties of solutions of systems of nonlinear nonautonomous ordinary differential equations. *Masaryk University, Brno*, 2004.
80. E. Mitidieri and S. I. Pokhozhaev, A priori estimates and the absence of solutions of nonlinear partial differential equations and inequalities. (Russian) *Tr. Mat. Inst. Steklova* **234** (2001), 1-384; translation in *Proc. Steklov Inst. Math.* **234** (2001), No. 3, 1-362.
81. S. Mukhigulashvili, Two-point boundary value problems for second order functional differential equations. *Mem. Differential Equations Math. Phys*. **20** (2000), 1-112.
82. F. Neuman, Global properties of linear ordinary differential equations. *Mathematics and its Applications (East European Series)*, 52. *Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht*, 1991.
83. J. A. Pava, Nonlinear dispersive equations. Existence and stability of solitary and periodic travelling wave solutions. *Mathematical Surveys and Monographs* 156. *American Mathematical Society (AMS), Providence, RI*, 2009.
84. B. I. Ptashnyck, Ill-posed boundary value problems for partial differential equations. (Russian) *Naukova Dumka, Kiev,* 1984.
85. B. I. Ptashnik, V. S. Il'kiv, I. Ya. Kmit, and V. M. Polishchuk, Nonlocal boundary value problems for partial differential equation. (Ukrainian) *Naukova Dumka, Kiev,* 2002.
86. I. Rachůnková, S. Staněk, and M. Tvrdý, Singularities and Laplacians in boundary value problems for nonlinear ordinary differential equations. *Handbook of differential equations: ordinary differential equations*. Vol. III, 607-722, *Handb. Differ. Equ., Elsevier/North-Holland, Amsterdam*, 2006.
87. I. Rachůnková, S. Staněk, and M. Tvrdý, Solvability of nonlinear singular problems for ordinary differential equations. *Contemporary Mathematics and Its Applications, vol.* 5, *Hindawi Publishing Corporation*, 2008.

88. F. S. Rofe-Beketov and A. M. Kholkin, Spectral analysis of differential operators. Interplay between spectral and oscillatory properties. *World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Hackensack, NJ,* 2005.
89. M. Ronto and A. M. Samoilenko, Numerical-analytic methods in the theory of boundary value problems. *World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ,* 2000.
90. Š. Schwabik, Generalized ordinary differential equations. *Series in Real Analysis*, 5. *World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ*, 1992.
91. Š. Schwabik, M. Tvrdý, and O. Vejvoda, Differential and integral equations. Boundary value problems and adjoints. *D. Reidel Publishing Co., Dordrecht-Boston, Mass.-London*, 1979.
92. A. V. Skorokhod, F. C. Hoppensteadt, and H. Salehi, Random perturbation methods with applications in science and engineering. *Applied Mathematical Sciences*, 150. *Springer-Verlag, New York*, 2002.
93. C. A. Swanson, Comparison and oscillation theory of linear differential equations. *Academic Press, New York-London,* 1968.
94. M. Tvrdý, Differential and integral equations in the space of regulated functions. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **25**(2002), 1-104.
95. O. Vejvoda, Partial differential equations: time-periodic solutions. *Martinus Nijhoff Publishers, SNTL, Publishers of Technical Literature, Prague, Hague-Boston-London*, 1982.
96. N. Yoshida, Oscillation theory of partial differential equations. *World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Hackensack, NJ,* 2008.
97. P. E. Zhidkov, Korteweg-de Vries and nonlinear Schrödinger equations: qualitative theory. *Lecture Notes in Mathematics*, 1756. Springer-Verlag, Berlin, 2001.

გ) სხვა ავტორთა ნაშრომები

98. Z. Artstein, Topological dynamics of ordinary differential equations and Kurzweil equations. *J. Differential Equations* **23** (1977), No. 2, 224-243.
99. H. Brézis, Periodic solutions of nonlinear vibrating strings and duality principles. *Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)* **8** (1983), No. 3, 409-426.
100. H. Brézis and L. Nirenberg, Characterizations of the ranges of some nonlinear operators and applications to boundary value problems. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4)* **5** (1978), No. 2, 225-326.
101. L. Byszewski, Theorem about existence and uniqueness of continuous solution of nonlocal problem for nonlinear hyperbolic equation. *Appl. Anal.* **4** (1991), No. 2-3, 173-180.
102. L. Cesari, A boundary value problem for quasilinear hyperbolic systems in Shauder's canonic form. *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa* **1** (1974), No. 3-4, 311-358.
103. D. Colton, Pseudoparabolic equations in one space variable. *J. Differential Equations* **12** (1972), No. 3, 559-565.
104. J. M. Davis and P. W. Eloe, Discrete Kiguradze type inequalities. *J. Differ. Equations Appl.* **6** (2000), No. 4, 431-441.
105. E. Feireisl, On the existence of periodic solutions of a semilinear wave equation with a superlinear forcing term. *Czechoslovak Math. J.* **38(113)** (1988), No. 1, 78-87.
106. V. A. Galaktionov, E. Mitidieri, and S. I. Pohozaev, On global solutions and blow-up for Kuramoto-Sivashinsky-type models, and well-posed Burnett equations. *Nonlinear Anal.* **70** (2009), No. 8, 2930-2952.
107. V. A. Galaktionov and S. I. Pohozaev, On similarity solutions and blow-up spectra for a semilinear wave equation. *Quart. Appl. Math.* **61** (2003), No. 3, 583-600.
108. V. A. Galaktionov and S. I. Pohozaev, Blow-up and critical exponents for nonlinear hyperbolic equations. *Nonlinear Anal.* **53** (2003), No. 3-4, 453-466.
109. J. Groh, A nonlinear Volterra-Stieltjes integral equation and a Gronwall inequality in one dimension. Illinois *J. Math.* **24** (1980), No. 2, 244-263.

110. Hildebrandt, T. H. On systems of linear differentio-Stieltjes-integral equations. *Illinois J. Math.* **3** (1959), 352-373.
111. Ch. S. Hönig, On linear Kurzveil-Henstock-integral equations. *Seminario Brasiliero de Analise* 1980, 283-299.
112. N. A. Izobov and V. A. Rabtsevich, A best-possible I. T. Kiguradze – G. G. Kvinikadze condition for the existence of unbounded regular solutions of an Emden-Fowler equation. (Russian) *Differ. Uravn.* **23** (1987) , No.11, 1872-1881; translation in *Differ. Equations* **23** (1987) , No. 11, 1263-1270.
113. N. A. Izobov and V. A. Rabtsevich, On two problems of Kiguradze for Emden-Fowler equations. (Russian) *Nonlinear analysis and related problems (Russian)*, 73-91, Tr. Inst. Mat. (Minsk), 2, *Natl. Akad. Nauk Belarusi, Inst. Mat., Minsk*, 1999.
114. T. Kiguradze, On the Dirichlet problem in a rectangle for fourth order linear singular hyperbolic equations. *Georgian Math. J.* **6** (1999), No. 6, 537-552.
115. T. Kiguradze, On periodic in the plane solutions of nonlinear hyperbolic equations. *Nonlinear Anal.* **39** (2000), No. 2, Ser. A: Theory Methods, 173-185.
116. T. Kiguradze, On bounded and time-periodic solutions of nonlinear wave equations. *J. Math. Anal. Appl.* **259** (2001), No. 1, 253-276.
117. T. Kiguradze, On doubly periodic solutions of nonlinear hyperbolic equations of higher order. *Georgian Math. J.* **14** (2007), No. 3, 457-469.
118. T. Kiguradze, The Vallée-Poussin problem for higher order nonlinear hyperbolic equations. *Comput. Math. Appl.* **59** (2010), No. 2, 994-1002.
119. T. Kiguradze, Global and blow-up solutions of the characteristic initial value problem for second order nonlinear hyperbolic equations. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **49** (2010), 121-138.
120. T. Kiguradze and T. Kusano, On well-posedness of initial-boundary value problems for higher order linear hyperbolic equations with two independent variables. (Russian) *Differ. Uravn.* **39** (2003), No. 4, 516-526; translation in *Differ. Equ.* **39** (2003), No. 4, 553-563.
121. T. Kiguradze and T. Kusano, On ill-posed initial–boundary value problems for higher order linear hyperbolic equations with two independent variables. (Russian) *Differ. Uravn.* **39** (2003), No. 10, 1379-1394; translation in *Differ. Equ.* **39** (2003), No. 10, 1454-1470.
122. T. Kiguradze and V. Lakshmikantham, On initial-boundary value problems in bounded and unbounded domains for a class of nonlinear hyperbolic equations of the third order. *J. Math. Anal. Appl.* **324** (2006), No. 2, 1242-1261.
123. K. Kreith and C. A. Swanson, Kiguradze classes for characteristic initial value problems. *Comput. Math. Appl.* **11** (1985), 239-247.
124. J. Kurzweil, Generalized ordinary differential equations and continuous dependence on a parameter. (Russian) *Czechoslovak Math. J.* **7 (82)** (1957), 418-449.
125. J. Kurzweil, Generalized ordinary differential equations. *Czechoslovak Math. J.* **8 (83)** (1958), 360-388.
126. J. Kurzweil, On generalized ordinary differential equations, possessing discontinuous solutions. (Russian) *Prikl. Mat. Meh.* **22** (1958), 27-45.
127. T. Kusano and M. Naito, Kiguradze classes for radial entire solutions of higher order quasilinear elliptic equations. *Hiroshima Math. J.* **22** (1992), No. 2, 301-363.
128. A. G. Lomtatidze, Positive solutions of boundary value problems for second-order ordinary differential equations with singularities. (Russian) *Differ. Uravn.* **23** (1987), No. 10, 1685-1692; translation in *Differ. Equ.* **23** (1987), No. 10, 1146-1152.
129. A. Lomtatidze and L. Malaguti, On a nonlocal boundary value problem for second order nonlinear singular differential equations. *Georgian Math. J.* **7** (2000), No. 1, 133-154.
130. A. Lomtatidze and L. Malaguti, On a two-point boundary value problem for the second order ordinary differential equations with singularities. *Nonlinear Anal.* **52** (2003), No. 6, 1553-1567.

131. A. Lomtatidze and P. Torres, On a two-point boundary value problem for second order singular equations. *Czechoslovak Math. J.* **53(128)** (2003), No. 1, 19-43.
132. L. Nirenberg, Variational and topological methods in nonlinear problems. *Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)* **4** (1981), No. 3, 267-302.
133. R. Pfaff, Generalized systems of linear differential equations. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A* **89** (1981), No. 1-2, 1-14.
134. S. I. Pokhozhaev, The fibration method for solving nonlinear boundary value problems. (Russian) translated in *Proc. Steklov Inst. Math.* **1992**, No. 3, 157-173. Differential equations and function spaces (Russian). *Trudy Mat. Inst. Steklov.* **192** (1990), 146-163.
135. P. H. Rabinowitz, Large amplitude time periodic solutions of a semilinear wave equation. *Comm. Pure Appl. Math.* **37** (1984), No. 2, 189-206.
136. Š. Schwabik and M. Tvrdý, Boundary value problems for generalized linear differential equations. *Czechoslovak Math. J.* **29(104)** (1979), No. 3, 451-477.
137. G. Vidossich, Periodic solutions of hyperbolic equations using ordinary differential equations. *Nonlinear Anal. TMA* **17** (1991), No. 8, 703-710.

თემა 6: სასაზღვრო ამოცანები წრფივი და არაწრფივი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის და მათემატიკური ფიზიკის ამოცანები

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის მათემატიკური ფიზიკის განყოფილება

თემის ხელმძღვანელი: რ. დუდუჩავა http://rmi.ge/~dudu/

მკვლევარები: თენგიზ ბუჩუკური, დავით კაპანაძე, ოთარ ჭკადუა, როლანდ გაჩეჩილაძე, ავთანდილ გაჩეჩილაძე, ეკატერინა პესეცკაია

სტაჟიორები: 2-3 საშტატო ერთეული (გათვალისწინებულია თემაში ჩართული დოქტორანტებისათვის)

პროექტის ხანგრძლივობა: 5 წელი

1. თემის აღწერილობა: მათემატიკური და თეორიული ფიზიკის ძირითადი ამოცანების მათემატიკური მოდელები უმეტეს შემთხვევაში მიიყვანება წრფივი და არაწრფივი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების შესწავლაზე სასაზღვრო ან სასაზღვრო-საწყისი პირობებით (დინამიკური ამოცანების შემთხვევაში). ჩვენი ამოცანაა ასეთი ბუნებრივად მიღებული მათემეტიკური მოდელების შესაწავლა ფუნქციონალურ-ანალიზური, ოპერატორების თეორიის და ინტეგრალური განტოლებების თეორიის მეთოდებით. კერძოდ, დაგეგმილია შემდეგი ამოცანების შესწავლა:

I. **(რ. დუდუჩავა, თ. ბუჩუკური, გ. ტეფნაძე, მ. ცაავა, თ. წუწუნავა):** სასაზღვრო ამოცანები კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის ზედაპირებზე, რომლებიც მიიღებიან თხელ სხეულებში დრეკადობის თეორიის ამოცანების (გარსების თეორია), სითბოგამტარებლობის, ასეთი სხეულების მიერ ელექტრომაგნიტური ტალღების არეკვლისას, მათ გარშემო სითხის მოძრაობისას და ასე შემდეგ. ასეთი ამოცანების გადასაწყვეტად დამუშავებულია გიუნტერის და სტოქსის მხები წარმოებულების აღრიცხვა, რომლის საშუალებითაც უკვე მოხერხდა რამდენიმე ამოცანის ეფექტური შესწავლა.

II. **(დ. კაპანაძე, რ. დუდუჩავა, ე. პესეცკაია):** აკუსტიკური, ელექტრომაგნიტური და სითბური ტალღების გავრცელების სასაზღვრო ამოცანები რთული გეომეტრიული კონფიგურაციისა და განსაკუთრებულობის მქონე სხეულებში, კერძოდ ტალღის დიფრაქციისა და არეკვლის დირიხლე-ნეიმანის, იმპედანსის და შერეული სასაზღვრო ამოცანები განსაკუთრებულობის მქონე არეებში, როდესაც ურთიერთქმედებაშია ეკრანი, ბზარი და არის საზღვარი, როდესაც

საზღვარი არაგლუვია (გააჩნია კუთხოვანი წერტილები), ასევე სითბოს გავრცელების ამოცანები კომპოზიტურ მასალებში. ამ მიზნით შეისწავლება მელინის კონვოლუციის განტოლებები ბესელის პოტენციალთა სივრცეებში და სხვა დამხმარე ამოცანები.

III. (ო. ჭკადუა, რ. დუდუჩავა, თ. ბუჩუკური): თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის თეორიის დინამიკის სამგანზომილებიანი ამოცანების შესწავლა ერთგვაროვანი, უბნობრივად ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი ანიზოტროპული მრავალკომპონენტიანი კომპოზიტური სხეულებისათვის პოტენციალთა მეთოდისა და ფსევდოდიფერენ-ციალური განტოლებების გამოყენებით.
სასაზღვრო, სასაზღვრო-საკონტაქტო და ტრანსმისიის ტიპის ამოცანები კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისთვის რთული კომპოზიტური სხეულების მოდელებში. ასეთი ამოცანები საინტერესოა არა მარტო საინჟინრო და სამრეწველო მიზნებისთვის, არამედ ბიოლოგიური და სამედიცინო მიმართულებებისთვისაც. გამოკვლეული იქნება, თუ რამდენად კორექტულად არის დასმული შესაბამისი მათემატიკური ამოცანები (ამონახსნების არსებობა, ერთადერთობა), აგრეთვე ამონახსნთა სიგლუვე და ასიმპტოტური თვისებები.

IV. (რ. გაჩეჩილაძე, ა. გაჩეჩილაძე): ამოცანები რომლებიც ყალიბდებიან ვარიაციული და კვაზივარიაციული უტოლობების სახით; მათ შორის ისეთი მოდელები რომლებიც უფრო სრულყოფილად აღწერენ სხვადასხვა ფიზიკურ პროცესებს ვიდრე პირვანდელი ამოცანები. მაგალითად დრეკადი და მყარი სხეულის საკონტაქტო ამოცანა კლასიკურ დრეკადობის თეორიაში ხახუნის გარეშე, როდესაც კონტაქტი აღიწერება *ბუნებრივი შეუღწევადობის პირობით,* განსხვავებით სინიორინის პირობებისგან; ერთერთი ცალმხრივეზღუდვებიანი კვაზივარიაციუ–ლი უტოლობის ელიფსური ორმხრივშეზღუდვებიანი და ევოლუციური მოდელები. ასევე ჰემიტროპული სხეულისთვის საკონტაქტო ამოცანა ხახუნის გათვალისწინებით. ამ ამოცანებისთვის დაგეგმილია ამონახსნთა არსებობის, ერთადერთობის, სიგლუვის და აპროქსი–მაციის საკითხების შესწავლა.

V. (თ. ბუჩუკური, რ. დუდუჩავა, ე. პესეცკაია, დ. კაპანაძე): შემუშავებული იქნება ზოგიერთი ზემოთ ჩამოთვლილი ამოცანის კვლევის შედეგებზე დაფუძნებული ეფექტური რიცხვითი ალგორითმები ამონახსნების ან მათი ძირითადი ელექტრომაგნიტური, სითბური, თერმომექანიკური და სხვა მახასიათებლების გამოსათვლელად.

2.1. შესავალი.

თემა I: თანამედროვე საინჟინრო მეცნიერებაში კვლევის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი მიმართუ-ლებაა სითბოს გავრცელების მდგრადობის შესწავლა 3-განზომილებიან თხელ სხეულებში (გარსებში), რომელთა ერთი განზომილებაც გაცილებით ნაკლებია დანარჩენ ორ განზომილებაზე. სითბოს გავრცელება 3-განზომილებიან სხეულებში აღიწერება ლაპლასის განტოლების საშუალებით, ხოლო ზედაპირზე ლაპლას-ბელტრამის განტოლების საშუალე-ბით. 3-განზომილებიანი დრეკადი სხეულის დეფორმაციები აღიწერება ლამეს განტოლების საშუალებით, ხოლო ზედაპირზე- ლამე-ბელტრამის განტოლების საშუალებით (იხ. [1.10, 1.14]).

ჩვენ აგრეთვე განვიხილავთ ნავიე-სტოქსის განტოლებების სისტემას ზედაპირზე (იხ. [1.14]), რომელიც აღწერს სითხის დინებას. ეს განტოლებები დინამიური და არაწრფივია, მაგრამ ბლანტი სითხის მდორე დინების აღსაწერად გამოიყენება ამ განტოლების გაწრფივებული და სტაციონალური ვარიანტი.

ზემოთ ჩამოთვლილი ლაპლას-ბელტრამის, ლამე-ბელტრამის ნავიე-სტოქსის და ზოგი სხვა განტოლებეის ჩასაწერად ზედაპირებზე შეიძლება გამოყენებულ იქნას სხვადასხვა მიდგომა. კლასიკურ დიფერენციალურ გეომეტრიაში ამისათვის გამოიყენება რიმანის მეტრიკული ტენზორი და კრისტოფელის სიმბოლოები და მათ აქვთ საკმაოდ რთული ფორმა. უკანასკნელ ათწლეულში რ. დუდუჩავამ და მისმა თანაავტორებმა განავითარეს გიუნტერის და სტოქსის წარმოებულების აღრიცხვა ჰიპერზედაპირებზე, რომელიც იძლევა საშუალებას ჩავწეროთ კლასიკური ოპერატორები ჰიპერზედაპირებზე მარტივი სახით. ეს აღრიცხვა

ფორმის სიმარტივესთან ერთად არსებითად ამარტივებს გამოკვლევას და ხდის მას უფრო ეფექტურს (იხ.[1.8-1.11, 1.14]).

ჩვენ გამოვიყვანთ ფიზიკური პროცესების აღმწერ განტოლებებს (სითბოგამტარებლობა, დრეკადობა, სითხის დინება, ტალღების გავრცელება) ზედაპიორებისათვის თანამედროვე Г-კრებადობის საშუალებით ენერგიის ფუნქციონალზე დაყრდნობით (იხ. [1.1, 1.16]), რაც წარმოადგენს არსებითად წინგადადგმულ ნაბიჯს ასიმპტოტურ მეთოდებთან შედარებით (იხ. მაგალითად [1.2-1.5, 1.10, 1.17, 1.23, 1.27]).

მიღებული განტოლებებისათვის ზედაპირებზე შევისწავლით შესაბამის სასაზღვრო ამოცანებს, მათ შორის დირიხლეს, ნეიმანის და შერეული პირობებით. ჩვენ დავამტკიცებთ ფუნდამენტური ამონახსნის არსებობას და ავაგებთ შესაბამის პოტენციალებს, განვიხილავთ შესაბამის სასაზღვრო ინტეგრალურ განტოლებებს (პოტენციალთა მეთოდი).

თემა II: მეცნიერთა, კერძოდ მათემატიკოსთა, დიდ ყურადღებას იპყრობს ის ამოცანები რომლებიც აკუსტიკური, ელექტრომაგნიტური და სითბური ტალღების დიფრაქციის, გაბნევისა და არეკვლის პროცესებთან არის დაკავშირებული. რადგან აკუსტიკური, ელექტრომაგნიტური და სითბური ტალღები ჩვენი ცხოვრების თანამდევი ნაწილია, ამიტომ ცხადი და ბუნებრივია მათდამი დიდი ინტრესი და მათი კვლევის აუცილებლობა.

დროით ჰარმონიულ ტალღებთან დაკავშირებული პროცესების მათემატიკური მოდელია სხვადასხვა სასაზღვრო ამოცანა ჰელმჰოლცის განტოლებებისათვის. ნაკლებადაა შესწავლილი ის სასაზღვრო ამოცანები, სადაც მცირე სისქის ამრეკლავი ზედაპირი (ე.წ. ეკრანი ან ბზარი) ურთიერთქმედებაში არის საზღვართან და მას კუთხით კვეთს. ასეთი სინგულარული კონფიგურაცია თვისობრივად ართულებს სასაზღვრო ამოცანების შესწავლას და მათი ზუსტი ამონახსნების მიღება დღემდე ღია ამოცანად რჩება.

კომპოზიტური მასალების თვისებების ანალიზი წარმოადგეს არამარტო მექანიკოსების, არამედ მათემატიკოსების ინტერესების სფეროსაც, რადგან კვლევის პროცესში მათემატიკური ფიზიკის მრავალი საინტერესო ამოცანა წარმოიშვება. დღემდე ამოუხსნელია რთული სტრუქტურის მასალების ან მისი კომპონენტების (მატრიცები და ჩანართები) თვისებების დადგენასთან დაკავშირებული ამოცანები.

თემა III: უკანასკნელ წლებში რთული კომპოზიტური სტრუქტურების მათემატიკური მოდელირება და შემდგომი მათემატიკური ანალიზი სულ უფრო მნიშვნელოვანი ხდება როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული თვალსაზრისით. ეს განპირობებულია კომპოზიტური მასალების სწრაფად მზარდი გამოყენებით როგორც თანამედროვე სამრეწველო და ტექნოლოგიურ პროცესებში, ასევე ბიოლოგიაში და მედიცინაში. ბოლო ხანებში შექმნილი იქნა ბევრი მოწყობილობა, რომელიც იყენებს ახალი ტიპის მასალების რეაგირების დინამიკას ძლიერად შეუღლებული თერმული და ელექტრომაგნიტური ველების მიმართ.

ზემოთაღწერილი ამოცანები საინტერესოა არა მარტო საინჟინრო და სამრეწველო მიზნებისთვის, არამედ ბიოლოგიური და სამედიცინო მიმართულებებისთვისაც. მაგალითად, როგორც ახლახან იქნა დადგენილი, თავისი ფიზიკო-ქიმიური, დიელექტრიკული და პიეზოელექტრული თვისებების გამო *ანიონური კოლაგენის* და *კოლაგენ-ჰიდროქსიაპატიტის* კომპოზიტები შეიძლება გამოყენებულ იქნას უჯრედების ზრდისთვის და ძვლების რეგენერაციის სისტემებში – კოლაგენური ბოჭკოების სტრუქტურები იწვევენ აპატიტის კრისტალების წარმოქმნას, რომლებიც ძვლებში არსებულის ანალოგიურია. კლინიკურად აგრეთვე დასაბუთებულია, რომ ელქტრომაგნიტური ველის მოქმედება აჩქარებს ძვლების აღდგენის პროცესს.

ვაპირებთ შევისწავლოთ თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის თეორიის დინამიკის სამგანზომილებიანი ამოცანების ერთგვაროვანი, უბნობრივად ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი ანიზოტროპული მრავალკომპონენტიანი კომპოზიტური სხეულებისათვის პოტენციალთა მეთოდისა და ფსევდოდიფერენციალური განტოლებების გამოყენებით.

ერთ-ერთი მთავარი მიზანია აგრეთვე კვლევის ახალი მეთოდის - ლოკალიზებული სივრცულ-სასაზღვრო ინტეგრალური განტოლებების მეთოდის განვითარება ცვლადკოეფიციენტებიანი კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებების სისტემებისთვის, რომლებიც გვხვდებიან არაერთგვაროვანი კომპოზიტების მოდელებში. ეს მიდგომა ძალიან მოხერხებულია რიცხვითი ანალიზის თვალსაზრისით. ამ კვლევაში ყველაზე კრიტიკული და მნიშვნელოვანი მომენტია მიღებული ლოკალიზებული ოპერატორების ფრედგოლმურობისა და სპექტრალური თვისებების შესწავლა და ფუნქციათა შესაბამის სივრცეებში მათი შებრუნებადობის დამტკიცება.

თემა IV: პროექტი მიზნად ისახავს განხილული და გამოკვლეული იქნას ამოცანების ისეთი მოდელები რომლებიც უფრო სრულყოფილად აღწერენ ზოგიერთ მექანიკურ და ფიზიკურ პროცესს ვიდრე სხვა, მაგ. წრფივი მოდელები. განსახილველი ამოცანები ყალიბდებიან ვარიაციული და კვაზივარიაციული უტოლობების სახით და დაგეგმილია ამონახსნთა არსებობის, ერთადერთობის, მდგრადობის, სიგლუვის და აპროქსიმაციის საკითხების შესწავლა. ეს ამოცანები აღწერენ სხვადასხვა ფიზიკურ პროცესებს; მაგალითად, დაგეგმილია შევისწავლოთ არაერთგვაროვანი დრეკადი და მყარი სხეულის საკონტაქტო ამოცანა კლასიკურ დრეკადობის თეორიაში ხახუნის გარეშე, როდესაც მყარი სხეულის საკონტაქტო ზედაპირი არის ამოზნექილი. კონტაქტი აღიწერება მხოლოდ იმ პირობით, რომელიც უზრუნველყოფს სხეულების ერთმანეთში შეუღწევადობას (*ბუნებრივი შეუღწევადობის პირობა*– **ბშპ**). ლიტერატურაში ცნობილი სინიორინის პირობები რომლებიც ხშირად გამოიყენება მსგავსი კონტაქტის აღსაწერად, ზემოთაღნიშნული პირობიდან მიიღებიან გაწრფივებებისა და გამარტივების პროცედურების გამოყენებით (იხ, [12]). ჩვენი მიზანია თავი ავარიდოთ ამ პროცედურებს და განვიხილოთ ამოცანის ისეთი მოდელი რომელიც ზედმეტი შეზღუდვების გარეშე აღწერს ორი სხეულის კონტაქტს. ასევე შევისწავლით დრეკადობის თეორიის სტატიკის სასაზღვრო–საკონტაქტო ამოცანას ხახუნის გათვალისწინებით ერთგვაროვანი ჰემიტროპული სხეულისთვის. ჰემიტროპულ სხეულში განსხვავებით დრეკადობის კლასიკური თეორიისა გადაადგილების ვექტორთან ერთად გათვალისწინებულია ელემენტარული ნაწილაკების შინაგანი ბრუნვაც. ასევე დაგეგმილია ბოლომდე იქნას გამოკვლეული ლიტერატურაში უკვე განხილული მრავალი ფიზიკური ინტერპრეტაციის მქონე *სინიორინის არაცხადი ამოცანის* (იხ, [4-1], [4-13], [4-15]) ღია საკითხები (მდგრადობა, ამონახსნის აპროქსიმაცია); ეს ამოცანა წარმოადგენს კვაზივარიაციულ უტოლობას ცალმხრივი ამონახსნზე დამოკიდებული სასაზღვრო წინაღობით. ასევე დასმული და გამოკვლეული იქნება იმავე ამოცანის უფრო სრულყოფილი ვარიანტები (მაგ. ამოცანა ორმხრივი სასაზღვრო შეზღუდვებით ელიფსურ შემთხვევაში; სინიორინის არაცხადი ამოცანა ევოლუციური უტოლობებისთვის).

თემა V: ზემოთ დასმული ამოცანები მჭიდრო კავშირშია მათემატიკური ფიზიკის პრაქტიკულ მოდელებთან და საჭიროა რიცხვითი ალგორითმების აგება რათა მოხდეს მიღებული შედეგების ტესტირება და პრაქტიკული ამოცანების ამოსახსნელად მათი გამოყენება. ჯგუფის რამდენიმე წევრს გააჩნია გამოცდილება მიახლოებითი გამოთვლების სფეროში. მაგალითად მეორე თემის ნაშრომებში [2-2, 2-10] რომელიც გვაძლევს საშუალებას დაიგეგმოს I-III თემებში დასმული ამოცანებისათვის რიცხვითი მეთოდების შემუშავება და რიცხვითი გამოთვლების განხორციელება.

2.2. კვლევის ობიექტები:

თემა I: პროექტის კვლევის ობიექტია გარსთა სხვადასხვა მოდელები, მათი დრეკადი და ტემპერატურის განაწილების თვისებების დადგენა სხვადასხვა სასაზღვრო პირობების შემთხვევაში. თუ ზემოთნახსენებ თხელი დრეკადი სტრუქტურებს და მათგან შექმნილი კოსტრუქციებს განვიხილავთ როგორც სამგანზომილებიან დრეკად სხეულებს, მაშინ ისინი შეგვიძლია აღვწეროთ მათემატიკურად კარგად დასაბუთებული სამგანზომილებიანი მოდელის ფარგლებში. კერძოდ, ჩვენ განვიხილავთ სამგანზომილებიანი დრეკადობის თეორიის და

სითბოგამტარობის, ტალღების გავრცელების და სიტხის დინების განტოლებებს “თხელი სხეულისთვის” რომელსაც უკავია $2r$ სისქის Ω არეს S შუა ზედაპირით. განტოლებების სკალირება ხდება სისქის პარამეტრის $\varepsilon = \dfrac{\text{firfitis sisqe}}{\text{firfitis diametri}}$ მიმართ. შემდეგ გამოვიკვლევთ, თუ რა ხდება, როდესაც სისქის პარამეტრი ε ნულისკენ მიისწრაფის. თუმცა მათემატიკური ანალიზის თვალსაზრისით სიტუაცია არც ისე იდილიურია, როგორც ერთი შეხედვით ჩანს. მათემატიკოსთა სხვადასხვა ჯგუფების ძალისხმევით დადგინდა, რომ გადაადგილების ველი U_ε ამ დროს სხვადასხვა განტოლების ამონახსნისკენ იკრიბება, რასაც მივყავართ გარსთა ბუნებრივ კლასიფიკაციამდე. ამ დროს კრებადობა შეიძლება დამტკიცდეს იმ მეთოდებით რომლებსაც წარმატებით იყენებდნენ გარსის განტოლებების კვლევისას უკანასკნელი 2 ათწლეულის განმავლობაში და რომლებიც აღწერილია, მაგალითად მონოგრაფიაში [1-2] და სტატიებში [1-3, 1.4, 1-5, 1-10, 1-17, 1-23, 1-25, 1-27] (ფორმალური ასიმპტოტური გაშლის მეთოდი) და ახლახან გამოსულ მონოგრაფიაში [1-1] და სტატიაში [1-16] Γ-კრებადობა). მრავალ სტატიებსა და მონიგრაფიებში (იხ. მაგალითად [1-18, 1-25, 1-28]) აღწერილია განსხვავებული მიდგომები გარსთა თეორიის აგებისადმი.

თემა II: განსახორციელებელი სამეცნიერო კვლევის მიზანია შევისწავლოთ აკუსტიკური, ელექტრომაგნიტური და სითბური ტალღების გავრცელების სასაზღვრო ამოცანები რთული გეომეტრიული კონფიგურაციისა და განსაკუთრებულობის მქონე სხეულებში, კერძოდ ტალღის დიფრაქციისა და არეკვლის დირიხლე-ნეიმანი-იმპედანსის-შერეული სასაზღვრო ამოცანები განსაკუთრებულობის მქონე არეებში, როდესაც ეკრანი/ბზარი ურთიერთქმედებაშია არის საზღვართან და მას კუთხით კვეთს (იხ. [2-6, 2-7]), ან არის საზღვარი არაგლუვია (გააჩნია კუთხოვანი წერტილები (იხ. [2-1, 2-9]), ასევე სითბოს გავრცელების ამოცანები კომპოზიტურ მასალებში, კერძოდ შემოუსაზღვრელი მრავლად-ბმული არეებისთვის არაწრფივი შერეული სასაზღვრო ამოცანისთვის ამონახსნების ცხადი სახით პოვნა და მიღებული ამონახსნის საშუალებით, როგორც მთლიანი კომპოზიტის, ასევე მისი კომპონენტების ტემპერატურაზე დამოკიდებული მახასიათებლების პოვნა და ანალიზი.

წარმოდგენილი პროექტით განსახორციელებელი სამეცნიერო კვლევა ძირითადად არმოადგენს ამ მიმართულებებით დაწყებული კვლევების (იხ. [2-1] - [2-10]) გაგრძელებას.

თემა III: პოტენციალთა მეთოდისა და ფსევდოდიფერენციალური განტოლებების გამოყენებით შევისწავლით თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის თეორიის დინამიკის სამგანზომილე-ბიანი ამოცანებს ერთგვაროვანი, უბნობრივად ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი ანიზოტროპული მრავალკომპონენტიანი კომპოზიტური სხეულებისათვის დავადგენთ დასმული ამოცანების კორექტულობას; აღვწერთ ამონახსნთა რეგულარობასა და ასიმპტოტურ თვისებებს და თერმოდრეკადი და ელექტრო-მაგნიტური ველების სინგულარობებს; ეფექტურად გამოვთვლით ძაბვების სინგულარობების ექსპონენტებს და დავადგენთ მატერიალურ პარამეტრებზე მათი დამოკიდებულების ხასიათს. ბზარის ამოცანების რიცხვითი ანალიზისთვის განვავითარებთ და დავასაბუთებთ ფუნდამენტური ამონახსნების მეთოდს. ამ მეთოდის გამოვიყენებთ ზოგიერთი მოდელური ბზარის ამოცანებისთვის და გავანალიზებთ მიღებულ შედეგებს.

თემა IV: პროექტში კვლევის ობიექტებს წარმოადგენს ამოცანები მექანიკასა და ფიზიკის სხვა დარგებში რომლებსაც მივყავართ ვარიაციულ და კვაზივარიაციული უტოლობებამდე. განხილუ–ლი იქნება კვაზივარიაციულ უტოლობები მეორე რიგის ელიფსური სკალარული წრფივი დიფე–რენციალური ოპერატორისთვის როგორც ცალმხრივი ისე ორმხრივი არაცხადი სასაზღვრო წინა–ღობით. ამ ამოცანებისთვის დაგეგმილია ამონახსნის არსებობის და ერთადერთობის საკითხის შესწავლა, ასევე მდგრადობის დამტკიცება და იტერაციების აგება – ამონახსნის მიახლოება ვარიაციული უტოლობების ამონახსნებით, ნაშთითი წევრის შეფასება.

განხილული იქნება აგრეთვე ვარიაციულ და კვაზივარიაციული უტოლობებები ელიფსური სიტემებისთვისაც კლასიკურ და ჰემიტროპულ დრეკადობის თეორიაში. კლასიკურ დრეკადობის თეორიაში შევისწავლით დრეკადი და მყარი სხეულის ორ საკონტაქტო ამოცანას ბუნებრივი შეუღწევადობის პირობით, რომელთაგან ერთი მიიყვანება ვარიაციულ, ხოლო მეორე კვაზივა–რიაციული უტოლობამდე. იგეგმება ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის, მდგრადობის და სიგლუვის საკითხების გამოკვლევა; მონაცემებზე მინიმალური სიგლუვის მოთხოვნის პირობებში ბშპ_ის შესაბამისი სასაზღვრო პირობების დაწერა.

ერთგვაროვანი ჰემიტროპული სხეულებისათვის შესწავლილ იქნება დრეკადობის თეორიის სტა–ტიკის ორი სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანა ხახუნის გათვალისწინებით. ორივე ამოცანა ფორმუ–ლირდება ვარიაციული უტოლობის სახით და მათთვის გამოკვლეული იქნება სუსტი ამონახ–სნის არსებობის და ერთადერთობის საკითხი, ასევე ამონახსნის ამოცანის მონაცემებზე უწყვე–ტად დამოკიდებულების საკითხი.

სინიორინის არაცხად ამოცანას ასევე განვიხილავთ ევოლუციური კვაზივარიაციული უტოლობის სახით, სუსტი და ძლიერი პარაბოლური ფორმულირებებით, და ბოლოს - ჰიპერბოლური ფორმულირებით.

ამ ამოცანებისთვის შეისწავლება ამონახსნის ერთადერთობის, მდგრადობის და ვარიაციული უტოლობების ამონახსნებით იტერაციების აგების საკითხები.

თემა V: მათემატიკური ფიზიკის ზემოთ დასმული ამოცანების ამოხსნადობის დადგენის შემდეგ დამუშავდება მათი რიცხვითი ამოხსნებისათვის საჭირო მეთოდები და ალგორითმები მათი პრაქტიკული ამოხსნისათვის და ამოცანასთან დაკავშირებული სხვადასხვა პარამეტრების გამოსათვლელად.

2.3. თემის აქტუალობა და სიახლე, კვლევის მეთოდოლოგია:

თემა I: თუ გავითვალისწინებთ გარსების დიდ მნიშვნელობას თანამედროვე საინჟინრო დარგების მრავალ ამოცანაში, მეტად მნიშვნელოვანია გარსების რაც შეიძლება მარტივი და ეფექტური მოდელირება. ამ ამოცანაზე მუშაობენ ასობით მათემატიკოსი და მექანიკოსი და საკითხის აქტუალურობა არ თუ მცირდება წლების განმავლობაში, არამედ იზრდება კიდეც.

ჩვენთვის ყველაზე მნიშვნელოვანია ფრისეცკეს, ჯეიმსისა და მიულერის (Friesecke, James & Müller) თანამედროვე კვლევები რომლებშიც გარსის მოდელების მისაღებად Γ - კრებადობაა გამოყენებული (იხ. [1-16]).

გარდა განზომილების დაწევისა და ზღვრული განტოლებების გამოყვანისა, როდესაც სამგანზომილებიანი ფენის h სისქე მიისწრაფის ნულისკენ, გარსის ეფექტური მოდელის მისაღებად ძალიან მნიშვნელოვანია ისეთი ზღვრული ორგანზომილებიანი განტოლებების მიღება, რომლებიც მარტივია და ახდენენ თხელ გარსში ძაბვებისა და გადაადგილებების აპროქსიმაციას მაღალი სიზუსტით.

იმისათვის, რათა მიღებული მოდელების კვლევისა და მიახლოებითი ამონახსნის მისაღებად შესაძლებელი იყოს ცნობილი და კარგად განვითარებული მეთოდების გამოყენება, აგრეთვე მნიშვნელოვანია დავამტკიცოთ ზღვრული განტოლებების ელიფსურობა იმ შემთხვევაში, როდესაც ისინი წრფივია, ან არაწრფივი ვერსიებისთვის დავადგინოთ მათი გარკვეული თვისებები. ნაშრომებში [1-8, 1-9, 1-10, 1-11, 1-12, 1-13, 1-14] ნაჩვენები იქნა, რომ ზედაპირებზე გიუნტერისა და სტოქსის წარმოებულების აღრიცხვა ძალიან ეფექტური ინსტრუმენტია გლუვ ჰიპერზედაპირებზე კლასიკური და ახალი ტიპის განტოლებების ისეთი ფორმით ჩასაწერად, რომლებიც არსებითად ამარტივებენ მათ შემდგომ კვლევას. კერძოდ, ეს ნაჩვენები იყო ლაპლას-ბელტრამისა, ლამეს, ნავიე-სტოქსის და სხვა განტოლებების მაგალითზე [1-8, 1-9, 1-14] და კოიტერ-სანჩეს-პალენსია-სიარლეს გარსის წრფივი ასიმპტოტური მოდელის განტოლების მაგალითზე [1-10].

სრულყოფილი გამოკვლევებისათვის ძალზედ მნიშვნელოვანია მიღებული კერძოწარმოებულიანი განტოლებების ზედაპირებზე ამოხსნადობის გამოკვლევა სხვადასხვა სასაზღვრო პირობებით, მათ შორის შერეული სასაზღვრო პირობებით. ასეთი შედეგები

კარგადაა ცნობილი განტოლებებისათვის ევკლიდური სივრცის არეებზე, მაგრამ ზედაპირებზე ცნობილი იყო მხოლოდ დირიხლეს და ნეიმანის სასაზღვრო პირობების შემთხვევაში.

თემა II: კუთხოვან არეებში ელიფსური სასაზღვრო ამოცანების ზოგადი თეორია, იხ. კოსტაბელის, კონდრატიევის, დოჟის, მაზიას, პლამენევსკის, შულცეს და სხვათა შრომები, ხშირად არ იძლევა საკმარის ინფორმაციას როდესაც საქმე ეხება კონკრეტული ამოცანების ზუსტი ამონახსნების აგებას. თუ ამ კუთხით შევხედავთ, ჰელმჰოლცის განტოლებისათვის ისეთი სასაზღვრო ამოცანები როდესაც ეკრანი/ზზარი საზღვართან სხვადასხვა კუთხეს ქმნის შეუსწავლელია.

აღნიშნული ამოცანების გამოსაკვლევად დაგეგმილია პოტენციალთა მეთოდის გამოყენება, რომელიც კარგად მუშაობს ელიფსურ განტოლებებისათვის საზღვარზე შაპირო-ლოპატინსკის პირობებით. ამიტომ გვჯერა, რომ მისი გამოყენება ამჯერადაც ეფექტური იქნება.

აღსანიშნავია, რომ პოტენციალთა მეთოდით აღნიშნული ტიპის ამოცანები დაიყვანება საზღვარზე ვინერ-ჰოფს პლუს ჰანკელის ტიპის მატრიცულ ოპერატორებამდე, რომელთა მატრიცული სიმბოლოები რთული ყოფაქცევისაა, კერძოდ ოსცილირებენ უსასრულობაში. ამიტომ მათი შესწავლა ბესელის პოტენციალთა სივრცეებში ასევე მნიშვნელოვანია დასახული მიზნების წარმატებით გადაწყვეტისათვის.

ამ ორი მეთოდის კომბინირებული გამოყენების საფუძველზე შესწავლილია დირიხლესა და ნეიმანის სასაზღვრო ამოცანები აღნიშნული კონფიგურაციის პირობით და მიღებული შედეგები უკვე გამოქვეყნდა რეიტინგულ ჟურნალებში, იხ. [2-6, 2-7]. ეს საფუძველს გვაძლევს ვიმედოვნოთ, რომ წარმოდგენილი პროექტში დასახული ამოცანები ასევე წარმატებით იქნება შესწავლილი.

სიბრტყეზე შემოუსაზღვრელი მრავლადბმული არე წარმოადგენს მრავალი ჩანართის მქონე კომპოზიტური მასალის გეომეტრიულ მოდელს, ხოლო დიფერენციალური განტოლებებისთვის (მაგალითად სითბოს გავრცელების განტოლება) სასაზღვრო ამოცანები მექანიკური თვისებების (ტემპერატურა, სითბოს ნაკადი) აღსაწერად კი წარმოადგენენ მათემატიკურ მოდელს [2-11]. დასმული სასაზღვრო ამოცანების ამონახსნთა მისაღებად რამდენიმე მეთოდს გამოვიყენებთ. სითბოს გავრცელების შესაბამისი არაწრფივი განტოლება ბაიოჩის გარდაქმნით დაიყვანება ლაპლასის განტოლებაზე (იხ. [2-12]) რაც საშუალებას მოგვცემს გამოვიყენოთ კომპლექსური ცვლადის ფუნქციათა თეორია. სასაზღვრო პირობები, რომლებიც აღნიშნული გარდამნის შემდეგ არაწრფივი გახდება, გადაიწერება კომპლექსური პოტენციალების ტერმინებში და სასაზღვრო ამოცანა დაიყვანება R-წრფივად შეუღლების განტოლებათა სისტემაზე, რომელიც ფუნქციონალურ განტოლებათა მეთოდით, მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდითა და ასიმპტოტიკური მეთოდით ამოიხსნება. სისტემის ამონახსნის არსებობის შესწავლა ეფუძნება ოპერატორთა თეორიას, ხოლო ამონახსნის ასაგებად გამოვიყენებთ ეიზენშტეინის ორად-პერიოდულ სპეციალურ ფუნქციებსა და მათ მოდიფიკაციებს, რომლებიც მოხერხებულად პროგრამირდებიან მათემატიკურ პაკეტებში Maple და Matlab. კომპოზიტური მასალების თვისებების ანალიზისას ასევე გამოვიყენებთ ოპტიმიზაციის მეთოდებსა და ალბათობის თეორიას.

თემა III: უკანასკნელ წლებში რთული კომპოზიტური სტრუქტურების მათემატიკური მოდელირება და შემდგომი მათემატიკური ანალიზი სულ უფრო მნიშვნელოვანი ხდება როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული თვალსაზრისით. ეს განპირობებულია კომპოზიტური მასალების სწრაფად მზარდი გამოყენებით როგორც თანამედროვე სამრეწველო და ტექნოლოგიურ პროცესებში, ასევე ბიოლოგიაში და მედიცინაში. ბოლო ხანებში შექმნილი იქნა ბევრი მოწყობილობა, რომელიც იყენებს ახალი ტიპის მასალების რეაგირების დინამიკას ძლიერად შეუღლებული თერმული და ელექტრომაგნიტური ველების მიმართ. ასეთი შეუღლებული ველების მოდელირება და ანალიზი მოითხოვს მათემატიკურ მეთოდებს, რომლებსაც შეუძლია ზუსტად და ცალსახად ასახოს ამ სისტემებში მიმდინარე ფიზიკური პროცესები. კერძოდ, შესაბამისი მათემატიკური მოდელები ამ ტიპის კომპოზიტური სხეულებისთვის აღიწერება კერძო-წარმოებულებიანი

დიფერენციალური განტოლებებისთვის დასმული სასაზღვრო, სასაზღვრო-საკონტაქტო და ტრანსმისიის ტიპის ამოცანებით.

მათემატიკური მოდელის აღწერა და შემდგომი ანალიზი რთულდება იმ შემთხვევაში, როცა კომპოზიტური სხეული შეიცავს შიგა ან მოსაზღვრე არეების გამყოფ ზედაპირზე განთავსებულ ბზარებს (საკონტაქტო ბზარებს). თუ რა ტიპის პირობები უნდა დაისვას ბზარის ზედაპირებზე ელექტრული, მაგნიტური, და თერმული ველების ურთიერთქმედების აღსაწერად დღემდე არ არის საბოლოოდ დადგენილი და თანამედროვე ეტაპზეც კი დისკუსიისა და განსჯის საგანს წარმოადგენს (იხ. [3-29], [3-38], [3-39] და იქ ციტირებული ლიტერატურა).

რთული კომპოზიტური სხეულისთვის, რომელსაც გააჩნია საკონტაქტო ბზარები, ტრანსმისიის შერეული ტიპის ამოცანების შემთხვევაში ძაბვის სინგულარობის მაჩვენებლები არსებითად არის დამოკიდებული მასალის პარამეტრებზე და სხეულის გეომეტრიულ მახასიათებლებზე. მათი გამოთვლა მნიშვნელოვანია პრაქტიკული თვალსაზრისით და ძალზე რთულ ამოცანას წარმოადგენს (იხ. [3-5], [3-3]). ამიტომ სასურველია ეფექტური მათემატიკური მეთოდების შექმნა ამ მაჩვენებლების დასათვლელად. ზოგ შემთხვევაში ისინი საშუალებას იძლევიან მივუთითოთ ნაკეთობაში ბზარების წარმოქმნისა და გავრცელების თვალსაზრისით ყველაზე საშიში ადგილები.

აღნიშნული ამოცანების ანალიზის ძირითადი ინსტრუმენტებია: განზოგადებულ პოტენციალთა მეთოდი, ფსევდოდიფერენციალური განტოლებების თეორია, ლაპლასის გარდაქმნა, ფუნდამენტურ ამონახსნთა მეთოდი, ლოკალიზებული პარამეტრიქსის მეთოდი.

ლაპლასის გარდაქმნის გამოყენებით ზემოთხსენებული დინამიკური ამოცანები დაიყვანება კომპლექსურ პარამეტრზე დამოკიდებულ ელიფსურ ამოცანებზე. შემდეგ ჩვენ განვავითარებთ პოტენციალთა მეთოდს შესაბამისი ელიფსური ამოცანებისთვის და ფსევდოდიფერენციალური ოპერატორების თეორიის გამოყენებით შევისწავლით ამონახსნთა არსებობას, ერთადერთობას, რეგულარობას და მათ ასიმპტოტურ თვისებებს ბზარის კიდეების, განსხვავებული ტიპის სასაზღვრო პირობების გამყოფი წირების ან საკონტაქტო ზედაპირისა და კომპოზიტური სხეულის გარე ზედაპირის გადაკვეთის წირების მახლობლობაში.

ამის შემდეგ ჩვენ დავადგენთ მიღებული ელიფსური ამოცანების ამონახსნების შეფასებებს კომპლექსური პარამეტრის მიმართ და ლაპლასის შებრუნებული გარდაქმნის გამოყენებით ავაგებთ თავდაპირველი დინამიკური ამოცანების ამონახსნებს. ასევე დადგინდება ელიფსური ამოცანების ამონახსნების ასიმპტოტური დაშლის კოეფიციენტებისა და ნაშთითი წევრის შეფასებები კომპლექსური პარამეტრის მიმართ და ლაპლასის შებრუნებული გარდაქმნით დაიწერება დინამიკური ამოცანების ამონახსნების ასიმპტოტური წარმოდგენის ფორმულები.

შემოთავაზებულ კვლევას ჩვენ განვიხილავთ როგორც პიეზოელექტრულ თეორიასთან და ლოკალიზებულ თეორიასთან დაკავშირებული ჩვენი წინა კვლევების (იხ. [3-1]-[3-8], [3-11]-[3-28], [3-32]-[3-37]) არატრივიალურ და ბუნებრივ გაგრძელებასა და გაფართოებას უფრო რთული ამოცანებისათვის.

თემა IV: პროექტში განსახილველი ყველა ამოცანა ყალიბდება ვარიაციული და კვაზივარია–ციული უტოლობების სახით. ვარიაციული უტოლობების სახით ფორმულირდება ამოცანები დრეკადობის თეორიაში, ჰიდროდინამიკაში, თერმოდინამიკაში, ელექტროდინამიკაში და ფიზი–კის სხვა დარგებში [4-2]. ისინი წარმოადგენენ ამოცანების არაწრფივ მოდელებს და ფიზიკურ პროცესებს აღწერენ რეალობასთან უფრო ახლოს ვიდრე წრფივი დიფერენციალური გან–ტოლებები. კვაზივარიაციული უტოლობის შემთხვევაში სიმრავლე რომელზეც განიხილება ვარიაციული უტოლობა დამოკიდებულია თავად ამონახსნზე. ამ ტიპის უტოლობები შემოიღეს ბენსუსანმა და ლიონსმა იმპულსურ სტოქასტური მართვის ამოცანების ამოსახსნელად. შემდგომში მრავალი ავტორის მიერ ასეთი უტოლობები გამოიყენებოდა სხვადასხვა ფიზიკურ ამოცანებში.

კვაზივარიაციული უტოლობების კერძოდ არაცხადწინაღობიანი ამოცანების ამონახსნის ერთადერთობის და აპროქსიმაციის საკითხების კვლევაში მხოლოდ უწყვეტობის მეთოდი ნაკლებეფექტურია, ვინაიდან ასეთ დროს უმეტესად ვეყრდნობით შაუდერის თეორემას

უძრავი წერტილის შესახებ (გარდა იმ შემთხვევისა როდესაც შესაბამისი ასახვა არის კუმშვითი), ეს კი არ გვაძლევს ინფორმაციას ამონახსნთა რაოდენობაზე და მათ მიახლოვებებზე. როდესაც წინაღობის ოპერატორს აქვს ზრდადობის თვისება წერტილობრივი აზრით ($u \leq v \;\Rightarrow\; M(u) \leq M(v)$, *ორივე უტოლობა გვესმის "თითქმის ყველგან" აზრით),* მაშინ სპეციალურად შერჩეული ასახვის უძრავი წერტილების გამოსაკვლევად იყენებენ მონოტონურობის მეთოდს, ბირხოფის და ტარტარის თეორემებზე დაყრდნობით (იხ [4-16]), რომელიც იძლევა მინიმალური და მაქსიმალური ამონახსნების არსებობის და მათი იტერაციის შესაძლებლობას.

სინიორინის არაცხად ამოცანაში (**სამ**) წინაღობის სასაზღვრო ოპერატორი არ არის მონოტონური ზემოთაღნიშნული აზრით, ვინაიდან შეიცავს ამონახსნის კონორმალით წარმოებულს. სწორედ ამიტომ ავტორები Lions, Bensoussan, Mosco,Vescan **სამ**_ს იკვლევდნენ უწყვეტობის მეთოდით რაც იძლეოდა ამონახსნის არსებობას, ხოლო ერთადერთობის საკითხი რჩებოდა ღიად იხ. [4-1] Chapt. 4, Sec. 7, [4-13], [4-17]. ავტორიPSiddiqi [4-15] მიუთითებს **სამ**_ის მრავალმხრივ ფიზიკურ ინტერპრეტაციაზე და ამონახსნის ერთადერთობას, მდგრადობას და აპროქსიმაციებს განიხილავს ღია საკითხებად.

ჩვენს ნაშრომში [4-3] ამონახსნის ერთადერთობა დამტკიცებულია მონაცემებზე დამატებითი შეზღუდვების გარეშე, წინაღობის ოპერატორისთვის გარკვეული აზრით კლებადობის თვისების დამტკიცებით, რაც საშუალებას იძლევა ამოცანის გამოკვლევის მონოტონურობისა და უწყვეტობის მეთოდების კომბინირებით.

ამ შედეგს 2002 წელს დადებითად გამოხმაურა ამ ამოცანის ერთ-ერთი ავტორი ალან ბენსუსანი.

პროექტში განხილული კვაზივარიაციული უტოლობებისთვის ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის და ამონახსნთა იტერაციების საკითხთა კვლევა ჩატარდება შესაბამისად შერჩეული ასახვის უძრავი წერტილების რაოდენობის და მათი აპროქსიმაციის შესწავლის საშუალებით. ამისთვის გამოვიყენებთ მონოტონურობის და უწყვეტობის მეთოდებს და მათ კომბინაციას, მიუხედავათ იმისა რომ არც **სამ**_ში და არც მისი ანალოგიით დასმულ ევოლუციურ ან ორმხრივ ელიფსურ ამოცანებში წინაღობის ოპერატორებს არ აქვთ წერტილობრივი ზრდადობა-კლებადობის თვისება.

კლასიკური დრეკადობის თეორიის სტატიკურ მოდელში დაგეგმილია შევისწავლოთ ანი–ზოტროპული არაერთგვაროვანი დრეკადი და მყარი სხეულების საკონტაქტო ამოცანა ხახუნის გარეშე, როდესაც მყარი სხეულის საკონტაქტო ზედაპირი არის ამოზნექილი. კონტაქტი აღიწე–რება *ბუნებრივი შეუღწევადობის პირობით.* ლიტერატურაში ცნობილი სინიორინის პირობები რომლებიც ხშირად გამოიყენებიან მსგავსი კონტაქტის აღსაწერად, ზემოთაღნიშნული პირობიდან მიიღებიან $\partial u_i/\partial x_j \cdot u_j(x)$, $\partial u_i/\partial x_3 \cdot u_j(x)$ წევრების იგნორირებთ ($\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ გადაადგილების ვექტორია) ძირითადად იმ დაშვების საფუძველზე რომ დრეკადი სხეულისთვის შესაძლებელია მხოლოდ უსასრულოდ მცირე დეფორმაციები და გადაადგილებები (რაც არ იგულისხმება კლასიკური წრფივი დრეკადობის თეორიის მოდელში), ასევე სხვა შემზღუდავი დაშვებებით, რომელთაგან მნიშვნელოვანია საკონტაქტო ზედაპირების საკმარისი სიახლოვე და მათი ნორმალების პარალელობა. (იხ. [4-12], chapt 2). ჩვენი მიზანია თავი ავარიდოთ ამ პროცედურებს და განვიხილოთ მინიმიზაციის ამოცანა ბშპ-ით, მხოლოდ იმ დაშვებით რომ მყარი სხეულის საკონტაქტო ზედაპირი აღიწერება უწყვეტი ჩაზნექილი ფუნქცით. ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის საკითხს შევისწავლით ვარიაციულ უტოლობათა ზოგადი თეორიის გამოყენებით. სპეციალური ტესტური ფუნქციების ჩასმის საშუალებით დავწერთ **ბშპ**–ის ექვივალენტურ სასაზღვრო პირობებს.

შემდეგ იგივე ამოცანას განვიხილავთ იმ შემთხვევაში, როდესაც დრეკადი სხეულის ზემოქმე–დებით ხისტი ჩარჩო დეფორმაციის გარეშე გადაადგილდება წრფივად. შესაბამისი კვაზივარიაციული უტოლობის გამოსაკვლევად გამოვიყენებთ უწყვეტობის მეთოდს. ვარიაციული უტოლობის ამონახსნთა სიგლუვეს შევისწავლით ჯარიმის ოპერატორის გამოვიყენებთ.

ლიტერატურაში ამ მოდელის განხილვის მაგალითი პროექტის ავტორებისთვის უცნობია.

შესწავლილი იქნება სასაზღვრო–საკონტაქტო ამოცანები ხახუნის ეფექტის გათვალისწინებით ერთგვაროვანი ჰემიტროპული სხეულებისათვის. ამოცანებს სტეკლოვ–პუანკარეს ოპერატორის სა–შუალებით ეკვივალენტურად დავიყვანთ სასაზღვრო ვარიაციულ უტოლობაზე და შემდეგ მოხდება მათი გამოკვლევა ვარიაციულ უტოლობათა შესახებ ცნობილი ზოგადი თეორიის გამოყენებით.

თემა V: არ წარმოადგენს სირთულეს იმის გააზრება თუ რაოდენ მნიშვნელოვანია თეორიულად დამუშავებული პრაქტიკული ამოცანების რიცხვითი ამოხსნების მეთოდოლოგიისა და ალგორითმების დადგენა თეორიულად მიღებული შედეგების ტესტირებისა და მათი პრაქტიკაში დანერგვის მიზნით.

3. არსებული ლიტერატურული მონაცემები (რა არის გაკეთებული, როგორ იყენებენ მიღებულ შედეგებს):

თემა I: გამომდინარე გარსთა თეორიის ძალზედ დიდი გამოყენებითი მნიშვნელობისაგან, შექმნილია ათობით მოდელი და ყოველწლიურად ამ თემაზე იბეჭდება ასობით რა ათასობით ნაშრომი. მათი რაოდენობა არა თუ იკლებს, არამედ იზრება ყოველწლიურად. მათი სრული მიმოხილვა უიმედო საქმეა და ჩვენ შევეხებით მხოლოდ განსაკუთრებულად წარმატებულ მოდელებს.

წრფივი დრეკადი გარსების მოდელირებისთვის გამოიყენებულ არსებითად განსხვავებული მიდგომებს შორის უნდა დავიწყოთ ძმები კოსერების (Cosserats) პიონერული ნაშრომიდან (1909). ამ ნაშრომის შემდგომ მნიშვნელოვანი წვლილი გარსთა თეორიის განვითარებაში შეიტანეს გოლდენვეიზერმა (Goldenveiser, 1961), ნახდიმ (Naghdi, 1963), ვეკუამ (Vekua, 1965), ნოვოჟილოვმა (Novozhilov, 1970), კოიტერმა (Koiter, 1970) და მრავალმა სხვამ. მოგვიანებით ნაჩვენები იქნა ამ თეორიების ფარგლებში მიღებული კერძო წარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების ელიფსურობა ცილინდრული გარსისთვის რუჟის მიერ (Roug'e, 1969), ნახდის მიერ განხილული გარსის მოდელისთვის კოუტრისის მიერ (Coutris, 1973), ვეკუას მიერ განხილული გარსის მოდელისთვის გორდეზიანის მიერ (Gordeziani, 1974), ნოვოჟილოვის მიერ განხილული გარსის მოდელისთვის შოიკეტის მიერ (Shoikhet, 1974), კოიტერის მიერ განხილული გარსის მოდელისთვის სიარლესა და მიარას მიერ (იხ. მონოგრაფიები და ნაშრომები [1-2, 1-4, 1-5, 1-26] მიმოხილვისა და შემდგომი მითითებებისთვის).

უკვე არსებული მოდელებიდან ერთ-ერთი ყველაზე წარმატებულია კოიტერის მოდელი, რომელსაც ხშირად იყენებენ საინჟინრო გათვლებში. ნაშრომში [1-10] მოცემული პროექტის ხელმძღვანელის მიერ ნაჩვენები იყო თუ რაოდენ მარტივია გიუნტერის წარმოებულებში ჩაწერილი გარსის განტოლება კოიტერის მოდელთან შედარებით.

თემა II: მიუხედავად მათემატიკოსების დიდი დაინტერესებისა ჰელმჰოლცის განტოლებების ანალიზი არაგლუვი ზედაპირებისათვის ისევ აქტუალურია, იხ. დუდუჩავას, კასტროს, კაპანაძის, კოლტონის, კრესის, კრუტიტსკის, მაისტერის, მერზონის, პენზელის, ტეიშეირას, შპეკისა და სხვათა შრომები. კომპოზიტური მასალების კვლევისას აღსანიშნავია ის სხვადასხვა მიმართულება, რომლებიც დაკავშირებულია კომპოზიტური მასალების მოდელების აგებასთან და მათი თვისებების ანალიზთან: ოპტიმალური დიზაინის კლასის ამოცანები, ჰომოგენიზაციის მეთოდი, ასიმპტოტიკური ანალიზი და ჰარმონიული და ანალიზური ფუნქციებისათვის სასაზღვრო ამოცანების შესწავლა. ამ უკანასკნელი მიმართულებით აღსანიშნავია პაპანიკოლაუს, ბერგმანის, გრიკოლუკის, ფილშტეინის, ადლერის, ობნოსოვის, მიწუშევის, ბერლიანდის, კასტროს, პესეცკაიას შრომები.

თემა III: დიდი თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობის გამო განზოგადოებული თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის ამოცანები ძალიან პოპულარულია მათემატი-კოსებსა და ინჟინერ მკვლევარებს შორის. საკმარისია აღინიშნოს, რომ უკანასკნელ

ათწლეულში ამ თემატიკაში ყოველწლიურად საშუალოდ 1000-ზე მეტი სამეცნიერო ნაშრომი ქვეყნდებოდა. მათი დიდი ნაწილი საინჟინრო-ტექნიკური ხასიათის სტატიებია. შეუღლებული ველების ურთიერთქმედების რთული ხასიათის გამო ამ ნაშრომების უმრავლესობაში განხილულია ორგანზომილებიანი სტატიკის მოდელები, ან მიღებულია დამატებითი დაშვებები, რომლებიც არსებითად ამარტივებს თერმო-მექანიკურ და ელექტრო-მაგნიტურ ველებს შორის ურთიერთქმედების აღწერას. ნაშრომთა მხოლოდ მცირე რაოდენობა ეხება სამგანზომილებიანი დინამიკური ამოცანების თეორიულ ასპექტებს თერმო-მექანიკურ და ელექტრო-მაგნიტურ ველებს შორის სრული შეუღლების შემთხვევაში (იხ. მაგალითად, [3-9], [3-10], [3-29] - [3-31] და იქ ციტირებული ლიტერატურა). სამეცნიერო კვლევის ამ ხარვეზების აღმოფხვრა და დინამიკის ამოცანების მკაცრი მათემატიკური შესწავლა არის წარმოდგენილი კვლევის მთავარი მიზანი.

თემა IV: სინიორინის არაცხადი ამოცანას გააჩნია მრავალი ფიზიკური ინტერპრეტაცია და ის ფართოდ განხილვადია ლიტერატურაში იხ. [4-1], [4-13], [4-15], [4-17]. მაგალითად [4-13]_ში მოყვანილია მისი ჰიდროდინამიკური ინტერპრეტაცია. **ს ა მ**–ისთვის დამტკიცებულია ამონახსნის არსებობა ([4-1], [4-13], [4-15]) და ერთადერთობა იხ [4-3]. შესასწავლია მდგრადობა და რიცხვითი ამონახსნები. კვლევა დაგეგმილია ამ მიმართულებით. ამ ამოცანისთვის პროექტში გათვალისწინებული ორმხრივშეზღუდვებიანი და ევოლუციური ვარიანტები გამოკვლეული არა არის (ვინაიდან თავდაპირველი ვარიანტია არასრულად გამოკვლეული). ეს ვარიანტები **ს ა მ**–თან ერთად წარმოადგენენ ინტერესის საგანს როგორც ფიზიკური ისე მათემატიკური თვალსაზრისით. მათი გამოკვლევა მოითხოვს კვაზივარიაციულ უტოლობებში მონოტონურობის მეთოდის შემდგომ დახვეწას და გაფართოებას; ამ მიმართულებით პირველი ნაბიჯები გადაიდგა [4-3], [4-4] და [4-18] შრომებში.

ლიტერატურაში **ბშპ**–ის საშუალებით სასაზღვრო–საკონტაქტო ამოცანის მოდელის განხილვის მაგალითი პროექტის ავტორებისთვის უცნობია. ამ ამოცანის, როგორც ფიზიკურ რეალობასთან ახლოს მდგომი მოდელის გამოკვლევა ასევე საინტერესოა ფიზიკური და მათემატიკური თვალსაზრისით.

უკანასკნელი ათი წლის მანძილზე ჩვენს მიერ დ.ნატროშვილთან და უცხოელ კოლეგებთან ერთად განიხილებოდა ზემოთ ჩამოთვლილი საკითხების ანალოგიური ამოცანები და მიღებული შედეგები ასახულია შემდეგ შრომებში: [4-4 - 4-11], [4-18].

თემა V: მათემატიკური ფიზიკის ამოცანების რიცხვითი ამოხსნებისადმი მიძღვნილია უამრავი ლიტერატურა. მაგრამ ყოველი ასეთი ამოცანა ინდივიდუალურია და მათი თეორიული დამუშავების შემდეგ აუცილებელია მათთვის შესაბამისი რიცხვითი მეთოდის ადაპტაცია. ჯგუფის წევრებს გააჩნიათ ასეთი მეთოდების და ალგორითმების აგების გამოცდილება (იხ. მეორე თემის ნაშრომები [2, 10]).

თემაში მონაწილე თანამშრომელთა მიერ გამოქვეყნებული მონოგრაფიების და ნაშრომების რაოდენობრივი მაჩვენებლები

N	გვარი, სახელი	როლი საგრ. პროექტში	გამოქვეყნ. მონოგრაფ.	გამოქვეყნ. ნაშრომები	მათ შორის იმპაქტ-ფაქტ. ჟურნალებში
1	დუდუჩავა როლანდი	ხელმძღვანელი	4	108	46
2	ჭკადუა ოთარი	შემსრულებელი	1	60	21
3	კაპანაძე დავითი	შემსრულებელი	1	32	24
4	ბუჩუკური თენგიზი	შემსრულებელი	1	39	15
5	გაჩეჩილაძე როლანდი	შემსრულებელი	0	37	8
6	პესეცკაია ეკატერინე	შემსრულებელი	0	20	11
7	გაჩეჩილაძე ავთანდილი	შემსრულებელი	0	16	7
8	ტეფნაძე გიორგი	სტაჟიორი	0	16	12
9	ცაავა მედეა	სტაჟიორი	0	3	2
10	წუწუნავა თამთა	სტაჟიორი	0	0	0

თუ როგორ იყენებენ მიღებულ შედეგებს ფუნდამენტურ კვლევებში ამის საუკეთესო მაჩვენებე-ლია **ციტირების ინდექსები.** წარმოგიდგენთ

თემაში მონაწილე თანამშრომელთა ციტირების ინდექსები
(2014 წლის 27 იანვრის მონაცემები)

1. **Thomson-Reuter**-ის მიხედვით **ყველა ციტირება / თვითციტირების გარეშე** / h-ინდექსი; ითვალისწინებს **მხოლოდ პირველი კლასის ჟურნალების ციტირებებს** (იმპაქტ-ფაქტორიანი და კიდევ ძალზედ ავტორიტეტული Peer-Reviwed რამდენიმე ჟურნალი). მნიშვნელოვანია, რომ **გამოყოფილია ციტირებები თვითციტირების გარეშე, რაც სხვაგან არ გვხვდება.**
2. **Harzing's Publish or Perish** ანუ **Google**-ის მიხედვით / h-ინდექსი; ითვალისწინებს ციტირებებს
   ყველა გამოცემის მიხედვით, მათ შორის ინტერნეტში დადებული სტატიებიდან.
3. ამერიკის მათემატიკური საზოგადოების **MathSciNet (AMS)** -ის მიხედვით., **ციტირება / მაციტირებელ ავტორთა რაოდენობა;** შერჩეული ჟურნალები შემთხვევითია და ბევრი იმპაქტ-ფაქტორიანი ჟურნალი სიაში არ არის, სამაგიეროდ ბევრია სიაში სუსტი
4. ნაშრომის ციტირება სხვა ავტორის მიერ დაწერილ მონოგრაფიაში

N	გვარი, სახელი	ციტირება Thomson-Reuter სრული /თვითციტ. გარეშე h-ინდექსი	ციტირება Publish or Perish / h-ინდექსი	ციტირება MathSci Net (AMS) /ავტორები	ციტირება სხვა ავტორების მონოგრაფიებში
1	დუდუჩავა როლანდი	298 / 218 / 10	1090 / 17	265 / 164	146-ჯერ 43 მონოგრაფ.
2	ჭკადუა ოთარი	64 / 31 / 5	327 / 10	75 / 30	31-ჯერ 9 მონოგრაფ.
3	კაპანაძე დავითი	52 / 41 / 4	204 / 7	61 / 32	11-ჯერ 3 მონოგრაფ.
4	ბუჩუკური თენგიზი	12 / 7 / 3	123 / 7	24 / 20	7-ჯერ 3 მონოგრაფ.
5	გაჩეჩილაძე როლანდი	16 / 11 / 2	25 / 3	9 / 6	4-ჯერ 1 მონოგრაფ.
6	პესეცკაია ეკატერინე	20 / 20 / 3	78 / 6	9 / 6	4-ჯერ 2 მონოგრაფ.
7	გაჩეჩილაძე ავთანდილი	21 / 17 / 3	22 / 2	7 / 4	0
8	**2 სტაჟიორი**				

4. პროექტის არსი და მეცნიერული ღირებულება:

თემა I: როგორც უკვე აღვნიშნეთ, გარსები და მათი შემცველი დეტალები გვხვდება მთელ რიგ კონსტრუქციებში, რომლებიც მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ თანამედროვე საინჟინრო ტექნიკაში. ამიტომაც სამგანზომილებიანი მოდელებსა და მათ ორგანზომილებიან ანალოგებს შორის დამოკიდებულების გააზრება და აღწერა ფუნდამენტური მნიშვნელობის პრობლემაა. არსებობს ბევრი ასეთი ურთიერთგანსხვავებული თეორია და მათი გამოყვანის კანონიერება და მათი სისწორე მრავალი ცხარე კამათის საგანი იყო უწყვეტ ტანთა მექანიკისა და გამოყენებითი მათემატიკის სფეროში მომუშავე მეცნიერებს შორის. ერთის მხრივ ეს განტოლებები ფართოდ გამოიყენება ინჟინრებისა და არაწრფივი ანალიზის სფეროში მომუშავე სპეციალისტების მიერ, მეორეს მხრივ მათი გამოყვანის კანონიერება მკაცრი კრიტიკის საგანს წარმოადგენს. ასეთი ურთერთსაწინააღმდეგო დამოკიდებულების დამახასიათებელი მაგალითია ფირფიტების ფონ კარმანის (von Karman) თეორია. ტრუსდელი (Truesdell), ვილაჯიო (Willagio) და სხვები მოიხსენიებენ ფონ კარმანის შედეგებს როგორც "ცუდი თეორიის" მაგალითს. ახლახან გამოსულ ნაშრომში [1-16] ავტორებმა მათემატიკურად მკაცრად გამოიყვანეს ფონ კარმანის თეორია სამგანზომილებიანი თეორიიდან Γ-კრებადობის გამოყენებით.

ამის გამო ნებისმიერი მნიშვნელოვანი პროგრესი გარსის განტოლებების კვლევაში წარმოადგენს ინტერესს პრაქტიკული გამოყენებების თვალსაზრისით. განსაკუთრებით ღირებულია შედეგები, რომლებსაც მივყავართ გამარტივებისკენ შესაბამისი მიახლოებითი ამონახსნების მეთოდებში. ასეთებია, მაგალითად სხვადასხვა ტიპის კორნის უტოლობები,

ორგანზომილებიანი განტოლებების ამოხსნადობის თვისებები, მიახლოებითი ამონახსნის კრებადობის შეფასებები.

გიუნტერის წარმოებულის გამოყენების უპირატესობა მდგომარეობს იმაში, რომ ზედაპირული დიფერენციალური ოპერატორები წარმოიდგინება ერთი გლობალური ერთეულოვანი ნორმალის ვექტორული ველით, მაშინ როდესაც კლასიკური მიდგომა არანაკლებ 6 ვექტორულ - როგორც კოვარიანტულ ასევე კონტრავარიანტულ ველს მოითხოვს. სხვა უპირატესობა მდგომარეობს იმაში, რომ ოპერატორებს მარტივი სახე აქვთ. მაგალითად, ლამეს ოპერატორის მთავარი ნაწილი იგივეა, რაც ბრტყელი შემთხვევისათვის ვექტორულ სივრცეში. გარდა ამისა გიუნტერის ოპერატორების აღრიცხვა საშუალებას იძლევა ზუსტად დაიწეროს სასაზღვრო ამოცანის შესაბამისი გრინის ფორმულა ზედაპირზე, და თუ ჩვენ გაგვაჩნია ფუნდამენტური ამონახსნი, გამოვიყენოთ პოტენციალთა მეთოდი. რომელსაც დაყავს სასაზღვრო ამოცანა ზედაპირის საზღვარზე განსაზღვრულ ექვივალენტურ ფსევდოდიფერენციალურ განტოლებაზე, ე. ი. წირზე განსზღვრულ ინტეგროდიფერენციალურ განტოლებაზე. ეს აადვილებს გამოთვლითი მეთოდების გამოყენებას და ზრდის გამოთვლების ეფექტურობას, რაც მეტად მნიშვნელოვანია საინჟინრო გამოთვლებში მათი გამოყენების თვალსაზრისით.

თემა II: მათემატიკოსთა დიდ ყურადღებას იპყრობს ის რთული მათემატიკური ამოცანები, რომლებიც აკუსტიკური, ელექტრომაგნიტურ და სითბურ ტალღებთან დაკავშირებული პროცესების კვლევის დროს სხვადასხვა მახასიათებლების აღწერა და ანალიზისთვის არის საჭირო. რადგან აკუსტიკური, ელექტრომაგნიტური და სითბური ტალღები დიდ ინტერესს წარმოადგენს როგორც გამოყენებითი მეცნიერებისათვის, ასევე რეალურ ცხოვრებაში ტელოკომუნიკაციებში, სამშენებლო კონსტრუქციებში და სამედიცინო მიზნებისთვის. ამიტომ ვთვლით, რომ პროექტში წარმოდგენილი საკითხების შესწავლა და უფრო სრულყოფილი ცოდნის მიღება, რიცხვითი გამოთვლებისთვის ალგორითმების შემუშავება მნიშვნელოვნად დაეხმარება ტექნიკურ პროგრესაც.

თემა III: ზემოთაღწერილი ამოცანები საინტერესოა როგორც თეორიული, ასევე საინჟინრო და სამრეწველო თვალსაზრისით, მათი გამოყენება შესაძლებელია ბიოლოგიური და სამედიცინო მიზნებისთვისაც. მაგალითად, როგორც ახლახან იქნა დადგენილი, თავისი ფიზიკო-ქიმიური, დიელექტრიკული და პიეზოელექტრული თვისებების გამო *ანიონური კოლაგენის* და *კოლაგენ-ჰიდროქსიაპატიტის* კომპოზიტები შეიძლება გამოყენებულ იქნას უჯრედების ზრდისთვის და ძვლების რეგენერაციის სისტემებში – კოლაგენური ბოჭკოების სტრუქტურები იწვევენ აპატიტის კრისტალების წარმოქმნას, რომლებიც ძვლებში არსებულის ანალოგიურია. კლინიკურად აგრეთვე დასაბუთებულია, რომ ელქტრომაგნიტური ველის მოქმედება აჩქარებს ძვლების აღდგენის პროცესს.

ასეთი შეუღლებული ველების მოდელირება და ანალიზი მოითხოვს მათემატიკურ მეთოდებს, რომლებსაც შეუძლია ზუსტად და ცალსახად ასახოს ამ სისტემებში მიმდინარე ფიზიკური პროცესები, კერძოდ, შესაბამისი მათემატიკური მოდელები ამ ტიპის კომპოზიტური სხეულებისთვის აღიწერება კერძო-წარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისთვის დასმული სასაზღვრო, სასაზღვრო-საკონტაქტო და ტრანსმისიის ტიპის ამოცანებით.

ამ მხრივ ყველაზე რთული და მნიშვნელოვანია გამოკვლეული იქნას, თუ რამდენად კორექტულად არის დასმული შესაბამისი მათემატიკური ამოცანა, კერძოდ, ამონახსნების არსებობის, ერთადერთობის, სიგლუვისა და ასიმპტოტური თვისებების შესწავლა და კვლევის შედეგებზე დაფუძნებული ეფექტური რიცხვითი ალგორითმების აგება ძირითადი თერმომექანიკური და ელექტრომაგნიტური მახასიათებლების გამოსათვლელად (მაგალითად, განსახილველი კომპოზიტური სხეულების თერმო-მექანიკური ძაბვისა და ელექტრომაგნიტური ველის სინგულარობის ექპონენტები ბზარის კიდეებისა და სხვა გეომეტრიული განსაკუთრებულობების მახლობლობაში, ინტენსიურობის კოეფიციენტები და ბზარის გავრცელება და სხვა).

თემა IV: პროექტში განხილული ამოცანები სხვადასხვა ფიზიკური შინაარსის მატარებელია და სხვა ამოცანებთან შედარებით აქვთ გარკვეული უპირატესობები აღწერონ ფიზიკური პროცესები უფრო სრულყოფილად. ამდენად მათი ამონახსების კვლევა სიგლუვისა და რიცხვითი მეთოდების თვალსაზრისით პრაქტიკულ მნიშვნელობას იძენს, ხოლო ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის და მდგრადობის დამტკიცება დამატებით ამოწმებს ამ ამოცანების რეალურ პროცესებთან შესაბამისობას. ამავე დროს, ზოგი ამოცანისთვის პროექტით გათვალისწინებული შედეგების მიღება გახდება საფუძველი ამ მიმართულებით კვლევის გაგრძელების და ამოცანის მოდელის უფრო სრულყოფის თვალსაზრისით.

ასევე პროექტის ფარგლებში ჩატარებული კვლევა უფრო სრულყოფს მონოტონურობის მეთოდს ელიფსური და ევოლუციური კავაზივარიაციული უტოლობებისთვის და გააფართოვებს მისი გამოყენების არეალს.

პროექტით გათვალისწინებული შედეგები დასრულებულ სახეს მისცემს მრავალი ფიზი–კური შინაარსის მქონე სინიორინის არაცხადი ამოცანის კვლევას, რის საფუძველზეც განხორციელდება ამ ამოცანის უფრო რთული, ევოლუციური ვარიანტების კვლევა.

თემა V: როდესაც მიღებულია მათემატიკური ფიზიკის ამოცანის თეორიულად დამუშავებული ამოხსნადობის პირობები, აუცილებელია მათი რიცხვითი ამოხსნების მეთოდოლოგიისა და ალგორითმების შემუშავება. მათი მეცნიერული ღირებულება მდგომარეობს იმაში რომ ისინი გვეხმარებიან მიღებული თეორიული შედეგების ტესტირებაში რათა მოხდეს მათი პრაქტიკაში დანერგვა. პრაქტიკაში დანერგვისას კიდევ ინჟინერი (მომხმარებელი) ორიენტირებულია მხოლოდ და მხოლოდ რიცხვით მოდელებზე და მისთვის წმინდა თეორიულ შედეგებს არ გააჩნიათ პრაქტიკული ღირებულება.

3.1. შესასრულებელი ამოცანები ეტაპების ჩვენებით და მოსალოდნელი შედეგები სათანადო ინდიკატორებით:

2014 წელი:

თემა I: ა) მიღებული იქნება თბოგამტარობის განტოლება 2-განზომილებიანი გარსისათვის ენერგიის ფუნქციონალის და Γ-კრებადობის გამოყენებით.
ბ) ზედაპირიდან მიმდებარე სივრცეში ერთეულოვანი ნორმალური ვექტორული ველის გავრცელების შესაძლებლობა ისე რომ მიღებული ველი იყოს გრადიენტული.
გ) შერეული (დირიხლე-ნეიმანის) სასაზღვრო ამოცანისათვის ლაპლას-ბელტრამის განტოლების შემთხვევაში ღია ჰიპერზედაპირზე დამტკიცებული იქნება ამოხსნის არსებობა და ერთადერთობა ორი სხვადასხვა მიდგომით როგორც კლასიკური H^1, ასევე არაკლასიკური H_p^1 დასმით.

თემა II: ა) დირიხლეს, ნეიმანის და შერეული (დირიხლე-ნეიმანის) სასაზღვრო ამოცანებისათვის ჰელმჰოლცის განტოლებისათვის ბრტყელ კუთხოვან არეებში მიღებული იქნება ამოხსნადობის და ამონახსნის ერთადერთობის კრიტერიუმი როგორც კლასიკური H^1 ასევე არაკლასიკური H_p^1 დასმით.

ბ) შემოუსაზღვრელი მრავლად-ბმული არეებისთვის ზოგიერთი არაწრფივი შერეული სასაზღვრო ამოცანების ზუსტი ამონახსნების პოვნა და მათი საშუალებით როგორც მთლიანი კომპოზიტური სხეულის სითბოს გამტარობის ტენზორის რიცხვითი მნიშვნელობების პოვნა და ანალიზი.

თემა III: მრავალკომპონენტიანი კომპოზიტებისთვის მათემატიკური სასაზღვრო, საკონ-ტაქტო და შიგა და ზედაპირული ბზარების პირობების ჩამოყალიბება. ამ ამოცანების კლა-სიკური ჩამოყალიბება შესაბამისი დინამიკური დიფერენციალური განტოლებისთვის დას-მული საწყის-სასაზღვრო ამოცანების ფორმით. დასმული დინამიკური ამოცანის კომპლექსურ პარამეტრზე დამოკიდებულ ელიფსურ ამოცანებამდე დაყვანა სიხშირულ

არეში ლაპლასის გარდაქმნის საშუალებით. გრინის ფორმულების გამოყვანა. ერთადერთობის თეორემების დამტკიცება დინამიკური და ელიფსური ფსევდორხევის ამოცანებისთვის.

თემა IV: ა) განხილული იქნება სინიორინის არაცხადი ამოცანა **(სამ)** – კვაზივარიაციუ–ლი უტოლობა ცალმხრივი სასაზღვრო შეზღუდვებით მეორე რიგის სკალარული ელიფსური ორადწრფივი ფორმისთვის L^{∞} Lკოეფიციენტებით. ამ ამოცანის ცალსახად ამოხსნადობა დამტკიცე–ბულია პროექტის ერთერთი ავტორის მიერ [4-3]_ში.

პროექტის ფარგლებში გათვალისწინებულია ამ ამოცანისთვის ამონახსნის მდგრადობის დამტკიცება და იტერაციების აგება – ამონახსნის მიახლოება ვარიაციული უტოლობების ამო–ნახსნებით, ნაშთითი წევრის შეფასება.

სამ–ის ამონახსნის ერთადერთობის საკითხი ექვივალენტურია სპეციალურად შერჩეული ასახვის უძრავი წერტილის ერთადერთობის. [4-3]_ში დამტკიცებულია გარკვეული ტიპის მონოტონური დამოკიდებულება ვარიაციული უტოლობის მონაცემებსა და ამონახსნს შო–რის, რის საშუალებითაც მტკიცდება F –ის კლებადობა, რაც ლიფშიცის პირობასთან ერთად უზრუნველყოფს F ასახვის უძრავი წერტილის ერთადერთობას.

ბ) იმავე წელს დაგეგმილია **სამ**–ის განხილვა ორმხრივი არაცხადი სასაზღვრო წინაღო-ბით. ამ ამოცანას დავსვავთ კორექტულად, შევისწავლით ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის და მდგარადობის საკითხს. ასევე დაგეგმილია იტერაციების აგება და ნაშთითი წევრის შეფასება.

კვლევა წარიმართება იმავე სქემით როგორც იგეგმება ცალმხრივ ამოცანაში. საჭირო იქნება მსგავსი მონოტონური დამოკიდებულების პოვნა ორმხრივი ვარიაციული უტოლობის მონაცემებ–სა და ამონახსნს შორის, როგორიც [4-3]-ში ცალმხრივი ვარიაციული უტოლობისთვის.

ინდიკატორები: გამოქვეყნებული იქნება სულ მცირე 7 სამეცნიერო ნაშრომი. შედეგები წარდგენილი იქნება მათემატიკოსთა მრავალ საერთაშორისო ვორკშოპზე და კონფერენციაზე (ლონდონი აპრილში, ამსტერდამი ივლისში, თბილისი და ბათუმი სექტემბერში) და საერთაშორისო კონგრესზე (2014 აგვისტო, სეული, სამხრეთ კორეა).

2015-2018 წლებში განზრახულია:

თემა I: საბოლოო შედეგების სახით ჩვენ მოველით: i) ფორმალური ასიმპტოტური ანალიზის გამოყენებით დრეკადი სხეულის სამგანზომილებიანი გაწრფივებული განტოლებიდან ადრე მიღებული ორგანზომილებიან გარსის წრფივ ტიპის განტოლებებისაკენ კრებადობის სრულ დასაბუთებას, როდესაც სხეულის სისქის პარამეტრი მიისწრაფის ნულისკენ; ii) მსგავსი შედეგებს ველით ორგანზომილებიანი იერარქიული მოდელების სხვა ტიპის განტო-ლებებისთვისაც, რომლებიც გამოიყვანება Γ-კრებადობის მეთოდით; iii) გამოკვლეული იქნება გამოყვანილი ორგანზომილებიანი განტოლებების ამოხსნადობის საკითხი; iv) ზოგიერთი მიღებული ორგანზომილებიანი გარსის მოდელისთვის დასბუთებული იქნება რიცხვითი მეთოდები: მიახლოებითი ამონახსნების არსებობა და აპროქსიმაციის მდგრადობა.

ასეთივე შედეგებს ველოდებით სხვა განტოლებებისათვის, მაგალითად ნავიე-სტოქსის (სითხის დინების ღწერა), ჰელმჰოლცისა და მაქსველის განტოლებებისათვის (ელექტრომაგნიტური ტალღების გავრცელება), ლაპლასის-ბელტრამის განტოლებისათვის (ტემპერატურის განაწილება გარსებში), ლამე-ბერტრანის განზოგადოებული განტოლებებისათვის თერმო და ელექტროდრეკადი გარსებისათვის და ასე შემდეგ.

თემა II: ჰელმჰოლცის განტოლებისათვის განსაკუთრებულობის მქონე უსასრულო არეებში როდესაც ეკრანი/ბზარი ურთიერთქმედებაშია არის საზღვართან და მას კუთხით კვეთს სასაზღვრო ამოცანების შესწავლა, ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის პირობების დადგენა, ზუსტი ამონახსნის აგება, როდესაც ეკრანზე მოცემულია იმპედანსის ტიპის სასაზღვრო პირობები, ხოლო ეკრანი საზღვართან $\dfrac{2\pi}{n}$ რაციონალურ კუთხეს ქმნის.

შემოუსაზღვრელი მრავლად-ბმული არეებისთვის არაწრფივი შერეული სასაზღვრო ამოცანისთვის ამონახსნების ცხადი სახით პოვნა და მიღებული ამონახსნის საშუალებით, როგორც მთლიანი კომპოზიტის, ასევე მისი კომპონენტების ტემპერატურაზე დამოკიდებული მახასიათებლების პოვნა და ანალიზი.

თემა III: ფსევდორხევის დიფერენციალური ოპერატორების ფუნდამენტური მატრიცები და მათი თვისებები პოლუსისა და უსასრულობის მიდამოში. შესაბამისი განტოლებათა სისტემის ამონახსნის ზოგადი ინტეგრალური წარმოდგენა ზედაპირული და მოცულობითი ინტეგრალების საშუალებით. პოტენციალთა და მათგან წარმოქმნილი ინტეგრალური (ფსევდო-დიფერენციალური) ოპერატორების თვისებები ჰელდერის, სობოლევ-სლობოდეცკის, ბესელის პოტენციალებისა და ბესოვის ფუნქციათა სივრცეებში. შერეული და ტრანსმისიის ტიპის ამოცანების დაყვანა ფსევდოდიფერენციალურ განტოლებათა სისტემაზე. შესაბამისი ფსევდო-დიფერენციალური ოპერატორების ფრედჰოლმურობისა და ნულ-სივრცეების გამოკვლევა. ამონახსნების არსებობა და რეგულარობა გლუვი არეებისთვის.

შერეული და ტრანსმისიის ტიპის ფსევდორხევის ამოცანების ამონახსნების ასიმპტოტური თვისებების გამოკვლევა ისეთი წირების მიდამოში, რომლებიც ერთმანეთისგან გამოყოფენ ზედაპირის ნაწილებს განსხვავებული ტიპის სასაზღვრო პირობებით, ან რომლებზეც საკონტაქტო ზედაპირი გადაკვეთს კომპოზიტური სხეულის გარე საზღვარს. ძაბვების სინგულარობების მაჩვენებლების გამოთვლა და მათი გარემოს მახასიათებლებზე და განსა-კუთრებული წირის გეომეტრიაზე დამოკიდებულების შესწავლა; ოსცილირებადი ძაბვების სინგულარობების ანალიზი.

შიდა და საკონტაქტო ბზარის ამოცანების შესწავლა ბზარის ზედაპირებზე დასმული სხვადასხვა ტიპის სასაზღვრო პირობებით. ამონახსნების ასიმპტოტური თვისებების დადგენა ბზარის კიდეების მახლობლობაში. ამ ამოცანებისთვის ძაბვების სინგულარობის მაჩვენებლების გამოთვლა და მათი დამოკიდებულების შესწავლა გარემოს მახასიათებლებზე და წირების გეომეტრიაზე.

შერეული საკონტაქტო ბზარის ფსევდორხევის ამოცანების ამონახსნთა შეფასებები კომპ-ლექსური პარამეტრის მიმართ და დინამიკის ამოცანების ამონახსნთა აგება ლაპლასის შებრუ-ნებული გარდაქმნის საშუალებით. მეთოდის მათემატიკური დასაბუთება. არაერთგვაროვანი სხეულის დირიხლესა და რობინის ტიპის სასაზღვრო ამოცანების დაყვანა შესაბამის ლოკალიზებულ სივრცულ-სასაზღვრო ინტეგრალური განტოლებების სისტემებამდე და დაყვანის ეკვივალენტურობის დამტკიცება.

დინამიკურ ამოცანების ამონახსნთა მთავარი სინგულარული წევრების დროის t ცვლადზე დამოკიდებულების შესწავლა. არაერთგვაროვანი სხეულებისთვის დირიხლესა და რობინის ტიპის სასაზღვრო ამოცანებთან დაკავშირებული ლოკალიზებულ სივრცულ-სასაზღვრო ინტეგრალური განტოლებების სისტემების ანალიზი: ფრედჰოლმურობა და შებრუნებადობა. ბზარის ამოცანებისთვის ფუნდამენტური ამონახსნების მეთოდის განვითარება და დასაბუთება. ამ მეთოდის გამოყენება ზოგიერთი მოდელური ბზარის ამოცანებისთვის და მიღებული შედეგების ანალიზი.

თემა IV: ა) კლასიკური დრეკადობის თეორიის სტატიკურ მოდელში დაგეგმილია შევისწავლოთ ანიზოტროპული არაერთგვაროვანი დრეკადი და მყარი სხეულების საკონტაქტო ამოცანა ხახუნის გარეშე, როდესაც მყარი სხეულის საკონტაქტო ზედაპირი არის ამოზნექილი. კონტაქტი აღიწერება *ბუნებრივი შეუღწევადობის პირობით* (**ბშპ**).

განვიხილავთ მინიმიზაციის ამოცანას **ბშპ**–ით, მხოლოდ იმ დაშვებით რომ მყარი სხეულის სა–კონტაქტო ზედაპირი აღიწერება საკმარისად გლუვი ჩაზნექილი ფუნქციით. შევისწავლით ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის, ასევე მდგრადობის და ამონახსნის სიგლუვის საკითხებს. დავწერთ **ბშპ**–ის ექვივალენტურ სასაზღვრო პირობებს.

ბ) იგივე ამოცანას განვიხილავთ იმ შემთხვევაში, როდესაც დრეკადი სხეულის ზემოქმედებით ხისტი ჩარჩო დეფორმაციის გარეშე გადაადგილდება წრფივად.

გ) შესწავლილი იქნება სასაზღვრო–საკონტაქტო ამოცანები ხახუნის ეფექტის გათვალისწინებით ერთგვაროვანი ჰემიტროპული სხეულებისათვის. გამოკვლეული იქნება

ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის და მონაცემებზე უწყვეტად დამოკიდებულების საკითხი. არაკოერციტიულ შემთხვევაში ცხადი სახით იქნება ამოწერილი ამონახსნის არსებობის აუცილებელი პირობა. ეს პირობა გარკვეულ შეზღუდვებში იქნება საკმარისი პირობაც.

დ) პროექტის ბოლოს განვიხილავთ სინიორინის არაცხად ამოცანას ევოლუციური კვაზივარიაციული უტოლობის სახით, სუსტი და ძლიერი პარაბოლური ფორმულირებებით და ბოლოს ჰიპერბოლური ფორმულირებით.

სინიორინის არაცხადი ამოცანა წარმოადგენს Bensoussan-Lions-Mosco ზოგადი ევოლუციური ამოცანის ერთერთ ელიფსურ ვარიანტს, რომელსაც გააჩნია ამონახსნი [4-17]. ამიტომ, **სამ**–ს განხილულს პარაბოლური ფორმულირებით მოსალოდნელია ჰქონდეს ამონახსნი. ევოლუციურ ვარიაციულ უტოლობებში ცნობილია მონაცემებსა და ამონახსნებს შორის წერტილობრივი აზრით მონოტონური დამოკიდებულება [4-1], რაც გვაძლევს იმის ვარაუდის საფუძველს რომ ევოლუციურ ვარიაციულ უტოლობებში დამტკიცდება იმ ტიპის მონოტონური დამოკიდებულება ამოცანის მონაცემებსა და ამონახსნს შორის, როგორიც გვაქვს დამტკიცებული ელიფსური უტოლობების შემთხვევაში [4-3] და [4-4] შრომებში. ეს საშუალებას მოგვცემს რომ სინიორინის არაცხადი ამოცანა ევოლუციური დასმის შემთხვევაშიც გამოვიკვლიოთ მისი ელიფსური ვარიანტის მსგავსად. ამ ამოცანებისთვისაც შეისწავლება ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის, მდგრადობის და ვარიაციული უტოლობების ამონახსნებით იტერაციების აგების საკითხები.

თემა V: დამუშავდება ზემოთ ჩამოთვლილი თითქმის ყველა ამოცანის ,რიცხვითი ამოხსნის და ამოცანათა პარამეტრების მიახლოებითი გამოთვლის მეთოდები და ალგორითმები. კერძოდ, გარსების თეორიის სხვადასხვა ამოცანები, სითბოგამტარობა, ელექტრომაგნიტური ტალღების გავრცელება, ბზარების თეორია ელექტრო და თერმოდრეკადი სხელებისათვის, შესაბამისი სასაზღვრო ინტეგრალური განტოლებები.

ინდიკატორები: ყოველწლიურად მომზადებული იქნება სულ მცირე 7 სამეცნიერო ნაშრომი, უმრავლესობა იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში. შედეგები წარდგენილი იქნება ყოველწლიურად საერთაშორისო ვორკშოპებზე და კონფერენციაებზე, მოხსენებული იქნება სემინარებზე საზღვარგარეთ.

ციტირებული ლიტერატურა:

1. თემა I

1-1. **A. Braides**, *Γ-convergence for beginners*, Oxpord lecture series inmathematics and its applications, Oxpord university press, 2007..

1-2. **P.G. Ciarlet**, *Introduction to Linear Shell Theory*, Series in Applied Mathematics, Vol. 1 (Gauthier-Villars, Éditions Scientifiques et Médicales Elsevier, Paris, North-Holland, Amsterdam, 1998).

1-3. **P.G. Ciarlet, V. Lods,** Asymptotic analysis of linearly elastic shells. I. Justification of membrane shell equations, *Arch. Rational Mech. Anal.* **136**, 1996, 119-161.

1-4. **P.G. Ciarlet, V. Lods**, **B. Miara,** Asymptotic analysis of linearly elastic shells II. Justification of flexural shell equations, *Arch. Rational Meeh. Anal*. **136,** 1996, 163-190.

1-5. **R. Destuynder**, Classification of the shell theories, *Acta Applicandae mathematicae*, **4**, 15-63 (1985), 15-63.

1-6. **R. Duduchava,** On multidimensional singular integral operators I-II**,** *Journal of Operator Theory* **11**, 41-76, 1984, 199-214.

1-7. **R. Duduchava**, The Green formula and layer potentials, *Integral Equations and Operator Theory* **41**, **2** (2001), 127-178.

1-8. **R. Duduchava,** Boundary value problems on a smooth surface with the smooth boundary. *Universita-et Stuttgart, Preprint* **2002-5** (2002), 1-19.

1-9. **R. Duduchava**, Partial differential equations on hypersurfaces, *Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics* **48**, 2009, 19-74.

1-10. **R. Duduchava**, A revised asymptotic model of a shell. *Memoirs on Differential Equations and Mathema tical Physics* **52**, 2011, 65-108.

1-11. R.Duduchava, Lions's lemma, Korn's inequalities and Lamé operator on hypersurfaces*, Operator Theory: Advances and Applications* **210**, Springer, Basel, 2010, 43-77.

1-12. R. Duduchava, Continuation of functions from hypersurfaces pp. 1-28. *Complex Analysis and Differential Equations.* **57,** 6, 2012, 625-651.

1-13. R. Duduchava, Continuing functions from a hypersurface with the boundary. pp 1-6. *Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute.* **155,** 2011, 103-109

1-14. R.Duduchava, D.Mitrea, M.Mitrea, Differential operators and boundary value problems on surfaces. *Mathematische Nachrichten* **279**, No. 9-10 (2006), 996-1023.

1-15. R. Duduchava, D. Natroshvili, E. Shargorodsky, Basic boundary value problems of thermoelasticity for anisotropic bodies with cuts. I-II, *Georgian Mathematical Journal* **2**, 1995, 123-140, 259-276.

1-16. G. Friesecke, R. D. James & S. Müller, *A Hierarchy of Plate Models Derived from Nonlinear Elasticity by Gamma-Convergence,* Arch. Rational Mech. Anal. **180** (2006) 183–236.

1-17. G. Geymonat, E. Sanchez-Palencia,Remarques sur la rigidite infinitesimale de certaines surfaces elliptiques non regulieres non convexes applicat., *C. R. Acad. Sci. Paris*, Ser. I**, 327**, 1991, 64-65

1-18. A.L. Gol'denveĭzer, *Theory of elastic thin shells*, Translation from the Russian edited by G. Herrmann. International Series of Monographs on Aeronautics and Astronautics, published for the American Society of Mechanical Engineers (Pergamon Press, Oxford- New York-Paris, 1961).

1-19. N. Günter, *Potential Theory and its Application to the Basic Problems of Mathematical Physics,* Fizmatgiz, Moscow 1953 (Russian. Translation in French: Gauthier–Villars, Paris 1994).

1-20. W. T. Koiter, On the foundations of the linear theory of thin elastic shells. I, II. *Nederl. Akad. Wetensch.* Proc. Ser. B **73,** 1970, pp. 169-182 and 183--195.

1-21. P.D. Lax, A.N. Milgram, Parabolic equations. Contributions to the theory of partial differential equations. *Annals of Mathematics Studies* **33**, 167-190. Princeton Univ. Press, Princeton, 1954.

1-22. U. Massari, M. Miranda, *Minimal Surfaces of Codimension One*, North-Holland Mathematics Studies, Vol. 91. Mathematical Notes 95 (North-Holland, Amsterdam, 1984).

1-23. B. Miara, E. Sanchez-Palencia, Asymptotic analysis of linearly elastic shells, *Asymptotic Anal*. **12**, 1996 41-54.

1-24. D. Natroshvili, O. Chkadua, E. Shargorodsky, Mixed problem for homogeneous anisotropic elastic media, *Proc. I. Vekua Institute of Appl. Mathem., Tblisi State University* **39,** 1990, 133-181.

1-25. J. Rappaz, J. Sanchez Hubert, E. Sanchez Palencia, and D. Vassiliev, On spectral pollution in the finite element approxim. of thin elastic "membrane" shells. *Numer. Math.* **75(4),** 1997, 473-500.

1-26. J.N. Reddy, *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*. Oxford University Press, Cambridge, UK, 2004.

1-27. E. Sanchez-Palencia, Asymptotic and spectral properties of a class of singular-stiff problems, *J. Math. Pures AppL* **71**, 1992, 379-406.

1-28. N. Vekua, *Shell Theory: General Methods of Construction*. John Wiley, New York 1985 (Translated from Russian. Nauka, Moscow, 1982'

2. თემა II

2-1. T. Buchukuri, R. Duduchava, D. Kapanadze, M. Tsaava, *Localization of a Helmholtz boundary value problem in a domain with piecewise-smooth boundary*, *Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute*, **162** (2013), 37-44.

2-2. T.Buchukuri, R.Duduchava, L.Sigua, On interaction of electromagnetic waves with infinite bianisotropic layered slab. *Mathematische Nachrichten* **280**, No. 9-10, 971-983, 2007.

2-3. O. Chkadua, R. Duduchava, D. Kapanadze, The screen type boundary value problems for anisotropic pseudo-Maxwell's equations, *Proceedings of A. RazmadzeMathematical Institute* **159**, 138-142, 2012.

2-4. O. Chkadua, R. Duduchava, D. Kapanadze, Potential methods for anisotropic pseudo-Maxwell's equations in screen type problems. *Operator Theory, Pseudo-differential Equations, and Mathematical Physics.* The Vladimir Rabinovich anniversary volume. Editors. Y. I. Karlovich, L. Rodino, B. Silberman, I. M. Spitkovsky, Birkhäuser, OT: Adv. and Applic., v. **228** (2013), 73-94.

2-5. L.P. Castro, R. Duduchava, F.-O. Speck, Diffraction from Polygonal-Conical Screens - an operator approach. *Operator Theory, Operator Algebras and Applications*, vol. **242,** Bastos, A.; Lebre, A.; Samko, S.; Rodman, L. (Eds.), Birkhäuser, Basel, 2014.

2-6. L.P. Castro and D. Kapanadze, *Wave diffraction by a half-plane with an obstacle perpendicular to the boundary, J. Differential Equations* **254** (2013), 493–510

2-7. **L.P. Castro and D. Kapanadze**, *Mixed boundary value problems of diffraction by a half-plane with an obstacle perpendicular to the boundary, Math. Meth. Appl. Sci*., 2013, (online)

2-8. **R. Duduchava**, Mellin convolution operators in Bessel potential spaces with admissible meromorphic kernels*, Memoirs on Differential Equations and Mathem. Physics* **60**, 135-177, 2013.

2-9. **R. Duduchava, M. Tsaava**, Mixed boundary value problems for the Helmholtz equation in arbitrary 2D-sectors, *Georgian Mathematical Journal* **20**, 3, 439-468, 2013.

2-10. **D. Kapanadze, G. Mishuris, E. Pesetskaya**, *Improved algorithm for analytical solution of the heat conduction problem in doubly periodic 2D composite materials, Complex Variables and Elliptic Equations,* 2014 (მიღებულია დასაბეჭდად)

2-11. **F.D. Gakhov.** Boundary Value Problems, Pergamon Press, Oxford, London, 1966.

2-12. **V. V. Mityushev, S.V. Rogosin,** Constructive Methods for Linear and Nonlinear Boundary Value Problems for Analytic Functions, Theory and Applic., Chapman & Hall/CRC Press, London, 2000.

3. თემა III

3-1. **T. Buchukuri, O. Chkadua, R. Duduchava**, *Crack-type boundary value problems of electro-elasticity. Operator Theory: Advances and Application,* 147(2004), 189–212.

3-2. **T. Buchukuri, O. Chkadua, R. Duduchava, D. Natroshvili,** *Interface cracks problems in composites with piezoelectric and thermal effects,* Proceedings of the 2009 ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, November 13–19, 2009, Lake Buena Vista, Florida, USA.

3-3. **T. Buchukuri, O. Chkadua, R. Duduchava, D. Natroshvili,** *Interface crack problems for metallic-piezoelectric composite structures,* Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics, **55** (2012), 1-150.

3-4. **T. Buchukuri, O. Chkadua, D. Natroshvili**, *Three-dimensional finite element modelling of a piezoelectric actuator with regard to thermal effects*, Second International Workshop: Direct and Inverse Problems in Piezoelectricity, Hirschegg (Kleinwalsertal), Austria, July 16-19, 2006. W. Geis, A.-M. Saendig (eds.), Book of abstracts, Stuttgart University, p. 4.

3-5. **T. Buchukuri, O. Chkadua, D. Natroshvili***, Mixed boundary value problems of thermopiezo–electricity for solids with interior cracks*, Int. Equations and Operator Theory, **64**, 4(2009), 495–537.

3-6. **T. Buchukuri, O. Chkadua,** D. Natroshvili*, Mixed boundary value problems of piezoelectricity in domains with cracks*, International Conference Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis to Celebrated the 120th Birthday of N. Muskhelishvili, Book of Abstracts, 9-14 September, 2011, Tbilisi, Georgia.

3-7. **T.Buchukuri, O.Chkadua,** D. Natroshvili, A.-M. Sändig, *Solvability and regularity results to boundary-transmission problems for metallic and piezoelectric elastic materials*. Math. Nachr., **282**, No. 8 (2009), 1079–1110.

3-8. T**. Buchukuri, O. Chkadua,** D. Natroshvili**,** A.-M. Sändig*, Interaction problems of metallic and piezoelectric elastic materials with regard to thermal stresses*. Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics, Vol. 45, 2008, 7–74.

3-9. **D.I. Bardzokis, M.L.Filshtinski, L.A. Filshtinski,** *Mathematical methods in Electro-magneto-elasticity.* Springer,Berlin – New York, 2007.

3-10. **D.I. Bapdzokis, B.A. Kudriavzev, N.A. Senik,** *Electromechanical fracture criteria for piezoelectric solids,* Problems of Solidity, 7 (1977), 42–46.

3-11. **O. Chkadua, D. Natroshvili,** *Asymptotic analysis of interface crack problems for metallic-piezoelectric composite structeres* . The Second Wiener-Hopf Workshop, UK 25-26 June 2012, Book of abstracts, Aberystwyth University, p 4.

3-12. **O. Chkadua, T.Buchukuri, D. Natroshvili**, *The solvability and asymptotics of solutions of crack-type boundary value problems of thermopiezoelectricity*, Second International Workshop: Direct and Inverse Problems in Piezoelectricity, Hirschegg (Kleinwalsertal), Austria, July 16-19, 2006. W. Geis, A.-M.Saendig (eds.), Book of abstracts, Stuttgart University, p. 5.

3-13. **O. Chkadua, S. Mikhailov, D. Natroshvili,** *Analysis of direct boundary-domain integral equations for a mixed BVP with variable coefficient, I: Equivalence and Invertibility*, Journal of Integral Equations and Applications, **21**, No. 4, Winter (2009), 499–543.

3-14. **O.Chkadua,** S.Mikhailov, **D.Natroshvili,** *Analysis of direct boundary-domain integral equations for a mixed BVP with variable coefficient, II: Solution regularity and asymptotics*, Journal of Integral Equations and Applications, 22, No. 1, Spring (2010), 19–37.

3-15. **O. Chkadua,** S. Mikhailov, D. Natroshvili, *About analysis of some localized boundary-domain integral equations for variable-coefficient BVPs*. Advances in Boundary Integral Methods, Proceedings

of the Sixth UK Conference on Boundary Integral Methods, Edited by J.Trevelyan, Durham University Publ., UK, ISBN 978-0-9535558-3-3, 2007, 291–302.

3-16. **O. Chkadua,** S. Mikhailov, D. Natroshvili**,** *Analysis of some localized boundary-domain integral equations,* Journal of Integral Equations and Applications, **21**, No. 3 (2009), 407–447.

3-17. **O. Chkadua,** S. Mikhailov, D. Natroshvili**,** *Analysis of some boundary-domain integral equations for variable-coefficient problems with cracks,* In: H.Power, A.La Rocca, and S.J.Baxter, eds., Advances in Boundary Integral Methods - Proceedings of the 7th UK Conference on Boundary Integral Methods. Nottingham University Publ., ISBN 978-0-95 63221-0-4, UK, 2009, 37–51.

3-18. **O. Chkadua,** S. Mikhailov, D. Natroshvili*, Localized boundary-domain integral equations formulation for mixed type problems,* Georgian Mathematical Journal, **17,** 3 (2010), 469–494.

3-19. **O.Chkadua,** S.Mikhailov, D.Natroshvili, *Analysis of segregated boundary-domain integral equations for variable-coefficient problems with cracks,* Numerical Methods for Partial Differential Equations, 27, 1 (2011), 121–140.

3-20. **O.Chkadua,** S.Mikhailov, D.Natroshvili, *Localized direct segregated boundary-domain integral equations for variable coefficient transmission problems with interface crack*, Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics, **52** (2011), 17–64.

3-21. **O.Chkadua,** S.Mikhailov, D.Natroshvili, *Localized Boundary-Domain Singular Integral Equations Based on Harmonic Parametrix for Divergence-Form Elliptic PDEs with Variable Matrix Coefficients,* Integral Equations and Operator Theory, **76**(2013), 509-547.

3-22. **O.Chkadua,** S.Mikhailov, D.Natroshvili, *Analysis of Some Localized Boundary-Domain Integral Equations for Transmission Problems with Variable Coefficients.* Integral Methods in Science and Engineering. Computational and Analysis Aspects, C.Constanda and P. Harris (eds), Chapter 11, Springer 2011, 91–108.

3-23. **O.Chkadua,** S.Mikhailov, D.Natroshvili, *Analysis of Segregated Boundary-Domain Integral Equations for Mixed Variable Coefficient BVPs in Exterior Domains*. Integral Methods in Science and Engineering: Computational and Analysis Aspects, C.Constanda and P. Harris (eds), Chapter 11, Springer 2011, 109–128.

3-24. **O.Chkadua,** S.Mikhailov, D.Natroshvili, *Localized Boundary-Domain Integral Equations Method for Dirichlet Problem for Second Order Elliptic Equations with Matrix Variable Coefficients.* Proceedings of 8-th UK Conference on Boudary Integral Methods. Leeds University Press, Leeds,UK,4-5 July,2011, 119-126.

3-25. **O.Chkadua,** S.Mikhailov, D.Natroshvili, *Localized Boundary-Domain Integral Equations Method for Interface Crack Problem.* Proceedings of 8-th UK Conference on Boudary Integral Methods. Leeds University Press, Leeds,UK,4-5 July,2011, 49–56.

3-26. **O.Chkadua,** S.Mikhailov, D.Natroshvili, *Analysis of Direct Segregated Boundary-Domain Integral Equations for Variable Coefficient Mixed BVPs in Exterior Domains.* Analysis and applications, Vol.**11**, 4, (2013), 1350006 (33 pages) DOI: 10.1142/S0219530513500061.

3-27. **O.Chkadua,** S.Mikhailov, D.Natroshvili, *Localized Boundary-Domain Integral Equations for Acoustic Scattering by an Inhomogeneous Anisotropic Obstacle,* The Second Wiener-Hopf Workshop, UK 25-26 June 2012, Book of abstracts, Aberystwyth University, p 6.

3-28. **O. Chkadua,** D. Natroshvili, Localized boundary-domain integral equations approach for Dirichlet problem of the theory of piezo-elasticity for inhomogeneous solieds. (with D. Natroshvili)*Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics,* Vol**.60,** (2013) pp. 73-109.

3-29. **Z. T. Kurlandska,** *Influence of electromagnetic field on crack propagation in elastic dielectric.* Bul. Acad . Polon., Ser. Sci. techniques. 28 (1978) , 497.

3-30. **J.Y. Li,** *Magnetoelectroelastic multi-inclusion and inhomogeneity problems and their applications in composite materials* , Int. J. Eng. Sci., Vol. 38 (2001), 1993-2011.

3-31. **J.Y. Li,** *Uniqueness and reciprocity theorems for linear thermo-electro-magneto-elasticity*, Q. JI Mech. Math., Vol. 56, No.1 (2003), 35–43.

3-32. D. Natroshvili**, T. Buchukuri, O. Chkadua**, *Mathematical modelling and analysis of interaction problems for metallic-piezoelectric structures with regard to thermal stresses*, Second International Workshop: Direct and Inverse Problems in Piezoelectricity, Hirschegg (Kleinwalsertal), Austria, July 16-19, 2006. W. Geis, A.-M. Sändig (eds.), Book of abstracts, Stuttgart University, 2006, p. 14. (See also: University of Stuttgart, IANS, Preprint 2006/008, pp. 1–64).

3-33. D. Natroshvili**, T. Buchukuri, O. Chkadua,** *Mathematical modelling and analysis of interaction problems for piezoelectric composites.* Rendiconti Academia Nazionale delle Scienze detta dei XL, Memorie di Matematica e Applicazioni 124˚, Vol. XXX, fasc. 1 (2006) 159–190.

3-34. D. Natroshvili**, T. Buchukuri, O. Chkadua,** *Mathematical problems for piezoelectric-metallic composites*, Fourth International Conference of Applied Mathematics and Computing, August 12–18, 2007, Plovdiv, Bulgaria, Book of Abstracts, Volume 4, p.423.

3-35. D.Natroshvili**, T. Buchukuri, O. Chkadua,** Application of pseudodifferential equations in the theory of piezoelectric-metallic composites. The 6th INTERNATIONAL ISAAC CONGRESS, 13-18 August, 2007, Middle East Techn. Univers., Ankara, Turkey. Book of Abstracts, METU, Ankara, 2007, p. 90.

3-36. D. Natroshvili, T. Buchukuri, O. Chkadua, *Mathematical problems for piezoelectric-metallic composites: Existence and stress singularity analysis*. Proceedings of WAVES 2007 (the 8th International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Waves, 23–27 July, 2007, Reading, UK), University of Reading, 2007, 324–326.

3-37. D. Natroshvili, O.Chkadua, *Stress singularity analysis for piezoelectric-metallic composite structures*, The 10th International Conference on Integral Methods in Science and Engineering, IMSE2008, Santander, Spain, 7-10 July, 2008. Book of Abstr., Univers. de Cantabria, 2008, p. 149.

3-38. B.-L. Wang, J.-C. Han and Y.-W. Mai*, Mode III fracture of a magnetoelectrostatic layer: exact solution and discussion of the crack face electromagnetic boundary conditions*, International Journal of Fracture, **139** (2006), 27–38.

3-39. B.-L. Wang and Y.-W. Mai, *Impenetrable crack and permeable crack assumptions, which one is more realistic,* J. Appl. Mech., **71, 4** (2004), 575–579.

4. თემა IV

4-1. A. Bensoussan, J.-L. Lions, Contrôle impulsionnel et in´equations quasi variationnelles. Méthodes Mathématiques de l'Informatique [Mathematical Methods of Information Science], 11. Gauthier-Villars, Paris, 1982.

4-2. G. Duvaut, J.-L. Lions, Les in_equations en m_ecanique et en physique. (French) Travaux et Recherches Math_ematiques, No. 21. Dunod, Paris, 1972.

4-3. A. Gachechiladze, A maximum principle and the implicit Signorini problem. Mem. Differential Equations Math. Phys. 23(2001), 21–54.

4-4. A. Gachechiladze, On the uniqueness of some quasi-variational inequalities in control theory. Georgian Math. J. 11(2004), No. 2, 229–242.

4-5. A. Gachechiladze, D. Natroshvili, Boundary variational inequality approach in the anisotropic elasticity for the Signorini problem. Georgian Math. J. 8(2001), No. 3, 469-492.

4-6. A. Gachechiladze, R. Gachechiladze, D. Natroshvili, Unilateral contact problems with friction for hemitropic elastic solids, Georgian Mathematical Journal, 16, No. 4 (2009), 629-650.

4-7. A. Gachechiladze, R. Gachechiladze, D. Natroshvili, The Unilateral Contact of Two Elastic Hemitropic Media, Mem. Differential Equations Math. Phys., 48 (2009), 75-96.

4-8. A. Gachechiladze, R. Gachechiladze, D. Natroshvili, Frictionless Contact Problems for Elastic Hemitropic Solids: Boundary Variational Inequal. Appr., Rend. Lincei Mat. Appl. 23 (2012), 267-293.

4-9. A.Gachechiladze, R. Gachechiladze, J. Gwinner, D. Natroshvili, A boundary variational inequality approach to unilateral contact problems with friction for hemitropic solids, Math. Methods Appl. Sci., 33 (2010), Issue 18, 2145-2161.

4-10. A.Gachechiladze, R. Gachechiladze, J. Gwinner, D. Natroshvili, Contact problems with friction for hemitropic solids: boundary variational inequality appr., Appl. Anal., 90, No. 2 (2011), 279-303.

4-11. R. Gachechiladze, J. Gwinner, D. Natroshvili, A boundary variational inequality approach to unilateral contact with hemitropic materials. Mem. Differential Equat. Math. Phys., 39(2006), 69-103.

4-12. N. Kikuchi, J. T. Oden, Contact problems in elasticity: a study of variational inequalities and finite element methods. SIAM Studies in Applied Mathematics, 8. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 1988.

4-13. U. Mosco, Implicit variational problems and quasi variational inequalities. Nonlinear operators and the calculus of variations (Summer School, Univ. Libre Bruxelles, Brussels, 1975), 83–156. Lecture Notes in Math., 543, Springer, Berlin, 1976.

4-14. D. **Natroshvili, R. Gachechiladze, A. Gachechiladze, I. G. Stratis**, Transmission problems in the theory of elastic hemitropic materials. Appl. Anal. 86(2007), No. 12, 1463-1508.

4-15. Siddiqi, A.H.; Manchanda, Pammy, Certain remarks on a class of evolution quasi-variational inequalities. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences* 24.12 (2000)

4-16. Tartar L., Inéquations quasi variationnelles abstraites. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A 278(1974), 1193-1196

4-17. R. T. Vescan, Quasi variational inequalities solved by a non void intersect. property, JMAA.-1982.

4-18. **A.Gachechiladze,** On the method of monotonicity in problems with an implicit obstacle. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **135** (2004), 61-72.

საერაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობა

მოცემულ თემაში გაერთიანებული მკვლევარები მონაწილეობდნენ შემდეგ მსხვილ საერთაშორისო საგრანტო პროექტებში:

1994-1998 წწP- გერმანიის სამეცნ. საზოგადოების (DFG) 5 წლ. გრანტი, შტუტგარტის უნივერსიტეტთან: რ. დუდუჩავა (თანახელმძღვანელი), თ. ბუჩუკური, ო. ჭკადუა.

1993 - ამერიკის მათემატიკური საზოგადოების ინდივიდუალური გრანტი: რ. დუდუჩავა

1983 – იტალიის სამეცნიერო საზოგადოების ინდივიდუალური გრანტი: რ. დუდუჩავა.

1994 – სოროსის ფონდის გრანტი: რ. დუდუჩავა (ხელმძღვანელი), ო. ჭკადუა თ. ბუჩუკური.

1995 – ავსტრალიის მათემატიკური საზოგადოების ინდივიდუალური გრანტი: რ. დუდუჩავა

1998-2001 წწP- INTAS-ის 4-მხრივი გრანტი შტუტგარტის (გერმანია), სანკტ-პეტერბურგის (რუსეთი) და რენეს (საფრანგე¬თი) უნივერსიტეტებთან: რ. დუდუჩავა (თანახელმძ-ღვანელი) თ. ბუჩუკუ¬რი, ო. ჭკადუა ა. გაჩეჩილაძე, რ. გაჩეჩილაძე.

2000-2002 წწ-კონტრაქტი სამეცნიერო კვლევაზე აეროკოსმოსური ფირმა "დორნიე"-სთან (გერმანია): რ. დუდუჩავა (ხელმძღვანელი), თ, ბუჩუკური.

2002 – დიდი ბრიტანეთის საინჟინრო და ფიზიკური მეცნიერებების კვლევების საბჭოს (EPRSC) ინდივიდუალური გრანტი: რ. დუდუჩავა

2003-2006 წწ.-გერმანიის სამეცნიერო საზოგადოების (DFG) გრანტი: ო. ჭკადუა (შემსრულებელი).

2004 – 2006 წწ.– ინტასის ახალგაზრდა მეცნიერთა პოსტ-დოკის ინდივიდუალური გრანტი, Nr 03-55-1699: ა. გაჩეჩილაძე.

2004 – 2005 წწ. - იტალია-საქართველოს სამეცნიერო გრანტი რ. დუდუჩავა (ხელმძღვანე-ლი),
თ, ბუჩუკური, დ.კაპანაძე.

2012 – შ. რუსთაველის სამეცნიერო 3 წლიანი გრანტი "უცხოელ თანამემამულერსთან ერთად"
DI/10/5-101/12 რ. დუდუჩავა (თანახელმძღვანელი), თ. ბუჩუკური.

2010-2013 წწ.–დიდი ბრიტანეთის საინჟინრო და ფიზიკური მეცნიერებების კვლევების საბჭოს (EPRSC) გრანტი: ო. ჭკადუა (შემსრულებელი).

2006-2008 წწ. დიდი ბრიტანეთის სამეფო საზოგადოების გრანტი: ო. ჭკადუა (შემსრულებელი).

როლანდ დუდუჩავა 1981-1989 წლებში **იყო ჰუმბოლდტის სტიპენდიანტი**, 2002-2003 წწ, გერმანიის სამეცნიერო საზოგადოების (**DFG**) **პროფესორი-მერკატორი** 2003-2007 წწ. იყო **კათედრის გამგის მოვალეობის შემსრულებელი საარბრიუკენის უნივერსიტეტში (გერმანია)**, 1993-1994 ww ერთი სემესტრით იყო **პროფესორი C4** ჰუმბოლდტის უნივერსიტეტში (ბერლინი, გერმანია) და 2001-2002 ww ერთი სემესტრით იყო **პროფესორი C3** შტუტგარტის უნივერსიტეტში (გერმანია).

როლანდ დუდუჩავას ჰქონდა ხანგრძლივი მიწვევები გერმანიის უნივერსიტეტებში (დარმშტადტი, ქემნიცი, ბერლინი, შტუტგარტი, საარბრიუკენი), ინგლისში (კინგს კოლეჯი, ბატჩის უნივერსიტეტი), მისურის უნივერსიტეტი, (კოლუმბია, აშშ), რენეს უნივერსიტეტი (საფრანგეთი), ჰობარტის უნივერსიტეტში (ავსტრალია), ტურინის უნივერსიტეტში (იტალია), თავისუფალ უნივერსიტეტში (ამსტერდამი,ჰოლანდია), ტექნიკურ უნივერსიტეტში (ლისაბონი, პორტუგალია), ავეიროს უნივერსიტეტში (პორტუგალია), ტექნიკურ და სახელმწიფო უნივერსიტეტებში (მეხიკო, მექსიკა), ბრუნეის უნივერსიტეტში (ბრუნეი

დარუსსალამი), კუვეიტის უნივერსიტეტში (კუვეიტი), მეფე საუდის უნივერსიტეტში (საუდის არაბეთი).

როლანდ დუდუჩავა მონაწილეობდა უამრავ საერთაშორისო ყრილობებში, სიმპოზიუმებში, კონფერენციებში და ვირკშოპებში, საშუალოდ 3-5 წელიწადში. გარდა ამისა ის თვითონ არის ასეთი შეხვედრების ორგანიზატორი. მაგალითად, 2011 წელს მისი ხელმძღვანელობით ჩატარდა დიდი საერთაშორისო კონფერენცია რომელიც მიოეძღვნა ნიკო მუსხელიშვილს, ხოლო 2013 წელს ცატარებული კონფერენცია მიეძღვნა ვიქტორ კუპრაძეს. 2013 წელს თბილისში რ. დუდუჩავას ხელმძღვანელობით ჩატარდება კავკასიელ მათემატიკოსთა კონფერენცია, რომლის თანაორგანიზატორებია ევროპის მათემატიკოსთა საზოგადოება და 6 ქვეყნის მათემეტიკოსთა საზოგადოებები, ხოლო 2015 წელს თბილისში ჩატარდება დიდი საერთაშორისო კონფერენცია - IWOTA-ს სერიის 26-ე კონფერენცია.

რ. დუდუჩავას გამოქვეყნებული აქვს ერთობლივი სტატიები მრავალ უცხოელ მათემატიკოსთან:

1. B. Silberman (ქემნიცის უნივერსიტეტი, გერმანია)-**ერთობლივი მონოგრაფია**
2. F.-O. Speck (ლისაბონის ტექნიკური უნივერსიტეტი, პორტუგალია) 7 სტატია
3. E. Shargorodsky (კინგს კოლეჯი, ინგლისი) 7 სტატია
4. M.Costabel (რენეს უნივერსიტეტი საფრანგეთი)
5. M.Dauge (რენეს უნივერსიტეტი საფრანგეთი)
6. D.Mitrea, M.Mitrea (მისურის უნივერსიტეტი, კოლუმბია, აშშ)
7. W.L. Wendland (შტუტგარტის უნივერსიტეტი, გერმანია) 3 სტატია
8. R.Schneider (ტექნიკური უნივერსიტეტი, ბერლინი, გერმანია)
9. S.Proessdorf (ვეიერშტრასის ინსტიტუტი, ბერლინი, გერმანია)
10. V.Maz'ya (ლინჩოპინგის უნივერსიტეტი, შვედეთი, ლივერპულის უნივერსიტეტი, ინგლისი)
11. N. Krupnik (ბარილანის უნივერსიტეტი, ისრაელი) 2 სტატია
12. A.M. Saendig (შტუტგარტის უნივერსიტეტი, გერმანია) 2 სტატია
13. S. Rjasanow (საარბრიუკენის უნივერსიტეტი, გერმანია)
14. L.Rodino (ტურინის უნივერსიტეტი, იტალია)
15. L.P. Castro (ავეიროს უნივერსიტეტი, პორტუგალია) 4 სტატია
16. A.Bastos (ლისაბონის ტექნიკური უნივერსიტეტი, პორტუგალია)
17. A.dos Santos (ლისაბონის ტექნიკური უნივერსიტეტი, პორტუგალია)

თენგიზ ბუჩუკური თანამშრომლობს გერმანელ მათემატიკოსთან ანა-მარია ზენდიგთან (A.-M. Sändig, შტუტგარტის უნივერსიტეტი), რომელთანაც აქვს ერთობლივი სტატიები. ჰქონდა მიწვევები შტუტგარტის უნივერსიტეტში გერმანია, აგრეთვე მიწვეული იყო ტურინის უნივერსიტეტში (იტალია) პროფესორ ეციო ვენტურინოს (Ezio Venturino) მიერ.

როლანდ გაჩეჩილაძე გამოქვეყნებული აქვს სამი სამეცნიერო ნაშრომი J.Gwinner ერთად (მიუნხენის უნივერსიტეტი, გერმანია) და ერთი სამეცნიერო ნაშრომი A. Stratis ერთად (ათენის უნივერსიტეტი, საბერძნეთი). იყო ლაჰორის უნივერსიტეტის (პაკისტანი) დოქტორანტ ნავედ ახმედის სადოქტორო ნაშრომის რეცეზენტი.

დავით კაპანაძე დიდი ხნის მანძილზე თანამშრომლობს უცხოელ მათემატიკოსთან ლუიშ კასტროსთან (L. Castro, ავეიროს უნივერსიტეტი, პორტუგალია), რომელთანაც დღემდე აწარმოებს სამეცნიერო კვლევებს და აქვეყნებს სტატიებს. გარდა ამისა მას აქვს ერთობლივი მონგრაფია და ერთობლივი სტატიები ბერტ-ვოლფგანგ შულცესთან (B.-W. Schulze, პოტსდამის უნივერსიტეტი, გერმანია), ამჟამად ასევე თანამშრომლობს გენადი მიშურისთან (G. Mishuris, აბერისტვიტის უნივერსიტეტი, დიდი ბრიტანეთი). ჰქონდა ხანგრძლივი მიწვევები ავეიროსა და პოსტდამის უნივერსიტეტებში.

ეკატერინა პესეცკაია დიდი ხნის მანძილზე თანამშრომლობს უცხოელ მათემატიკოსებთან L. Castro (ავეიროს უნივერსიტეტი, პორტუგალია) და G. Mishuris (აბერისტვიტის უნივერსიტეტი, დიდი ბრიტანეთი), რომლებთანაც დღემდე აწარმოებს სამეცნიერო კვლევებს და აქვეყნებს

სტატიებს. ასევე თანამშრომლობს ვლადიმირ მიტიუშევთან (V. Mityushev, კრაკოვის პედაგოგიური უნივერსიტეტი, პოლონეთი), სერგეი როგოზინთან (S. Rogosin, ბელორუსიის სახ. უნივერსიტეტი, ბელორუსია). ჰქონდა ხანგრძლივი მიწვევები ავეიროს უნივერსიტეტში.
ოთარ ჭკადუა დიდი ხნის განმავლობაში თანამშრომლობს უცხოელ მათემატიკოსებთან. კერძოდ ის თანამშრომლობდა გლაზგოს კალედონიის უნივერსიტეტთან (პროფ.EშE. Mიკჰაილოვ)., ლონდონის ბრიუნელის უნივერსიტეტის (ლონდონი, დიდი ბრიტანეთი) მათემატიკის დეპარტამენტთან (პროფ. S. Mikhailov) და იმყოფებოდა ხანგრძლივი სამეცნიერო მივლინებებით ამ უნივერსიტეტსა და შტუტგარტის უნივერსიტეტში.
ოთარ ჭკადუას აქვს ერთობლივი სამეცნიერო ნაშრომები უცხოელ კოლეგებთან:
1. S.E. Mikhailov (ლონდონის ბრიუნელის უნივერსიტეტი) 17 სტატია;
2. A.-M. Sandig (შტუტგარტის უნივერსიტეტი, გერმანია) 2 სტატია;
3. E. Shargorodsky (კინგს კოლეჯი ლონდონი) 1 სტატია.
მზადდება ერთობლივი მონოგრაფია უცხოელ კოლეგებთან ერთად.
ოთარ ჭკადუა მონაწილეობდა მრავალ საერთაშორისო კონფერენციებსა და ვორკშოპებში. კერძოდ: 2006- ჰირშეგი, ავსტრია. 2007- რედინგის უნივერსიტეტი,Dდიდი ბრიტანეთი. 2008- ლა-საპიენზას უნივერსიტეტი, იტალია, ქ. რომი, 2010- ბრაიტონის უნივერსიტეტი,Dდიდი ბრიტანეთი. 2011- ლიდსის უნივერსიტეტი, დიდი ბრიტანეთი. 2012- აბერისტვიტის უნივერსიტეტი, დიდი ბრიტანეთი.2013- ლონდონის ბრიუნელის უნივერსიტეტი, დიდი ბრიტანეთი.
ავთანდილ გაჩეჩილაძე მიწვეული იყო რომის უნივერსტეტ La Sapienza 2004 და 2005 წლებში INTAS_ის ახალგაზრდა მეცნიერთა post-doc გრანტის ფარგლებში, სადაც თანამშრომლობდა ამავე უნივერსიტეტის პროფესორებთან Umberto Mosco_სთან და Maria Agostina Vivaldi_სთან. ასევე გამოქვეყნებული აქვს საერთო შრომები ათენის უნივერსიტეტის პროფესორ I. Stratis_თან და მიუნხენის უნივერსიტეტის პროფესორ J. Gwinner_თან.

<u>თემა 7</u>: **უწყვეტ გარემოთა მექანიკის ზოგიერთი საკონტაქტო და შერეული სასაზღვრო ამოცანა**

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის დრეკადობის მათემატიკური თეორიის განყოფილება

მკვლევართა ჯგუფი: ნ. შავლაყაძე (ჯგუფის ხელმძღვანელი), ს. კუკუჯანოვი, ლ. შაფაქიძე, გ. კაპანაძე, ლ. გოგოლაური
ს

თემის აღწერილობა, პრობლების აქტუალობა და კვლევის მეთოდოლოგია

უწყვეტ გარემოთა მექანიკის შერეული და საკონტაქტო ამოცანების თეორიაში გასული საუკუნის 40-იან წლებში მნიშვნელოვანი შედეგები იქნა მიღებული ნ. მუსხელიშვილის, ი. ვეკუას, ფ. გახოვის, ლ. გალინის, დ. შერმანის, მ. კელდიშის, ლ. სედოვის და სხვათა მიერ, რომლებმაც ფაქტორიზაციის მეთოდის გამოყენებით დაამუშავეს ანალიზურ ფუნქციათა და სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა თეორია [1-2], ხოლო 60-იანი წლებიდან ვინერ-ჰოპფის მეთოდის გამოყენებით ამოხსნილ იქნა ბზართა თეორიისა და საკონტაქტო ურთიერთქმედებათა თეორიის ზოგიერთი მნიშვნელოვანი ამოცანა (ე. მელანი, გ. ირვინი, ვ.კოიტერი, ა.ხრაბკოვი, ვ. ვოროვიჩი, ჰ. ბიუკნერი, რ. მუკი, ვ. სტენზერგი, გ. პოპოვი, ვ. ალექსანდროვი, ბ. ნულერი, ნ. არუთინიანი, რ. ბანცური). ამავე პერიოდიდან იწყება ახალი ტიპის, პრაქტიკისათვის მეტად მნიშვნელოვანი არაკლასიკური საკონტაქტო ამოცანების კვლევა, რომლებიც უკავშირდებიან დრეკადი მასიური სხეულებისა და თხელკედლიანი ელემენტების ურთიერთქმედებას; აგრეთვე ბზართა თეორიის ამოცანებს,

როდესაც ბზარი გადის სხეულის საზღვარზე ან უბან-უბან ერთგვაროვნების გამყოფ საზღვარზე [3-15]. აღნიშნული კვლევების კვალდაკვალ დამუშავდა ზუსტი და მიახლოოებითი ამოხსნების სხვადასხვა მეთოდი, როგორებიცაა ორთოგონალურ პოლინომთა და ასიმპტოტური მეთოდები, რიმანის ამოცანაზე მიყვანის მეთოდი, ერთგვაროვან ამონახსნთა მეთოდი, ფაქტორიზაციისა და ინტეგრალური გარდაქმნების მეთოდები.

 რ. ბანცურმა ინტეგრალური გარდაქმნების გზით არაკლასიკური საკონტაქტო და შერეული ამოცანები დაიყვანა ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის ახალი ტიპის გადაადგილებიან ეგ. წოდ. Kკარლემანის ტიპის ამოცანებზე ზოლისათვის. Mმან დაამუშავა ფაქტორიზაციის ახალი მეთოდი და კარლემანის ტიპის ამოცანა ამოხსნა ზოგად შემთხვევაში. აღნიშნულმა მეთოდმა სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანებისათვის იგივე მნიშვნელობა შეიძინა, რაც ნ. მუსხელიშვილისა და ვინერ-ჰოპფის მეთოდმა კლასიკური საკონტაქტო ამოცანებისათვის. ეს მეთოდი ლიტერატურაში ცნობილია რ. ბანცურის პირველი მეთოდის სახელწოდებით და წარმოადგენს ერთადერთ ზოგად მეთოდს საკონტაქტო ამოცანების ეფექტური ამოხსნების მისაღებად.

საკონტაქტო ამოცანები, რომლებიც დაკავშირებულნი არიან სხვადასხვა გეომეტრიული და ფიზიკური პარამეტრების მქონე დრეკადი თხელკედლიანი ელემენტებისა და მასიური დრეკადი სხეულების ურთიერთქმედებასთან, ერთ მხრივ მჭიდროდ უკავშირდებიან დეფორმადი მყარი სხეულების მექანიკის კლასიკურ საკონტაქტო ამოცანებს, მეორეს მხრივ, გამოირჩევიან სასაზღვრო პირობების ტიპის, მათი რაოდენობის და ერთმანეთთან მიმართების მიხედვით.

როგორც ცნობილია, ჩართვები და სტრინგერები, შტამპები და ბზარები, წარმოადგენენ სხეულში ძაბვების კონცენტრატებს, ამიტომ ძაბვების კონცენტრაციის საკითხის შესწავლა და მათი შემცირებისთვის სხვადასხვა მეთოდის დამუშავება, მით უმეტეს არაწრფივი დეფორმაციებისა და მასალის სხვადასხვა ფენომენოლოგიური თვისების, მათ შორის ბლანტიდრეკადი (ცოცვადობის) თვისების პირობებში, თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობის პრობლემებს განეკუთვნება. მათ ფართო გამოყენება ჰპოვეს მანქანათმშენებლობაში, გემთმშენებლობაში, სეისმოლოგიაში, სხვადასხვა სამშენებლო და საფრენი კონატრუქციების დაპროექტებასა და სიმტკიცეზე გაანგარიშების ამოცანებში.

თეორიული თვალსაზრისით აღნიშნული არაკლასიკური საკონტაქტო ამოცანები წარმოადგენენ მათემატიკური ფიზიკის სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანების ახალ კლასს შერეული სასაზღვრო პირობებით. პრაქტიკულად კი ისინი ფართოდ გამოიყენებიან რღვევის მექანიკაში ბზარების გავრცელების თავიდან აცილებისა და თხელკედლიანი ელემენტებით სხვადასხვა საინჟინრო კონსტრუქციების გამაგრების ამოცანებში. დრეკადობის ბრტყელი თეორიის საკონტაქტო ამოცანების კვლევისას საკმაოდ ეფექტური აღმოჩნდა სინგულარული ინტეგრალური განტოლებებისა და ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის სასაზღვრო ამოცანების მეთოდები (ნ. მუსხელიშვილის მეთოდი, ვინერ-ჰოპფის მეთოდი). არაკლასიკური სასაზღვრო ამოცანები, გარდა აღნიშნული მეთოდებისა, მოითხოვენ კომპლექსური ცვლადის ფუნქციათა თეორიის, ინტეგრალური გარდაქმნების თეორიის, კოშის ტიპის ინტეგრალების თეორიის, ინტეგრალურ განტოლებათა თეორიის, მიახლოებითი ანალიზის სხვადასხვა მეთოდების განზოგადოებას.

ბლანტი დრეკადობის თავდაპირველი თეორიები განხილულია მაქსველის, მეიერის, ბოლცმანის შრომებში და შესწავლილია ვოიგტას, კელვინის, ვოლტერის და სხვათა მიერ. ბლანტი მასალები მნიშვნელოვან როლს ასრულებენ ბიომექანიკაში (კერძოდ, ძვლის მექანიკაში), აგრეთვე ბლანტი დრეკადი ტალღების შესწავლა და სეისმური ტალღების გავრცელების დადგენა არის გეოფიზიკის მნიშვნელოვანი ამოცანა. ბოლცანოსა და ვოლტერას იდეებზე დაყრდნობით გასული საუკუნის 50-იანი წლებიდან დაიწყო განვითარება ბლანტიდრეკადობის მათემატიკურმა თეორიამ (ი. რაბოტნოვი, ნ. არუტი-ნიანი, გ. მასლოვი და სხვები). ცოცვადობის თვისების მქონე სხეულებისა და თხელკედლიანი ელემენტების ურთიერთქმედების ამოცანები ანალიზურ ფუნქციათა

თეორიისა, ინტეგრალური განტოლებების, ინტეგრალური გარდაქმნების და მიახლოებითი ანალიზის სხვადასხვა მეთოდთან ერთად უკავშირდებიან ვოლტერას მეორე გვარის ინტეგრალური განტოლების გამოკვლევას.

დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტის ღუნვის ნაწილობრივ უცნობ-საზღვრიანი ამოცანები (თანაბრადმტკიცე კონტურის მოძებნის ამოცანები) ოპტიმალური პროექტირების ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს ამოცანათა რიცხვს მიეკუთვნება და მათი გადაწყვეტა უზრუნველყოფს სიცარიელის (ხვრელის) საზღვარზე ძაბვების ოპტიმალურ განაწილებას ხვრელის საზღვრის ფორმის სათანადო შერჩევის გზით. საზოგადოდ, ხვრელის მქონე ფირფიტებში, როგორც ფირფიტის რღვევის თვალსაზრისით, ასევე ხვრელის საზღვრის წერტილთა მახლობლად პლასტიკური ზონების წარმოქმნაში არსებით როლს თამაშობს ტანგენციალური-ნორმალური ძაბვები და ტანგენციალური-ნორმალური მომენტები, რომელთა მნიშვნელობებიც დამოკიდებულნი არიან გარეგანი დატვირთვებზე და ხვრელის ფორმაზე. აღნიშნულიდან გამომდინარე, პრაქტიკამ დღის წესრიგში დააყენა შემდეგი ამოცანა:

მოცემული გარეგანი დატვირთვის პირობებში ფირფიტაში შეირჩეს ისეთი ფორმის ხვრელები, რომელთა საზღვარზე ტანგენციალური-ნორმალური ძაბვის (ტანგენციალური-ნორმალური მომენტის) მოდულის მაქსიმალური მნიშვნელობა იყოს ერთნაირი და მინიმალური იმავე სხეულში ყველა სხვა შესაძლო ხვრელებზე00 ამავე სიდიდეების მოდულით მაქსიმალურ მნიშვნელობებს შორის.Mმტკიცდება რომ, უსასრულო არეებისათვის ტანგენციალური-ნორმალური ძაბვის (ტანგენციალური-ნორმალური მომენტის) მაქსიმა-ლური მნიშვნელობის მინიმუმი მიიღწევა ისეთ კონტურებზე, რომლებზედაც ეს სიდიდეები მუდმივ მნიშვნელობას ინარჩუნებენ; ასეთ კონტურებს უწოდებენ თანაბრად-მტკიცე კონტურებს. ამ კონტურების მქონე სხეულებში ადგილი აქვს ძაბვათა ოპტიმალურ გადანაწილებას მთელ სხეულში, ისე რომ პლასტიკური ზონები პირველად წარმოიქმნებიან ერთდროულად მთელს კონტურზე.

აღნიშნული ამოცანის გადაწყვეტა ემსახურება როგორც კონსტრუქციის სიმტკიცის უნარიანობის გაზრდას, ასევე მისი წონის მინიმიზაციასაც. დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტების ღუნვის შემთხვევებში თანაბრად მტკიცე კონტურის მოძებნის ამოცანების გადასაწყვეტად ყველაზე ეფექტური აღმოჩნდა ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის სასაზღვრო ამოცანების (წრფივი შეუღლების, რიმან-ჰილბერტის, დირიხლეს, კარლემანის ტიპის გადაადგილებიანი ამოცანები)Dმეთოდები.

უწყვეტ გარემოთა მექანიკის შერეულ და საკონტაქტო სასაზღვრო ამოცანებში ამჟამადაც მიმდინარეობს ინტენსიური კვლევები მსოფლიოს მრავალ სამეცნიერო ცენტრში. წლების მანძილზე ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის დრეკადობის მათემატიკური თეორიის განყოფილებაში მიმდინარეობდა: დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტების ღუნვის თეორიის არაკლასიკური სტატიკური და დინამიკური საკონტაქტო ამოცანების გამოკვლევა ცვლადი სიხისტის თხელკედლიანი ელემენტებისა და სხვადასხვა ფორმის თუ ფენომენოლოგიური თვისების მქონე (იზოტროპული, ანიზორტოპული, ორთოტროპული, პიეზოელექტრული თვისების მქონე, უბან-უბან ერთგვაროვანი მასალებისათვის და სხვა) სხეულის ურთიერთქმედების შესახებ; დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტების ღუნვის შებრუნებული (ნაწილობრივ უცნობ საზღვრიანი) ამოცანების შესწავლა; ცილინდრულთან მახლობელი ბრუნვითი გარსების მდგრადობის ამოცანების დამუშავება; მბრუნავი ფოროვანი ცილინდრების ჰიდროდინამიკური მდგრადობის ამოცანების შესწავლა.

მკვლევართა ჯგუფის მიერ მიღებული შედეგები და ძირითადი მონაცემები

თემა1. დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტების ღუნვის თეორიის არაკლასიკური საკონტაქტო ამოცანები ცვლადი სიხისტის თხელი დრეკადი ელემენტებისა და დრეკადი ფირფიტების ურთიერთქმედების შესახებ საძიებელი საკონტაქტო ძაბვების ან მათი ნახტომების მიმართ მათემატიკურად ფორმულირდებიან ცვლადი კოეფიციენტების

მქონე სინგულარული ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებებისა და ასეთი განტოლებებისაგან შემდგარი სისტემების სახით, აგრეთვე უძრავი სინგულარობის მქონე მეორე გვარის სინგულარული ინტერო-დიფერენციალური განტოლებების სახით. ამ განტოლებათა მახასიათებელ ნაწილს პრანდტლის ტიპის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლების სახე აქვს,Aრომელიც ზოგად შემთხვევაში გამოკვლეული არ გახლდათ. მიღებულ განტოლებათა ამონახსნი იძებნება ჰელდერის H კლასის ფუნქციებში, რომელთა წარმოებული ეკუთვნის ე.წ. H^* კლასს (იხ. [2]). ისინი ხარისხოვანი კანონით ცვლადი (საინტეგრაციო წირის ბოლოებში ნებისმიერი რიგით ქრობადი, შემოსაზღვრული ან შემოუსაზღვრელი) კოეფიციენტით მიეკუთვნებიან მესამე გვარის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა ტიპს. **ნ.Nშავლაყაძის** მიერAანალიზურ ფუნქციათა თეორიის მეთოდებისა და მიახლოებითი ანალიზის მეთოდების გამოყენებით აღნიშნული განტოლებები სხვადასხვა შემთხვევებში დაყვანილია კარლემანის ტიპის გადაადგილებიან სასაზღვრო ამოცანაზე ზოლისათვის, აგრეთვე ასეთი ტიპის სასაზღვრო ამოცანათა სისტემაზე, ან წრფივი შეუღლების ამოცანაზე, მიიღო მათი ეფექტური ამოხსნები, ხოლო გარკვეულ პირობებში ორთოგონალურ პოლინომთა მეთოდის გამოყენებით მან მიიღო უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემები, რომელთა გამოკვლევა ხდება რეგულარობაზე კვადრატით ჯამებად ან შემოსაზღვრულ მიმდევრობათა სივრცეებში. Mმოხერხდა მიღებული სასაზღვრო ამოცანებისა და უსასრულო ალგებრულ განტოლებათა სისტემების გამოკვლევვა, დადგინდა ამონახსნთა ასიმპტოტური ყოფაქცევა Yდა ამოიხსნა ძაბვების კონცენტრაციის ამოცანა. Fფიზიკური თვალსაზრისით კი დადგინდა საკონტაქტო ძაბვების განსაკუთრებულობათა ხასიათი დრეკადი ელემენტების (ჩართვების, სტრინგერების) სიხისტის ცვლილების კანონთან მიმართებაში. Mმის მიერ Gგანხილულია: შედგენილი (უბან-უბან ერთგვაროვანი) სიბრტყე სასრული ან ნახევრადუსასრულო ჩართვით გამყოფი წირის გასწვრივ ან მის მართობულად; ცვლადი სიხისტის დრეკადი ჩართვის მქონე ნახევარსივრცის ანტიბრტყელი ამოცანა; ცვლადი სიხისტის ჩართვების პერიოდული სისტემით გამაგრებული დრეკადი სიბრტყის საკონტაქტო ამოცანა; წრიული და მართკუთხოვანი (შესაბამისად ხისტად და სახსრულად ჩამაგრებული საზღვრით) გამაგრებული სასრული ფირფიტის ღუნვის საკონტაქტო ამოცანები. მიღებულია საკონტაქტო ამოცანების ზუსტი ამოხსნები დრეკადი სოლისებური იზოტროპული და ანიზოტროპული სხეულებისათვის, გამოკვლეულია ტანგენციალური და ნორმალური საკონტაქტო ძაბვების ყოფაქცევა როგორც სოლის გაშლის კუთხის, ასევე დრეკადი ელემენტის სიხისტის ცვლილების კანონთან მიმართებაში. Gგანხილულია დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტის ღუნვის თეორიის ზოგიერთი შერეული ამოცანა ნებისმიერი გაშლის კუთხის მქონე სასრული სექტორის ფორმის ფირფიტისათვის დირიხლეს და რიმან-ჰილბერტის სასაზღვრო ამოცანების გამოკვლევის გზით. განხილულია დრეკადობის ბრტყელი თეორიის, ფირფიტების ღუნვის თეორიისა და ბზარების თეორიის სტატიკური და დინამიკური სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანები სასრული ან უსასრულო, როგორც იზოტროპული, ასევე სხვადასხვა ტიპის ანიზოტროპიისა და უბან-უბან ერთგვაროვნების მქონე სხეულებისათვის, აგრეთვე ელექტროდრეკადობის ბრტყელი ამოცანები ბზარებისა და ჩართვების მქონე პიეზოელექტრული მასალებისათვის.

გამოკვლეულია დასმული ამოცანებისა და შესაბამისი ინტეგრალური განტოლებების ამონახსნების არსებობისა და ერთადერთობის ამოცანები [18-34]. მიღებული შედეგები გამოქვეყნებულია მაღალი იმპაქტ-ფაქტორის მქონე ჟურნალებში, როგორებიცაა **Journal Applied Mathematic and Mechanic, Interational Applied Mechanic, Mechanic of Solids, Acta Applicandae Mathematicae, ZAMM;** მიღებულია გამოხმაურებები და ციტირებები **38 სტატიაზე**, მათ შორის **14 სტატიაზე** იმპაქტ-ფაქტორის მქონე ჟურნალებში. შედეგები მოხსენებულია არაერთ საერთაშორისო კონფერენციებსა და სიმპოზიუმებზე [64-70]. **ციტირების ინდექსი-73**.

რ. ბანცურისა და ნ. შავლაყაძის ნაშრომთა ციკლს „დრეკადობის თეორიის შერეული და საკონტაქტო ამოცანები“ 2011 წელს მიენიჭა აკად. ნ. მუსხელიშვილის აკადემიური სახელობითი პრემია.

თემა 2. სხეულში ძაბვების ოპტიმალური განაწილების ამოცანათა ახალ კლასს მიეკუთვნება ეგ. წოდ. Nნაწილობრივ უცნობსაზღვრიანი ამოცანები. Ggამოკვლეული იქნა დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტების ღუნვის თეორიაში თანაბრადმტკიცე კონტურების მოძებნის ამოცანები უცნობი ან ნაწილობრივ უცნობი ხვრელებით შესუსტებული სხეულებისათვის და მიღებულ იქნა ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის ახალი სასაზღვრო ამოცანა, ეგ. წოდ. კარლემანის ტიპის ამოცანა რგოლისათვის. ამისათვის **რ. ბანცურმა** დაამუშავა ფაქტორიზაციის მეორე მეთოდი და მოგვცა ამ სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნადობის დასრულებული თეორია.

საინჟინრო პრაქტიკაში მნიშვნელოვან როლს ასრულებენ დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტების ღუნვის თეორიის პირდაპირი და შებრუნებული ამოცანები. ტეხილებით შემოსაზღვრული ორადბმული ფირფიტების ამოცანებში ყველაზე ეფექტური აღმოჩნდა კომპლექსური ანალიზის და ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის მეთოდები, ასეთი ამოცანების კვლევისას არსებითი მნიშვნელობა ენიჭება ძაბვათა კონცენტრაციის სურათის დადგენას კუთხის წვეროთა მახლობლობაში, სადაც ადგილი აქვს ძაბვების გადანაწილებას და პლასტიკური ზონების წარმოქმნას. ხვრელის საზღვრის მახლობლობაში ძაბვების განაწილების სურათის დადგენამ აქტუალური გახადა საზღვრის ისე შერჩევა, რომ მათზე ტანგენციალური ნორმალური ძაბვები მუდმივ მნიშვნელობას ღებულობენ. ასეთი ტიპის თანაბრადმტკიცე კონტურების მოძებნის შებრუნებულ ამოცანებს უსასრულო არეებისათვის საფუძველი ჩაეყარა ჰ. ნეიბერის, ს. ვიგდერგაუზის, გ. ჩერეპანოვის და ნ. ბანიჩუკის შრომებში [35-36], ხოლო ტეხილებით და თანაბრადმტკიცე უცნობი კონტურებით შემოსაზღვრული სასრული ორადბმული და მრავლადბმული არეებისათვის მათ კვლევას სათავე დაედო რ. ბანცურის შრომებში და ისინი დღესაც აქტუალურ ამოცანათა რიცხვს მიეკუთვნება. ანალიზურ ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანების თეორიის გამოყენება, როგორც დრეკადობის ბრტყელ, ასევე ფირფიტების ღუნვის ამოცანებში ამონახსნების ეფექტურად აგების თვალსაზრისით არსებითად ეფუძნება მოცემული არის კონფორმულ არეზე გადამსახი ფუნქციის აგებას. Aამ მიმართულებით გ. კაპანაძის მიერ ეფექტურად იქნა აგებული მრავალკუთხედით შემოსაზღვრული ორადბმული არის წრიულ რგოლზე კონფორმულად გადამსახი ფუნქცია (კრისტოფელ-შვარცის ფორმულის ანალოგი) და ამ გზით ეფექტურად იქნა აგებული კომპლექსური პოტენციალები, რომლების ფირფიტის დრეკად წონასწორობას განსაზღვრავენ. აღმოჩენილ იქნა კავშირი მრავალკუთხედის შიგნით თანაბრად მტკიცე კონტურის მოძებნის ამოცანასა და მრავალკუთხედით შემოსაზღვრული ორადბმული არის წრიულ რგოლზე კონფორმულად გადამსახი ფუნქციის აგების ამოცანებს შორის და ამოხსნილ იქნა ნაწილობრივ უცნობ საზღვრიანი სასრული ორადბმული არის ღუნვის ამოცანა. აგრეთვე ამოხსნილ იქნა ოპტიმალური (თანაბრადმტკიცე) ხვრელების მოძებნის ამოცანა დრეკად კვადრატში [40-41]. შედეგები გამოქვეყნებულია სხვადასხვა საერთაშორისო ჟურნალში [37-39], მათ შორის **4 სტატია იმპაქტ-ფაქტორის** მქონე ჟურნალებში, როგორებიცაა **Interational Applied Mechanic, Mechanic of Solids. ციტირების ინდექსი-8.**

თემა 3. ძალოვანი და ტემპერატურული ზემოქმედების ქვეშ მყოფი თხელკედლიანი გარსების გამოკვლევა მათი ფართო გამოყენების გამო თანამედროვე ტექნიკის სხვადასხვა სფეროში დიდ ინტერესს იმსახურებს. Dდრეკადი შემავსებლის მქონე ბრუნვითი გარსების რხევისა და მდგრადობის ამოცანები სხვადასხვა დატვირთვისა და ტემპერატურის მოქმედებისას პრაქტიკულად შესწავლილი არ იყო. Eეს ამოცანები განიხილებოდა დრეკადი შემავსებლისა და ტემპერატურული ზემოქმედების გარეშე, მაშის როდესაც ეს ფაქტორები არსებით გავლენას ახდენენ გარსის ყოფაქცევაზე. ბრუნვითი, ცილინდრულთან მახლობელი, ნორმალური წნევის ქვეშ მყოფი გარსების მდგრადობის ამოცანები

განხილულია შრომებში [41-42]. **ს. კუკუჯანოვმა** მიიღო მდგრადობის დაზუსტებული განტოლებები, რომლებიც განსხვავდებიან იმავე რიგის დამატებითი წევრებით. განიხილა მდგრადობის ამოცანები მგრეხავი და მერედიანული დატვირთვებისათვის, აგრეთვე როგორც დადებითი ასევე უარყოფითი გაუსის სიმრუდის მქონე ორთოტროპული გარსებისათვის, შეისწავლა ჰარმონიული რხევისა და დინამიკური მდგრადობის საკითხები წინასწარ დატვირთული, ცილინდრულთან მახლობელი, ბრუნვითი გარსებისათვის. Mმისი ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია სხვადასხვა საერთაშორისო ჟურნალში [44-49], მათ შორის **24 სტატია იმპაქტ-ფაქტორის** მქონე ჟურნალებში, როგორებიცაა **Interational Applied Mechanic, Mechanic of Solids. ციტირების ინდექსი-22**.

თემა 4. ტექნიკურ ჰიდროდინამიკაში ფილტრაციის პრობლემებთან დაკავშირებით დიდ ინტერესს წარმოადგენს ჰიდროდინამიკური მდგრადობის თეორიის კონკრეტული ამოცანები, რომელთა შესწავლა მჭიდროდ არის დაკავშირებული ტურბულენტობასთან. როგორც ცნობილია, ლანდაუს ჰიპოტეზის თანახმად სითხის დინების ტურბულენტურ მოძრაობაში გადასვლა ხორციელდება ნავიე-სტოქსის განტოლებათა სისტემის ამოხსნების თანდათანობითი ბიფურკაციების შედეგად. Bბიფურკაციების ხასიათის გამოკვლევა და აგრეთვე იმ პირობების დადგენა, რომლის დროსაც ეს გადასვლები ხორციელდება, წარმოადგენს ჰიდროდინამიკური მდგრადობის თეორიის საბოლოო მიზანს.

დღეისათვის პროგრესი ტურბულენტური მოძრაობების შესწავლისას მიღწეულ იქნა მხოლოდ კონკრეტული ამოცანებით, რომელთა შორის გამოირჩევა მდგრადობის ამოცანები ორ ბრუნავ კონცენტრულ ცილინდრს შორის. როგორც ცნობილია, მყარი ცილინდრების შემთხვევაში ეს ამოცანები წარმოადგენენ შესანიშნავ მოდელს, რომლისთვისაც ხდება მდგრადობის როგორც წრფივი, ისე არაწრფივი თეორიის გამოყენება, რაც დასტურდება ექსპერიმენტებითაც. მდგრადობის ამოცანებისათვის ბრუნავი ფოროვანი ცილინდრების შემთხვევაში მიღებულია გარკვეული თეორიული შედეგები წრფივი თეორიის გამოყენებით და შესწავლილია მდგრადობის პირველი დაკარგვის შედეგად წარმოქმნილი დინებები, რომლებიც შედარებულია ექსპერიმენტალურ გამოკვლევებთან [50-54,63]. Fფილტრაციის პროცესის მართვისათვის სასურველია შემდგომი გადასვლების შესწავლა, რაც შესაძლებელია მხოლოდ მდგრადობის არაწრფივი თეორიის გამოყენებით. როგორც თეორიული, ასევევ რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით შესწავლილია იზოთერმული და არაიზოთერმული დინებების მდგრადობის საკითხი ფოროვან ცილინდრებს შორის. სითხის გაჟონვა ცილინდრში ცვლის სითხის მოძრაობის შესაბამის არაწრფივ ოპერატორულ განტოლებათა ხასიათს. **ლ. შაფაქიძის** შრომებში არაწრფივ ოპერატორულ განტოლებე-ბისათვის ბიფურკაციის თეორიის გამოყენებით დამტკიცებულია სტაციონალური ბიფურკაციის საკმარისი პირობები, შესწავლილია ის რთული რეჟიმები, რომლებიც წარმოიშობიან სითხის დინების მდგრადობის დაკარგვის შედეგად და რომლებსაც მივყავართ ქაოსურ მოძრაობამდე. შესწავლილია იზოთერმული სითხის დინების მდგრადობის ამოცანები, ასევე ამოცანები, როდესაც სითხის დინებაზე მოქმედებს ტრანსვერსალური წნევის გრადიენტი. მიღებული შედეგები გამოქვეყნებულია სხვადასხვა საერთაშორისო ჟურნალში [55-62], მათ შორის **8 სტატია** იმპაქტ-ფაქტორის მქონე ჟურნალში, ისინი მოხსენებულია მრავალ საერთაშორისო კონფერენციასა და სიმპოზიუმზე [71-74]. ციტირების ინდექსი - 34.

მკვლევართა ჯგუფის წევრები სხვადასხვა წლებში მონაწილეობდნენ შემდეგ სამეცნიერო გრანტებში:
საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის გრანტი (1997-2005);
საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი GNSF/ST06/3-006 (2006-2007);
საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი GNSF/ST06/7-072 (2006-2009);
საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი GNSF/ST08/3-386 (2008-2011); STCU Priject#4390 (2009-2011).

კვლევის სიახლე, კვლევის ობიექტები:
*ბლანტი დრეკადობის თეორიის წრფივი და არაწრფივი საკონტაქტო ამოცანები;
*დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტის ღუნვის პირდაპირი და შებრუნებული ამოცანები;
*თერმორხევისა და თერმომდგრადობის ამოცანები წინასწარ დატვირთული, ცილინდრულთან მახლობელი ბრუნვითი გარსებისათვის დრეკადი შემავსებლით;
*ჰიდროდინამიკური მდგრადობის თეორიის ზოგიერთი კონკრეტული ამოცანა.

შესასრულებელი ამოცანები ეტაპების მიხედვით და სათანადო ინდიკატორებით:

კვლევის ძირითადი მიზანი და სიახლე იქნება:

1. 2014 წელი:

ა) **ბლანტი დრეკადობის თეორიის საკონტაქტო ამოცანები**, რომლებიც უკავშირდებიან არაერთგვაროვანი თხელკედლიანი სასრული ან ნახევრად უსასრულო ელემენტებისა (ჩართვები, სტრინგერები) და ცოცვადობის თვისების მქონე ნახევარსიბრტყის ან სიბრტყის ურთიერთქმედებას, როდესაც თხელკედლიანი ელემენტები იმყოფებიან ტანგენციალური ან ნორმალური დატვირთვების პირობებში. ძირითადი ამოცანა მდგომარეობს ტანგენციალური და ნორმალური საკონტაქტო ძაბვების პოვნაში, მათი ასიმპტოტური ყოფაქცევის დადგენსა და განსაკუთრებულ წერტილების მახლობლობაში ინტენსივობის კოეფიციენტის განსაზღვრაში, სხეულში ტანგენციალური და ნორმალური საკონტაქტო ძაბვების განაწილებაზე მასალის ასაკის გავლენის დადგენაში.

ბ) **დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტის ღუნვის შებრუნებული ამოცანები**. დრეკადობის ბრტყელი თეორიის სასაზღვრო ამოცანა სწორხაზოვანი ჭრილის მქონე მრავალკუთხა არისათვის, კონკრეტული ამოცანები ჭრილის მქონე წესიერი მრავალკუთხედისათვის.

გ) **თერმორხევისა და თერმომდგრადობის ამოცანები წინასწარ დატვირთული, ცილინდრულთან მახლობელი ბრუნვითი გარსებისათვის დრეკადი შემავსებლით.** განხილული იქნება ამოცანები, როდესაც დრეკადი შემავსებელი მოდელირდება ვინკლერის ფუძით, აგრეთვე დრეკადი ფუძის ვ. ვლასოვისა და ნ. Lლეონტიევის მოდელები. Ggანიხილება დრეკადი შემავსებლისა და გარსის საკონტაქტო ამოცანები.

დ) **ჰიდროდინამიკური მდგრადობის თეორიის ზოგიერთი კონკრეტული ამოცანა.** შესწავლილ იქნება ის კვაზიპერიოდული დინებები, რომლებიც წარმოიშვებიან მოცემული დინების თანდათანობითი ბიფურკაციების შედეგად და რომელთაც საბოლოოდ მივყავართ ორ ფოროვან ცილინდრს შორის ქაოსურ მოძრაობებამდე. გამოყენებული იქნება ცილინდრული სიმეტრიის მქონე ჰიდროდინამიკური დინებებისათვის ბიფურკაციის არაწრფივი თეორია, რომლის საშუალებითაც შესწავლილია მდგრადობის ამოცანები სხვადასხვა დინებებისათვის.Ggანიხილება ორ ფოროვან ბრუნავ ცილინდრს შორის ბლანტი უკუმში სითხის დინება, როდესაც მასზე მოქმედებს რადიანული წნევის გრადიენტი და ასევე წნევის გრადიენტი ცილინდრების ღერძის მიმართულებით. ამოცანის პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისათვის შესწავლილი იქნება ამპლიტუდურ განტოლებათა დინამიური სისტემების წონასწორობები და ბიფურკაციების გადაკვეთის წერტილები.

2015-2018 წლები:

2. ა) უძრავი სინგულარობის მქონე პირველი და მეორე გვარის სინგულრული ინტეგრალური და სინგულარული ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებების გამოკვლევა. ისინი დაკავშირებულნი არიან ერთგვაროვანი და უბან-უბან ერთგვაროვანი ბლანტი

დრეკადი თვისების მქონე სხეულებისა და სასრული ან ნახევრადუსასრულო ჩართვების ურთიერთქმედებასთან.

ბ) ფირფიტის ღუნვის ამოცანები ჭრილით შესუსტებული მრავალკუთხა არისათვის.

გ) თერმორხევისა და თერმომდგრადობის ამოცანები სხვადასხვა დატვირთვისა და მუდმივი ტემპერატურის პირობებში მყოფი გარსებისათვის. Ⴑგანიხილება მსახველის გასწვრივ ცვლადი ტემპერატურის შემთხვევაც როგორც დადებითი, ასევე უარყოფითი გაუსის სიმრუდისათვის.

დ) ორ ფოროვან ბრუნავ ცილინდრს შორის ბლანტი უკუმში სითხის დინებისათვის რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით გაანგარიშებული და აგებული იქნება კვაზიპერიოდული რეჟიმების ფაზური ტრაექტორიები.

3. ა) ბლანტი დრეკადობის თეორიის საკონტაქტო ამოცანები არაერთგვაროვანი და არაწრფივი ცოცვადობის თვისების მქონე თხელკედლიანი ელემენტებისა და ასეთივე თვისების მქონე სხეულების ურთიერთქმედების შესახებ.

ბ) დრეკადობის ბრტყელი თეორიის ნაწილობრივ უცნობ საზღვრიანი ამოცანები ტეხილებით შემოსაზღვრული ორადბმული არეებისათვის.

გ) სხვადასხვა სასაზღვრო ამოცანის გამოკვლევაAწინასწარ დატვირთული, ცილინდრულთან მახლობელი ბრუნვითი გარსებისათვის დრეკადი შემავსებლით.

დ) სხვადასხვა ტემპერატურაზე გამთბარი ორ ფოროვან ბრუნავ ცილინდრს შორის ბლანტი უკუმში სითხის დინების ამოცანისათვის მდგრადობის საკმარისი პირობების დადგენა.

4. ა) სხვადასხვა ფორმის დრეკად სხეულებთან მუდმივი ან ცვლადი სიხისტის მქონე დრეკადი ელემენტების ურთიერთქმედების წრფივი და არაწრფივი საკონტაქტო ამოცანების გამოკვლევა. დრეკადი ელემენტები შეიძლება იმყოფებოდნენ როგორც წრფივი, ასევე არაწრფივი დეფორმაციის პირობებში (ჰუკის წრფივი ან არაწრფივი კანონის პირობებში), კონტაქტის პირობა შეიძლება წარმოადგენდეს როგორც უწყვეტობის პირობას, ასევე ურთიერთქმედებაში მყოფ სხეულებს შორის თხელი ბლანტი ფენის არსებობას. Pამოცანა მდგომარეობს დრეკადი ელემენტების ბოლოების მახლობლობაში საძიებელი საკონტაქტო ძაბვების ასიმპტოტური ანალიზის ჩატარებში, საკონტაქტო ძაბვების განსაკუთრებულობათა ხასიათის დადგენში დრეკადი ელემენტების სიხისტის ცვლილების და არაწრფივობის კანონებთან მიმართებაში.

ბ) თანაბრად მტკიცე კონტურის მოძებნის კონკრეტული ამოცანები წესიერი მრავალკუთხედის შემთხვევაში.

გ) ცილინდრულთან მახლობელი, ბრუნვითი გარსების დინამიკური მდგრადობის ამოცანები.

დ) ორ ფოროვან ბრუნავ ცილინდრს შორის ბლანტი უკუმში სითხის დინების ამოცანისათვის მდგრადობის დაკარგვის შედეგად წარმოქმნილი მეორადი დინებების გამოკვლევა.

5. ა) დრეკადობისა და ბლანტი დრეკადობის დინამიკური საკონტაქტო ამოცანები.

ბ) დრეკადობის ბრტყელი თეორიის პირდაპირი ამოცანები ტეხილებით შემოსაზღვრული ორადბმული არეებისათვის.

გ) თერმორხევისა და თერმომდგრადობის ამოცანებში დრეკადი შემავსებლის მქონე წინასწარ დატვირთული, ცილინდრულთან მახლობელი ბრუნვითი გარსებისათვის ძირითადი შედეგების წარმოდგენა ანალიზური ფორმულებისა და გრაფიკების სახით, რაც ხელსაყრელი იქნება პრაქტიკული გამოკვლევებისათვის.

დ) ორ ფოროვან ბრუნავ ცილინდრს შორის ბლანტი უკუმში სითხის დინების ამოცანისათვის იმ ბიფურკაციების გამოკვლევა, რომელთაც ექნებათ ადგილი ტურბულენტურ მოძრაობაში გადასვლის დროს.

ინდიკატორები: ყოველწლიურად მომზადებული იქნება არა ნაკლებ ოთხი სამეცნიერო ნაშრომი უმეტესად იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში. მიღებული შედეგები წარმოდგენილი იქნება არაერთ საერთაშორისო კონფერენციასა და სიმპოზიუმზე.

ციტირებულიLლიტერატურა

1. N. Muskhelishvili, Some basic problems of the mathematic theory of elasticity. (Russian) *Nauka, Moscow*, 1966.
2. N. Muskhelishvili, Singular integral equation. (Russian) *Fiz. Mat. Moscow*, 1962.
3. V.Alexandrov, S. Mkhitaryan, Contct problem for bodies with thin coverings and layers. (Russian) *Nauka, Moscow*,1983.
4. G. Popov, Concentration of elastic stresses near punches, cuts, thin inclusion and supports. (Russian) *Nauka, Moscow*, 1983.
5. N. Arutyunyan,The contact problem for halfplane with an elastic strengthening. (Russian) *Prikl. Mat. Mekh.* **32** (1968), No. 4, 632-646.
6. O. Onishchuk, G. Popov, On some problems of bending of plates with cracks and thin inclusion. (Russian) *Izv. Akad. Nauk. SSSR, Mekh. Tv. Tela*, **4**(1980), 141-150.
7. O. Onishchuk, G Popov, P.Farshight, On Singularities of contact srteses under bending of plates with thin inclusion. (Russian) *Prikl. Mat. Mekh.* No.2, **50**(1986), 393-302.
8. B. Nuller, The deformation of an elastic wedge- shaped plate supported by a rod of variable stiffness and a method of solving mixed problems.(Russian) *Prikl. Mat. Mekh.* No. 2, **40** (1976), 306-316.
9. Yu. A. Antipov, N. G. Moiseev, Exact solution of the two-dimensional problem for a composite plane with a cut that crosses the interface line. *J. Appl. Math. Mech.* **55**, no.4, 531-539(1999).
10. Yu. A. Antipov, Effective solution of a Prandtl-type integro-differential equation on an interval and its application to contact problems for a strip. *J. Appl. Math. Mech.* **57**, no. 3, 547-556(1993).
11. Yu. A. Antipov, N. Kh. Arutynyan, A contact problem for an elastic layer with cover plates in the presence of friction and adhesion. *J. Appl. Math. Mech.* **57**, no. 1, 159-170(1993).
12. T. C. T. Ting, Anisotropic Elasticity. Theory and Applications. *New York, Oxford, Oxford University Press*, 1996. 570 pp.
13. E. Tsuchida, T. Mura, J. Dundurs, The elastic field of an elliptic inclusion with a slipping interface. *Trans. ASME J. Appl. Mech.* **53**, no. 1, 103-107(1986).
14. T. C. T. Ting, Uniform stress inside an anisotropic elliptic inclusion with imperfect interface bonding. *J. Elasticity* **96**, no. 1, 43-55 (2009).
15. T. C. T. Ting, P. Schiavone, Uniform antiplane shear stress inside an anisotropic elastic inclusion of arbitrary shape with perfect or imperfect interface bonding. *Inter. Journal of Engineering Science* **48**, Issue 1, 67-77(2010).
16. R. Bantsuri, A contact problem for a wedge with elastic bracing. (Russian) *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **211**(1973), 797-800.
17. R. Bantsuri, The contact problem for an anisotropic wedge with an elastic fastening. (Russian) *Dokl. Akad. Nauk. SSSR.* No.3, **222** (1975), 568-571.
18. N. Shavlakadze, On some contact problems for Bodies with elastic inclusion. *Georgian Math. J.* **5** (1998), No. 3, 285-300.
19. N. Shavlakadze, A contact problem of the Interaction of semi-finite inclusion with a plate. *Georgian Math. J.* **6** (1999), No. 5, 489-500.
20. N. Shavlakadze, On singularities of contact stress upon tension and bending of plates with elastic inclusion. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **120** (1999), 135-147.
21. N. Shavlakadze,Nonclassical biharmonic boundary value problems describing the band of finite and infinite plates with inclusions. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **22** (2001), 91-140.
22. N. Shavlakadze, The contact problem of bending of plate with thin fastener (Russian). *Izv. Ross. Akad. Nauk, Mekh. Tv. Tela.* 2001, No.3, 144-155. Enl. Transl.: *Mechanic of Solids*. 2001, Vol. 36, part 3, p. 122-127.

23. N. Shavlakadze, The contact problem for anisotropic wedge with elastic fastener of variable rigidity (with R. Bantsuri). (Russian) *Prikl. Mat. i Mekh.*, **66** (2002), No. 4, 663-669. Eng. transl.: *J. Appl. Math. Mech.* **66** (2002), No. 4, 645-650.
24. N. Shavlakadze, Bending of elastic anisotropic plate with circle hole, reinforced with inclusions on a finite sites (Russian). *Prikl. Mekh.* **38** (2002), No. 3, 114-121. Eng. transl.: *Int. Appl. Mech.* **38** (2002), No.3, 356-364.
25. N. Shavlakadze, Bending of elastic anisotropic plate with elastic inclusion (Russian). *Izv. Ross. Akad. Nauk. Mekh.Tv. Tela*, 2003, No. 6, 102-108. Eng. Transl.: *Mechanic of solids*. 2003, part. 6, p. 83-87.
26. N. Shavlakadze, The bending problem of beam lying on the elastic basis (with R. Bantsuri). (Russian) *Prikl. Mat. i. Mech.* **69** (2005), No. 2, 296-302. Eng. Transl.: *J. Appl. Math. Mech.* **69** (2005), No. 2, 268-274.
27. N. Shavlakadze, The contact problems of the Mathematical Theory of Elasticity for plates with an elastic inclusion. *Acta Appl. Math.* **99** (2007), 29-51.
28. N. Shavlakadze, The contact problems of the Mathematical Theory of Elasticity for plates with an elastic inclusion. "IUTAM Symposium on relations of Shell, Plate, Beam and 3D models". *Springer Science +Business Media B. V.* 2008. pp. 197-204.
29. N. Shavlakadze, The contact problem for piecewise homogeneous elastic plate with semi-infinite inclusion (with R. Bantsuri). (Russian) *Prikl. Mat. i Mech.* **73** (2009), No. 4. 655-662. Eng. Transl.: *J. Appl. Math. Mech.* **73** (2009), No. 4. 471-477.
30. N. Shavlakadze, The dynamic contact problem for half-plate with an elastic cover plate. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **151** (2009), 109-116.
31. N. Shavlakadze, The mixed problem for a piecewise homogeneous orthotropic plane with a cut, intersecting perpendicularly the line of interface (with R. Bantsuri). *Proc. A Razmadze Math. Inst.* **154** (2010), 53-64.
32. N. Shavlakadze, The contact problem for piecewise homogeneous orthotropic plane with finite inclusion (with R. Bantsuri). (Russian) *Prikl. Mat. Mech.* **75** (2011), No. 1, 133-138. Eng. Transl.: *J. Appl. Math. Mech.* **75** (2011), No. 1, 93-97.
33. N. Shavlakadze, The solution of system of integral differential equations and its application in the theory of elasticity. *ZAMM. Z. Angew. Math. Mech.* **91** (2011), No. 12, 979-992.
34. N. Shavlakadze, The boundary-contact problems electroelasticity for piezo-electric plate with inclusion and half space with cut (with R. Bantsuri). (Russian) *Prikl. Mat. i Mech.* **77** (2013), No. 6, 862-871. Eng. Transl.: *J. Appl. Math. Mech.* (in print).
35. Г. П. Черепанов, Механика хрупкого разрушения. *М., Наука*, 1974.
36. Н. В. Баничук, Оптимизация форм упругих тел. *М., Наука*, 1980.
37. G. Kapanadze, A problem of a plate for a dobly-connected domain bounded by polygons. *J. Appl. Math. Mech.* **66** (2002), No. 4, 601-604.
38. G. Kapanadze, A problem of a plate for a finite dobly-connected domain with partially unknown boundary. *Inter. Appl. Mech.* **39** (2003), No. 5, 121-126.
39. R. Bantsuri, G. Kapanadze, The problem of finding a full-strength contour inside the polygon. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **163 (**2013), 1-7.
40. L. Gogolauri, The problem of finding optimal holes in an elastic square. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **150 (**2009), 85-90.
41. L. Gogolauri, The problem of finding equistiong holes in an elastic square. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **158 (**2012), 25-31.
42. В. М. Даревский, Устойчивость оболочек, близких по форме к цилиндрическим. Проблема расчета простран. *Констр. М. МИСИ*, 1980.
43. П. Е. Товстик, Устойчивость тонких оболочек. Асимптотические методы. *М., Наука*, 1995.
44. С. Н. Кукуджанов, Об устойчивости оболочек вращения, близких к цилиндрическим, при одинаковом действии кручения и давления. *Прикл. Мех.* 1992, **28**, №7, 56-62.
45. С. Н. Кукуджанов, О влиянии нормального давления на частоты собственных колебаний оболочек вращения, близких к цилиндрическим. *Изв. РАН, МТТ*, №6, 1996, 121-126.
46. S. Kukudzanov, Stability of orthotropic shells of revolution close to cylindrical ones, with elastic filler under torsion. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **122** (2000), 93-104.
47. С. Кукуджанов, О влиянии граничных условий на собственные колебания предворительно напряженных оболочек вращения, близких к цилиндрическим. *Изв. РАН, МТТ*, №6, 2003, 126-136.

48. S. Kukudzanov, Dynamical stability of orthotropic shells of rotation, close by their shape to the cylindrical ones, under the action of meridional stresses. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **138** (2005), 27-42.
49. С. Кукуджанов, Колебания и динамичесая устойчивость оболотчек вращения, близких к цилиндрическим, находящихся под действием нормольного давления и меридиональных усилий. *Изв. РАН, МТТ*, №2, 2006, 48-59.
50. A. A. Kolushkin, R.Vaillancourt, Convective instability boundary of Couette flow between rotating porous cylinders with axial and radial flows. *Phys. of Fluids*, **9(4)** (1997), 10-918.
51. H. Kong and C.-K. Lee, "Instability of Taylor vortex nonaxisymmetric modes in flow between rotating porous cylinders," *ASME Trans. J. Fluids Eng.* **120** (1998), 745.
52. P. Chossat and G. Iooss, *The Couette-Taylor Problem,* SpringerVerlag,New York, 1994.
53. V. V. Kolesov, Calculation of auto-oscillations resulting from the loss of stability of a nonisothermal Couette flow, *Fluid Dyn.* **16** (1981), 344.
54. V. V. Kolesov and V. I. Yudovich,Calculation of oscillatory regimes in Couette flow in the neighborhood of the point of intersection of bifurcations initiating Taylor vortices and azimuthal waves, *Fluid Dyn.* **33**(1998), 532.
55. L. D. Shapakidze, On the bifurcation of flows of a heat- conducting fluid between two rotating permeable cylinders. *Georgian Math. J.* **4** (1997), No. 6, 567-578).
56. L. D. Shapakidze, On equilibria in the problem of the flow of a fluid between two differently rotating permeable cylinders. (Russian) *Problems in the investigation of the stability and stabilization of motion (Russian),* 86-99, 164, *Ross. Akad. Nauk, Vychisl. Tsentr, Moscow,* 1999.
57. V. V. Kolesov and L. D. Shapakidze, On transitions near the intersection point of bifurcationбs in the flow between two rotating permeable cylinders, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **122 (**2000) ,79-91.
58. V. V. Kolesov and L. D. Shapakidze, On oscillatory modes in viscous incompressible liquid flows between two counter-rotating permeable cylinders, *Proceedings of the 11th Symposium of the International Conference STAMM* 98, University of Nice, Nice, France, 25–29 May 1998(CRC, Boca Raton, FL, 2000), Vol. 106, p. 221.
59. L. D. Shapakidze, The influence of wall permeability of the stability of flows between two rotating cylinders with a pressure gradient acting round the cylinders. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **141** (2006), 123-130.
60. L. D. Shapakidze, On equilibrium in the liquid flow between two permeable cylinders in the presence of transversal pressure gradient. *Proc A. Razmadze Math. Inst.* **143** (2007), 149-150.
61. L. D. Shapakidze, Instabilities and transition in flows between two porous concentric cylinders with radial flow and a radial temperature gradient (with V. V. Kolesov). *Phys. of Fluids* **23** (2011), 014107-1-014107-13.
62. L. D. Shapakidze, On some sufficient stability conditions of nonisothermal flow between porous cylinders. *Proc A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 156-159.
63. V. Kolesov and A. G. Khoperski, *Nonisothermal Couette-Taylor's Problem* Yuj. Fed. Yniv, Rostov, 2009.
64. N. Shavlakadze,The contact problem for compound plate with an elastic semi-infinite inclusion. **ISAAC Conference** "Complex Analysis, Partial Differential Equations, and Mechanics of Continua". 23-27 April, 2007, Tbilisi.
65. N. Shavlakadze,The contact problems of the Mathematical Theory of Elasticity for plates with an elastic inclusion. **IUTAM Symposium** "Relation of Shell, Plate, Beam, and 3D Models". 23-27 April, 2007, Tbilisi.
66. N. Shavlakadze,The contact problem for piecewise-homogeneous plate, strengthened by semi-infinite inclusion crossing the boundary by right angle. **International Conference** "Topical problems of continuum Mechanics ". 25-28 September, 2007, Tsakhkadzor, Armenia.
67. N. Shavlakadze,The contact problem for piecewise orthotropic plane with finite inclusion. **International conference** "Topical problems of continuum Mechanics", 4-8 October, 2010, Dilijan, Armenia.
68. R. Bantsuri, N. Shavlakadze, The mixed and contact problems of elasticity theory. **International Conference** "Continuum Mechanics and related problems of Analysis" to celebrate the 70th Anniversary of the Georgian National Academy of Sciences and the 120th Birthday of its first President Academician N. Muskhelishvili. Tbilisi, September 9-14, 2011.
69. R. Bantsuri, N. Shavlakadze, The boundary-contact problem electroelasticity for piezo-elastic material with inclusion. . The proceedings of **International conference** "Topical problems of continuum Mechanics", 8-12 October, 2012, Tsakhadzor, Armenia, 251-255.

70. R. Bantsuri, N. Shavlakadze, Contact interactionof elastic nonhomogeneous beam with plate, when the plate material prossesses the property of viscoelasticity. **International Scientific Conference**" The modern problems of solid mechanics, differential and integral equations, August 23-26, 2013, Odessa, Ukraine, Book of Abstracts, pp. 25-26.
71. L. D. Shapakidze, On oscillatory modes in viscous incompressible liquid fluids between two counter-rotating cylinders(with Kolesov). **STAMM-98 – Symposium** on Trends in Application of Mathematics to Mechanics, May 25-29, 1998, Nica, France.
72. L. D. Shapakidze, On the stability of the flow between two permeable cylinders with transverse pressure gradient**. International Seminar** on Nonlinear Problems of the Theory of Hydrodynamic Stability and Turbulence, February 14-20, 2004, Moscow, Russia.
73. L. D. Shapakidze, Instabilities ans transition in flows between two porous concentric cylinders with radial flow and a radial temperatire gradient (with Kolesov) Fourth **International Symposium** – Bifurcation and Instabilities in Fluid Dynamics, July 17-21, 2011, Barcelona (Spain).
74. L. D. Shapakidze, On some problems of instability and bifurcations in the heat-conducting flows between two rotating permeable culinders. **International Conference** Continium Mechanics and Related Problems of Analysis, dedicated to 120th Birthday of N. Muskhelishvili, September 9-14, 2011, Tbilisi, Georgia.

თემა 8: თანამედროვე კვანტური ველის თეორიის მათემატიკური მეთოდების განვითარება და გამოყენება ყალიბურ თეორიებში, გრავიტაციაში და დაბალგანზომილებიან ფიზიკურ სისტემებში

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის თეორიული ფიზიკის განყოფილება

მკვლევართა ჯგუფი: გიორგი ლავრელაშვილი (ჯგუფის ხელმძღვანელი),
ვახტანგ გოგოხია, მერაბ ელიაშვილი, ზურაბ კაკუშაძე, ალექსანდრე კვინიხიძე, ბადრი მაღრაძე, ავთანდილ შურღაია, გიორგი ციციშვილი, არსენ ხვედელიძე, გიორგი ჯორჯაძე.

დამხმარე პერსონალი: 4 (მათ შორის 2 ახალგაზრდა მეცნიერი)

მიმართულების ძირითადი მიზანია თანამედროვე მათემატიკური ფიზიკის მეთოდების გამოყენება და განვითარება თეორიული ფიზიკის ამოცანებში. მიმართულება შედგება ექვსი ძირითადი ამოცანისაგან:

ამოცანა 1. *დაბალგანზომილებიანი ფიზიკური სისტემების თეორიული კვლევა თანამედროვე მათემატიკური ფიზიკის მეთოდების გამოყენებით*
კოორდინატორები: მ.ელიაშვილი, გ. ციციშვილი

ამოცანა 2. *გადახლართული (გადაჯაჭვული) მდგომარეობების ეფექტები კვანტურ მექანიკაში და ველის თეორიაში*
კოორდინატორი: ა.ხვედელიძე

ამოცანა 3. *გრავიტაციის და კოსმოლოგიის ასპექტები*
კოორდინატორები: ზ.კაკუშაძე, გ.ლავრელაშვილი

ამოცანა 4. *ველის კვანტური თეორიის ძირითადი მდგომარეობის ტოპოლოგიური და დინამიური სტრუქტურა ნულოვანი და სასრული ტემპერატურისთვის და სიმკვრივისთვის*
კოორდინატორები: ვ.გოგოხია, ა.შურღაია

ამოცანა 5. *დისპერსიული მიდგომა კვანტურ ქრომოდინამიკაში. უწყვეტი ველის კვანტური თეორიის მეთოდების განვითარება და მათი გამოყენება*
კოორდინატორები: ა.კვინიხიძე, ბ.მაღრაძე

ამოცანა 6. *სიმისა და ველის კვანტური თეორიების დუალობა და ინტეგრებადი მოდელები*
კოორდინატორი: გ.ჯორჯაძე

მიმართულების მონაწილეებს აქვთ სამეცნიერო თანამშრომლობის ხანგრძლივი გამოცდილება. მიღებული შედეგების მნიშვნელოვანი ნაწილი მიღებულია სხვადასხვა საერთაშორისო სამეცნიერო პროექტებში მონაწილეობისას, უცხოეთის წამყვან ცენტრებში მოკლე და გრძელ ვადიან მივლინებებში ყოფნისას და ძირითადად გამოქვეყნებულია რეფერირებულ ჟურნალებში. მკვლევართა ჯგუფის ნამუშავრები 5000 ზე მეტჯერ არის ციტირებული სამეცნიერო ლიტერატურაში. მიმართულების მონაწილეთა კომპეტენცია და გამოცდილება იძლევა პროექტში დასმული ამოცანების წარმატებით გადაწყვეტის მყარ გარანტიას.

პროექტის აღწერილობა
ამოცანა 1. *დაბალგანზომილებიანი ფიზიკური სისტემების თეორიული კვლევა თანამედროვე მათემატიკური ფიზიკის მეთოდების გამოყენებით*
უკანასკნელი დეკადის განმავლობაში ჩვენს მიერ განხილული საკითხები ეხმაურება კვანტური ველების თეორიისა და დაბალგანზომილებიანი სისტემების ამოცანებს. აქ პირველ რიგში იგულისხმაბა დაბალგანზომილებიანი ელექტრონული სისტემები და მომიჯნავე საკითხები ისეთი როგორიც არის ჰოლის კვანტური სისტემები და ორგანზომილებიანი მესერული მოდელები. კვლევები ეფუძნებოდა კვანტური ველების თეორიის, თანამედროვე თეორიული და მათემატიკური ფიზიკის მეთოდებს. პირიბითად ეს პრობლემები იყოფა სამ ჯგუფად.

- დაბალგანზომილებიანი კვანტური ყალიბური ველები, W-ალგებრა, არა-კომუტატიური გეომეტრია და ჰოლის კვანტური სისტემები
- კვანტური ჯგუფები, 2D მესერული სისტემები, ჰოფსდტატერის პეპელას ტიპის ამოცანები
- კვანტური გადახლართვის დინამიკის მათემატიკური საკითხები (იხ. ამოცანა 2.)

მიღებული შედეგები [E1-E25, X5]:
- დადგენილია არაუნიტარული მსგავსების გარდაქმნები მთელ და წილადრიცხოვან ჰოლის მდგომარეობებსა და შესაბამის უსასრულო ალგებრებს შორის.
- არაუნიტარული გარდაქმნები ჩამოყალიბებულია გეომეტრიული გარდაქმნების დახმარებით.
- დამუშავებულია გეომეტრიულ გარდაქმნათა სქემა, რომელიც ჩერნ-საიმონსის ყალიბური ველის კონსტრუქციას წარმოქმნის. ამით ყალიბდება ფიზიკური საფუძველი კომპოზიტური ფერმიონების ფორმალიზმისათვის, რაც ჰოლის წილადმნიშვნელოვანი სისტემების აღწერის ერთ-ერთ ეფექტურ მეთოდს წარმოადგენს.
- ჰოლის კვანტური სისტემებისათვის ჩამოყალიბებულია მიკროსკოპული მიდგომა მეორადი დაკვანტვის ფორმალიზმის გამოყენებით. ასეთი მიდგომის საფუძველზე აგებულია მწყობრი სქემა, რომელიც მიკროსკოპიკიდან ეფექტური თეორიის აგების მათემატიკურად მკაცრ რეცეპტურას იძლევა. ამ კვლევების ფარგლებში პირველად მოხერხდა ჰოლის კვანტური სისტემებისათვის დამახასიათებელი არაკომუტაციური ბუნების წარმოჩენა ველის თეორიის დონეზე. კერძოდ, მეორადი დაკვანტვის გამოყენებით აგებულია ე.წ. W-ალგებრები რომლებსაც დაკვირვებადი სიდიდეები ადგენენ. ნაჩვენებია, რომ ველის თეორიის არაკომუტაციური მოდიფიკაციები (არაკომუტაციური სკირმიონები და არაკომუტაციური CP-მოდელები), რომლებსაც მანამდე ყოველგვარი ფიზიკური საფუძვლის გარეშე განიხილავდნენ, წარმოადგენენ ჰოლის სისტემებში ელექტრონების გაცვლითი ურთიერთქმედებების დაბალენერგეტიკულ შემადგენელს.

- ზემოთაღნიშნული მიკროსკოპული მიდგომის საფუძველძზე შესაძლებები გახდა ჰოლის სისტემებში ელექტრონული დენების შესწავლა არაკომუტაციური თვისებების გათვალისწინებით. შესწავლილია ძირითადი მდგომარეობისა და აგზნებების საკითხები ჰოლის ორშრიან სისტემებში. ანალიზურად არის გამოკვლეული ე.წ. canted-ფაზის საკითხები და SU(4) სკირმიონული კონფიგურაციები. ორშრიანი სისტემებისათვის გამოკვლეულია შრეთაშორისი კოჰერენტობის მოვლენა და მასთან დაკავშირებული ჯოზეფსონის ტიპის შრეთაშორისი დენები. აღნიშნული საკითხები შესწავლილია შევსების სხვადასხვა შემთხვევებში. ორმაგი შევსების შემთხვევაში შესწავლილია გოლდსტოუნის მოდების წარმოშობის საკითხები.
- მესერული სისტემების ფარგლებში გამოკვლეულია ტალღურ მდგომარეობათა სტრუქტურა ფიჭურ მესერზე აგებული მჭიდრო ბმის მოდელში. ამ საკითხისადმი ადრე არსებული მიდგომა იძლეოდა რთული სტრუქტურის მქონე მახასიათებლ განტოლებებს. აღნიშნული კვლევების შედეგად ნაპოვნია ფიჭური მესერის სპეციალური სახის კონფორმული სიმეტრია. შედეგად მივიღეთ მახასიათებელი განტოლების მნიშვნელოვნად გამარტივებული ვერსია, რამაც ამოცანის ანალიზურად კვლევის შესაძლებლობა შექმნა.
- განხილულია სასრული მესერული მოდელები და ცხადი სახით არის ნაპოვნი კიდურა მდგომარეობები. ამ კვლევებში განვითარებულია მიდგომა ჩებიშევის პოლინომების გამოყენებით, რამაც საშუალება მოგვცა ერთიანი ფორმალიზმის მეშვეობით შეგვესწავლა სხვადასხვა ტიპის (მართკუთხა, ფიჭური, სამკუთხა) მესერები. გარდა ამისა, აღნიშნული მიდგეობის ფარგლებში მოხერხდა სივრცული ანიზოტროპიის გათვალისწინება და შესაბამისი ფიზიკური თვისებების დადგენა.

ამოცანა 2. *გადახლართული (გადაჯაჭვული) მდგომარეობების ეფექტები კვანტურ მექანიკაში და ველის თეორიაში*

შემოთავაზებული ამოცანა ეძღვნება ფუნდამენტურ კვანტურ ფენომენს, **გადახლართულობას (*გადაჯაჭვულობას).*** გადახლართულობის შესწავლა წარმოადგენს თანამედროვე თეორიული ფიზიკის მნიშვნელოვან ამოცანას. ამ მოვლენის გამოყენებას კვანტურ ინფორმაციაში და ინჟენერიაში უდაოდთ დიდი მომავალი აქვს. შედგენილ კვანტურ სისტემებს გააჩნია შემადგენელი ნაწილების შორის ისეთი კორელაციების არსებობა რომელთა აღწერა შეუძლებელია კლასიკური თეორიის ფარგლებში. ეს არატრივიალური ფენომენი, კვანტური მდგომარეობების *გადახლართულობა (გადაჯაჭვულობა),* ბოლო წლების მანძილზე რჩება კვლევის აქტუალურ ობიექტად როგორც ფიზიკის ასევე მათემატიკის თვალსაზრისით. გადახლართულობის მათემატიკური ასპექტების აღწერის პრობლემატიკა წარმოადგენს კომპლექსური კვლევის ამოცანას. ამ მიმართულების მთავარი მიზანი არის შედგენილი კვანტური სისტემების მდგომარეობების სივრცის ალგებრული და გეომეტრიული თვისებების აღწერა თანამედროვე მათემატიკური ფიზიკის მეთოდების გამოყენებით.
აღნიშნული პრობლემის გადასაჭრელად ბოლო პერიოდში ჩვენ მიერ განვითარებული იქნა შესაბამისი მეთოდები [X1,X2,X3]. ამ კვლევების საფუძველზე, მომდევნო წლების სამუშაო პროგრამა მოიცავს შემდეგ ორ ძითად მიმართულებას:

1. შედგენილი კვანტური სისტემების მდგომარეობების სივრცის ალგებრული და გეომეტრიული თვისებების გამოვლინება კვანტურ კორელაციებში;
2. რელატივისტური ეფექტების გათვალისწინება კვანტური ინფორმაციის შენახვის და გადაცემის პროცესებში.

გადახლართულობის მათემატიკური ასპექტების აღწერის პრობლემატიკა და გამოყენება კვანტურ მექამიკურ და ველის თეორიის მოდელებში წარმოადგენს ჩვენი კვლევის ძირითად შინაარს. მიღებული შედეგების და განვითარებული მეთოდების გამოიყენება შესაძლებელია როგორც კვანტური ინფორმაციის თეორიაში ასევე თანამედროვე კვანტური ინჟენერიის ამოცანების ანალიზისთვის.

ამოცანა 3. *გრავიტაციის და კოსმოლოგიის ასპექტები*

3.1 *გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმი*

2007 წლის შემდეგ ჩემი (*ზ.კაკუშაძე*) კვლევების ძირითადი (მაგრამ არა ერთადერთი) სფერო არის გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმი. 2000 წელს, ჩემს ასპირანტ ლანგფელდერთან ერთად დავწერეთ შრომა "Gravitational Higgs Mechanism" [Z1]. ამ შრომაში, ბრანების სამყაროს [Z2] სცენარის მოტივაციით, შევისწავლეთ რა ემართება გრავიტაციულ მოდებს 5 განზომილებაში მოთავსებულ სოლიტონურ 3-ბრანაზე, როდესაც მეხუთე განზომილების დიფეომორფიზმები სპონტანურადაა დარღვეული სკალარული ველის ცვლადი ვაკუუმური მნიშვნელობებით. მოგვიანებით, 2007 წელს, კვანტური ქრომოდინამიკისა და კოსმოლოგიური მოდელების მოტივაციით, ნობელის პრემიის ლაურეატმა 'თ ჰოოფტმა [Z13] ჩვენი მეთოდი განაზოგადა და შეისწავლა გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმი 4 განზომილებაში, სადაც დიფეომორფიზმები სპონტანურად ირღვევა 4 სკალარული ველით და გრავიტონი იძენს მასას. მაგრამ 'თ ჰოოფტმა ვერ ამოხსნა უნიტარობის პრობლემა, რომელიც მის მოდელში დაკავშირებულია პერტურბატიულ პროპაგირებად სულთან. მე გადავჭერი ეს პრობლემა მაღალი რიგის წარმოებულიანი წევრების ჩართვით [Z3]. შემდგომში, იგლესიასთან ერთად [Z4, Z5] შევისწავლეთ გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმის არაპერტურბატიული დინამიკა და ვაჩვენეთ, რომ როგორც მინკოვსკის ისე დე სიტერის სივრცეებში გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმი არის უნიტარული, იმ შემთხვევებშიც კი, როდესაც პერტურბატიულ მიდგომაში ჩნდება პროპაგირებადი სული, და არაუნიტარობა არის მხოლოდ გაწრფივების შედეგი. კერძოდ, არაპერტურბატიული ჰამილტონიანი ქვემოდანაა შემოსაზღვრული. შედარებით ახლახან, მე მოვძებნე ცხადი არაპერტურბატიული მასიური ამონახსნები გრავიტაციულ ჰიგსის მექანიზმში [Z6], რაც ასევე ასაბუთებს მის არაპერტურბატიულ სტაბილურობას.

ზემოხსენებულ კვლევებზე დაფუძნებით, გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმი იძლევა მასიური გრავიტაციის არაპერტურბატიულ და სრულად კოვარიანტულ განსაზღვრებას. ეს მნიშვნელოვანია მრავალი კუთხიდან. 1) მასიურმა გრავიტაციამ შეიძლება ახსნას სამყაროს დაკვირვებადი აჩქარებული გაფართოება [Z14,Z15] არაბუნებრივად პატარა კოსლომოგიური კონსტანტის გარეშე. 2) თუ სიმების თეორია ოდესმე ამოხსნის კვანტურ ქრომოდინამიკას, სპინ-2 უმასო ნაწილაკმა – ანუ გრავიტონმა – რომელიც ყველა ცნობილ თანმიმდევრულ სიმების თეორიაში მოიძებნება, რაღაცნაირად უნდა მიიღოს მასა [Z13]. 3) ბრანების სამყაროს [Z2] სცენარში, ზედმეტ განზომილებებში გრავიტონი შეიძლება იყოს გაცილებით უფრო მასიური ვიდრე ჩვენს 4 განზომილებაში და ამას შეიძლება ჰქონდეს ძალიან საინტერესო უახლოეს მომავალში ექსპერიმენტულად დაკვირვებადი თეორიული წინასწარმეტყველებები [Z7]. ზემოხსენებულის გამო, გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმი (და მასიური გრავიტაცია) არის მნიშვნელოვანი მიმართულება რომელშიც მე ვაგრძელებ კვლევით მოღვაწეობას, არა მარტო [Z7] კონტექსტში, რომელიც სავარაუდოთ მნიშვნელოვანია როგორც ფენომენოლიგიურად ასევე კოსმოლოგიური კონსტანტის პრობლემის გადაჭრისათვის, არამედ ასევე კოსმოლოგიური [Z8, Z6] და ცხადი არასინგულარული სტატიკური ამონახსნების აგებაზე [Z9, Z7].

ჩემი წარსული სამეცნიერო საქმიანობა კონცენტრირებული იყო სიმების თეორიაზე, სიმებისა და ელემენტარული ნაწილაკების ფენომენოლოგიაზე, ბრანების სამყაროზე, მაღალი-N ყალიბრულ ველის თეორიებზე და მათ კავშირთან სიმების თეორიასთან, გრავიტაციაზე, დამატებით განზომილებებზე, კოსმოლოგიური კონსტანტის პრობლემაზე და მათემატიკურ ფიზიკაზე. ჩემი ინტერესები ამ სფეროებში არ დაკარგულა, იხილეთ მაგალითად [Z10, Z11, Z12]. ჩემი მეტწილადი კონცენტრაცია გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმზე განპირობებულია სწორედ მის ზემოხსენებულ პოტენციურ გავლენაზე და მიყენებაზე გადაუჭრელ პრობლემებზე როგორიცაა კოსმოლოგია და კოსმოლოგიური კონსტანტის პრობლემა, კვანტური ქრომოდინამიკა და ბრანების სამყაროს სცენარი.

3.2 *ტუნელური გადასვლები გრავიტაციაში*

თანამედროვე ფიზიკის შეხედულებებით ადრეული სამყარო ბევრი არაჩვეულებრივი მოვლენის არენა იყო, რომელთაც არ გააჩნიათ ანალოგები დედამიწაზე არსებულ უმეტეს სისტემებში. ძალიან დიდი ალბათობით (პირველი რიგის) კოსმოლოგიურ ფაზურ გადასვლებს ადგილი ქონდათ სამყაროს ევოლუციის ადრეულ ეტაპებზე. ფაზური გადასვლები ტიპიურად მიმდინარეობენ ახალი ფაზის ბუშტულების წარმოქმნით ძველ ფაზაში და ამ ბუშტების მომდევნო ზრდით. სიმის თეორიის ბოლო დროის აღმოჩენები რომლებიც წინასწარმეტყველობენ ძალიან ბევრი ვაკუმის არსებობას მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის პროცესების უფრო ღრმად შესწავლის კიდევ ერთი მოტივაციაა.

ამოცანის მიზანია გრავიტაციით კვანტური ტუნელირების პროცესების ჯერ-ჯერობით უნცობი ასპექტების შესწავლა. ჩვენ ვაპირებთ გამოვიყენოთ კომბინირებული ანალიზური და რიცხობრივი მიდგომა კომპლექსური პრობლემების გადასაჭრელად, და კერძოდ გამოვიყენოთ გაბრუდებულ სივრცე-დროში კვანტური ველის თეორიის მეთოდები თანამდეროვე მათემატიკური ფიზიკის ხერხებთან ერთად. ძირითადი ყურადღება დაეთმობა შემდეგი მნიშვნელოვანი საკითხების შესწავლას: სკალარული ველის კონფორმული ბმის გავლენა მეტასტაბილური ვაკუუმის დაშლის პროცესზე, გრავიტირებადი ინსტანტონური ამოხსნების შესწავლა, რომლებიც პასუხისმგებელნი არიან დე სიტერ –> ბრტყელ სივრცე–დრო და დე სიტერ -> ანტი–დე სიტერ ტუნელურ გადასვლებზე, ტუნელური გადასვლების დეტალები ახლად აღმოჩენილ მასიურ გრავიტაციის თეორიაში, ვაკუუმის დაშლის წინა ექსპონენციალური ფაქტორის გამოთვლის ტექნიკის შემუშავება, ყალბი ვაკუუმის დაშლის შესწავლა თხელი კედლების მიახლოების გათვალისწინების გარეშე და კომპლექსური ამონახსნების როლის შესწავლას კვანტურ ტუნერიბაში.

3.3 *გრავიტაციული ტალღები და რელიქტური მიკროტალღური გამოსხივება*

ვაპირებთ გავაგრძელოთ წარმატებული თანამშრომლობა თ.კახნიაშვილთან კოსმოლოგიურ ამოცანებზე. კერძოდ, გავაგრძელებთ პირველადი მაგნიტური ველების გავლენის შესწავლას რელიქტურ მიკროტალღურ გამოსხივების დამზერად მახასიათებლებზე. აგრეთვე შესწავლილი იქნება პირველადი გრავიტაციული ტალღების თვისებები ბოლო დროს აღმოჩენილ მასიურ გრავიტაციის თეორიაში.

ამოცანა 4. *ველის კვანტური თეორიის ძირითადი მდგომარეობის ტოპოლოგიური და დინამიური სტრუქტურა ნულოვანი და სასრული ტემპერატურისთვის და სიმკვრივისთვის*

უკანასკნელი წლების მანძილზე დაწყებული იქნა მატერიის ძირითადი და აგზნებული მდგომარეობების ტოპოლოგიური და დინამიური სტრუქტურის შესწავლა ველის კლასიკური და კვანტური თეორიების ფარგლებში. გამოკვლეული იქნა შემდეგი ძირითადი საკითხები: დაკვანტული ველების თეორიის ძირითადი მდგომარეობის მდგრადობა და/ან არამდგრადობა და მისი სიმეტრიის თვისებები, იანგ–მილსის ველების ძირითდი და აგზნებული მდგომარეობების ყოფაქცევა ნულოვანი და სასრული ტემპერატურისა და სიმკვრივისთვის. მიღებული შედეგები გამოქვეყნებულია წამყვან საერთაშორისო ჟურნალებში [G1-G49].

დღეისთვის ცნობილი ოთხივე სახეობის ურთიერთქმედება აღიწერება ყალიბური ველების თეორიის მეშვეობით. ამდენად, მატერიის ძირითადი მდგომარეობის (ვაკუუმის) ტოპოლოგიური და დინამიური სტრუქტურის შესწავლა ნულოვანი და სასრული ტემპერატურისთვის და სიმკვრივისთვის ველის კლასიკურ და კვანტურ თეორიებში წარმოადგენს თანამედროვე ფიზიკის ფუნდამენტურ ამოცანას. კვლევის აქტუალობა და სიახლე მიმართულია ცერნში დიდ ადრონულ კოლაიდერებზე (LHC) მიმდინარე მძიმე იონების დაჯახების ექსპერიმენტებში მოსალოდნელი შედეგების ანალიზისთვის, კერძოდ მატერიის ახალი ფორმის კვარკ-გლუონორი პლაზმის შესასწავლად. ამ მიზნით გამოყენებული იქნება ანალიზური და რიცხვითი მეთოდები.

ჩვენს მიერ შესრულებულ კვლევებში შემუშავებულია დაკვანტვის ზოგადი მეთოდი ძლიერად ურთიერთქმედი ნებისმიერი სიმეტრიის მქონე ველებისთვის. ეს მეთოდი

გამოყენებულ იქნა SU(2), SU(3) სიმეტრიულ თეორიებში ენერგეტიკული სპექტრის შესაწავლად. აგრეთვე გამოკვლეულ იქნა ფაზური გადასვლების მოვლენა წმინდა კვანტური პროცესიდან თერმული აქტივაციის მდგომარეობაში. დადგენილია ფაზური გადასვლების გვარობა და მათი კრიტერიუმები. განხილულია მოდელები, რომლებიც ზუსტ ანალიზურ გამოთვლებს ექვემდებარებიან, რაც მნიშვნელოვანია რეალური თეორიების თვალსაზრისით.

ჩვენს კვლევებში პირველად იქნა გამოთვლილი ანალიზურად კვანტური ქრომოდინამიკის ძირითადი მდგომარეობის მთავარი მახასიათებელი - არაპერტურბატიული ვაკუუმის ენერგიის სიმკვრივე (ანუ „ჩანთის მუდმივა“) როგორც „მასური ღრიჭოს“ ფუნქცია. სწორედ „მასური ღრიჭო“ არის კვანტური ქრომოდინამიკის ძირითადი მდგომარეობის დინამიური სტრუქტურის განმსაზღვრელი დიდ მანძილებზე (მცირე ენერგიებზე). „მასური ღრიჭოს“ ცნება შემოტანილ იქნა ე. ვიტენის და ა. ჯაფეს მიერ მათ მილენიუმის პრემიის ამოცანებში. „მასური ღრიჭოს“ არსებობა დამტკიცებულ იქნა ჩვენს შრომებში. ჩვენი კვლევებში განხორციელებულია ნულოვან ტემპერატურაზე მიღებული შედეგების განზოგადება სასრული ტემპერატურისთვის. ანალიზურად იქნა გამოყვანილი მდგომარეობის განტოლება წმინდა ყალიბური ველებისთვის, რაც საშუალებას იძლევა შესწავლილ იქნას ფაზური გადასვლები და მათი გვარობა და გლუონური პლაზმის სხვა თვისებები.

ჩვენი კვლევების შედეგები გამოქვეყნებულია სხვადასხვა წამყვან სამეცნიერო ჟურნალებში (G1-G49) და მონოგრაფიაში [B1] **V. Gogokhia and G.G. Barnafoldi, The Mass Gap and its Applications, 252 pp. (WS, 2013)**. ისინი აღიარებულია სამეცნიერო საზოგადოების მიერ.

ამოცანა 5. *დისპერსიული მიდგომა კვანტურ ქრომოდინამიკაში. უწყვეტი ველის კვანტური თეორიის მეთოდების განვითარება და მათი გამოყენება*

5.1 უწყვეტი ველის კვანტური თეორიის მეთოდების განვითარება და მათი გამოყენება.

ნაწილაკთა შორის ძლიერი ურთიერთქმედების აღწერის აქტუალობა და მასთან დაკავშირებული სიძნელეები საყოველთაოდ ცნობილია, ამიტომ ეფექტური მეთოდების განვითარებას დიდი მნიშვნელობა აქვს. ჩვენს მიერ გამოყვანილი განტოლებები [K1,K2] და განტოლებების გაყალიბების მეთოდი [K3-K7] ინტენსიურად გამოიყენება ნაწილაქთა შორის ძლიერი ურთიერთქმედების აღსაწერად. ამ მიდგომას ქვია უწყვეტი ველის კვანტური თეორია (Continuum QFT). ამოცანის ფარგლებში ვაპირებთ ამ მიმართულებით კვლევების გაგრძელებას. ამ მიდგომას იყენებენ მსოფლიოს მრავალ მეცნიერულ ცენტრებში, სადაც წინასწარმეტყველებენ კვანტური ქრომოდინამიკიდან გამომდინარე ნაწილაკთა თვისებებს. ვაპირებთ არსებული მეთოდების განვითარებას, რათა შესაძლებელი იქნას კვლევებში მეტი მნიშვნელოვანი ეფექტების გათვალისწინება. მაგალითად, ეგზოტიკური სისტემის შესასწავლად იყო გამოყენებული ჩვენი განტოლება [K8], სადაც კვარკ-ანტიკვარკის ანიგილაციის ეფექტი არ არის გათვალისწინებული; ერთერთი ჩვენი ამოცანაა ეს ხარვეზი გამოვასწოროთ.

5.2 *დისპერსიული მიდგომა კვანტურ ქრომოდინამიკაში*

სტანდარტული მოდელის ერთერთი აქტუალური ამოცანაა კვანტური ქრომოდინამიკის შემოწმება დაბალ და საშუალედო ენერგიებზე. როგორც ცნობილია კვანტური ქრომოდინამიკის შეშფოთების თეორია დაკვირვებადი სიდიდეებისათვის დაბალ ენერგიებზე (1–5 GeV) არ იძლევა ექსპერიმენტების საკმარისად ზუსტ რაოდენობრივ აღწერას. გაშლის პარამეტრი, ეფექტური ბმის მუდმივა („მორბენალი ბმის მუდმივა“), დაბალ ენერგიებზე იზრდება არაფიზიკური „ლანდაუს სინგულარობების“ გამო. მეორე მხრივ ცნობილია რომ ეს სინგულარობები ჩნდება იმპულსის სივრცისებრ არეში და ამიტომ მათი არსებობა ეწინააღმდეგება მიკრო–მიზეზობრივობას–ველის კვანტური თეორიის ფუნდამენტალურ პრინციპს. ამ პრობლემის გადაწყვეტა შესაძლებელია თუ გაშლის ახალ მოდიფიცირებულ პარამეტრს ავირჩევთ რომელიც დააკმაყოფილებს „მიზეზობრივ ანალიზურობას“. გარდა ამისა ახალი პარამეტრი ზომიერად მცირე უნდა იყოს მთელ იმპულსურ შუალედში. ბოლო წლებში, კვანტურ ქრომოდინამიკაში, ინტენსიურად ვითარდება მიახლოებითი გამოთვლების ახალი

სქემა ე.წ. დისპერსიული შეშფოთების თეორია. იგი აფართოებს სტანდარტული შეშფოთების თეორიის გამოყენების არეს დაბალი ენერგიების მიმართულებით. არსებითი გაუმჯობესებაა ის რომ მიღებული მიახლოებითი ამონახსნები დაკვირვებადი სიდიდეებისათვის ინარჩუნებენ ზუსტი ამონახსნის ანალიზურ თვისებებს და იძლევიან სტაბილურ შედეგებს.

ბ. მაღრაძემ თავისი გამოკვლევებით [M1–M7] შეიტანა შესამჩნევი წვლილი დისპერსიული მეთოდის განვითარებაში. მის მიერ მიღებული იქნა კვანტური ქრომოდინამიკის რენორმალიზაციური ჯგუფის განტოლებების ახალი ზუსტი ამონახსნი მე–2 რიგში და მწკრივითი ამონახსნი მაღალ რიგებში. [M1,M5-M7]. ამ ამონახსნების გამოყენებით შესაძლებელი გახდა ეფექტური მუხტის სინგულარობების სტრუქტურის დადგენა ენერგიის კვადრატის კომპლექსურ სიბრტყეზე. ისინი გამოყენებული იქნა (ბ. მაღრაძის და ასევე სხვა ავტორების მიერ) კვანტური ქრომოდინამიკის სხვადასხვა ამოცანებში. უფრო ადრეულ წლებში, ბ. მაღრაძემ (თანაავტორებთან ერთად) განავითარა ველის კვანტური თეორიის განტოლებების გამოკვლევის არაპერტურბაციული (დისპერსიული) მეთოდები. ნაშრომებში [M8– M9] დისპერსიული მეთოდით ამოხსნილი იყო ბეტე–სოლპიტერის განტოლება გაბნევის ამპლიტუდისათვის (ველის თეორიის სკალარულ მოდელებში). ნაშრომებში [M10–M13] შესწავლილი იყო კირალური სიმეტრიის სპონტანური დარღვევის და კვარკის კონფაინმენტის ამოცანები კვანტურ ქრომოდინამიკაში. გამოყენებული იქნა დაისონ–შვინგერის განტოლებების სისტემა პროპაგატორებისათვის და სლავნოვ–ტეილორის ყალიბური იგივეობები ლანდაუს ყალიბში. მომავალ წლებში ბ. მაღრაძე გააგრძელებს მუშაობას დისპერსიული მიდგომის ახალ გამოყენებებზე კვანტური ქრომოდინამიკის ამოცანებში.

ამოცანა 6. *სიმისა და ველის კვანტური თეორიების დუალობა და ინტეგრებადი მოდელები*

ამოცანის მიზანია (სუპერ)სიმისა და ველის კვანტური თეორიების დუალობათა შესწავლა მათი ინტეგრებადობის საფუძველზე. ეს დუალობა ცნობილია AdS/CFT შესაბამისობის სახელით, რაც თანამედროვე მათემატიკური ფიზიკის ერთ–ერთი მთავარი კვლევითი მიმართულებაა უკანასკნელი 10-15 წლის მანძილზე. ამ დუალობის მიხედვით, ველის კონფორმული თეორია მინკოვსკის სივრცეში შეიძლება ექვივალენტური იყოს სიმის თეორიისა მაღალ–განზომილებიან სივრცე–დროში, ისე რომ ერთი თეორიის ძლიერი ბმა შეესაბამბოდეს მეორე თეორიის სუსტ ბმას, რაც ამ თეორიათა შესწავლის მძლავრ იარაღად იქცევა.

ბოლო რამოდენიმე წლის მანძილზე ჩვენი კვლევის ძირითადი ობიექტი იყო სიმის დინამიკა AdS (ანტი–დესიტერულ) სივრცეებში [J1-J9]. ჩვენ ვიყენებდით სტატიკურ ყალიბს, რომელშიც დროითი კოორდინატი ევოლუციის პარამეტრის პროპორციულია. ფიზიკური თვალსაზრისით ეს ყალიბი ყველაზე ბუნებრივია, მაგრამ იწვევს მათემატიკურ სირთულეებს კვანტური თეორიის აგებისას, რაც განპირობებულია ოპერატორთა დალაგების არაცალსახობით. ამ პრობლემის გადასაჭრელად განვითარებული იქნა შესაბამისი მეთოდი ჯერ ნაწილაკის დინამიკისთვის AdS და AdS$\times$ S სივრცეებში [J2, J5], (იხ. აგრეთვე [J13–J15]), რომელიც შემდგომ განზოგადდა სიმისთვის, როგორც ბრტყელ [J3], ასევე AdS $\times$ S სივრცეებში [J1]. ამ მიმართულების ძირითადი მიზანი არის $\mathbf{AdS_5 \times S^5}$ სუპერსიმის ენერგეტიკურლი სპექტრის გამოთვლა [J1, J4], რაც ერთობ მნიშვნელოვანია AdS/CFT შესაბამისობის შესასწავლად. ბოზონური სიმის ერთი არანულოვანი მოდის აღგზნების შემთხვევაში ენერგიის სპექტრი გამოთვლილი იქნა [J1] ნაშრომში, სადაც სუპერსიმეტრიული შესწორებები გათვალისწინებული იქნა ემპირიულად სტანდარტული სქემების გამოყენებით. სუპერსიმეტრიული შესწორებების ზუსტი ანალიზი ზოგადად საკმაოდ რთულია. კვლევა ამ მიმართულებით წარმოებს ჰუმბოლდტის უნივერსიტეტის (ბერლინი, გერმანია) კოლეგებთან თანამშრობლობით.

AdS/CFT შესაბამისობის ფარგლებში, პარალელურად ვსწავლობდით დროით და სივრცით მაგვარ სიმის ზედაპირებს AdS და AdS $\times$ S სივრცეებში [J6-J9]. ნაპოვნი იქნა მინიმალური ზედაპირების ახალი კლასი $AdS_3 \times S^3$ სივრცეში [J6-J7], რომელიც ანზოგადოებს ალდაი–მალდასებას ცნობილ ამოხსნას AdS_3 სივრცისათვის. გარდა ამისა, პოლმაიერის რედუქციის გამოყენებით გამოკვლეული იქნა მინიმალური ზედაპირების აგების პრინციპები AdS სივრცეებში [J8] და აღწერილი იქნა წვეტიანი სიმების დინამიკა სამ განზომილებიან სივრცე–

დროში [J9]. ნაჩვენები იქნა წვეტიანი სიმების დინამიკის კავშირი ლიუვილის და WZW–ის თეორიებთან. ამ თეორიებს დეტალურად ვიკვლევდით ჩვენს ადრეულ ნაშრომებში [J10-J12, J16–J21] და ვფიქრობთ ადრე მიღებული შედეგები შეიძლება ეფექტურად იქნას გამოყენებული AdS სიმების ინტეგრებადობის შესასწავლად.

პროეტის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები

ამოცანა 1. *დაბალგანზომილებიანი ფიზიკური სისტემების თეორიული კვლევა თანამედროვე მათემატიკური ფიზიკის მეთოდების გამოყენებით*

2014 წლის განმავლობაში ამოცანის ფარგლებში იგეგმება მჭიდრო ბმის მოდელის შესწავლა სასრული გეომეტრიის მქონე მესერებზე. კვლევების მიზანია კიდურა მდგომარეობების დამზერა და მათი თვისებების შესწავლა.

კიდურა მდგომარეობების თემატიკა დასაბამს გასული საუკუნის 30-იანი წლებიდან იღებს. აღნიშნულმა პრობლემატიკამ გასაკუთრებული მნიშვნელობა შეიძინა უკანასკნელი 5-6 წლის მანძილზე, რაც გამოწვეულია ე.წ. ტოპოლოგიური იზოლატორების აღმოჩენით.

შესწავლილი იქნება იგეგმება შემდეგი ტიპის მესერები: 1) კვადრატული მესერი, 2) ფიჭური მესერი ხერხისებრი კიდით და ე.წ. "armchair" კიდით, 3) სამკუთხა მესერი გლუვი, ცალმხრივ ხერხისებრი და ორმხრივ ხერხისებრი კიდით.

აღნიშნული ტიპის მესერებზე აგებული იქნება მჭიდრო ბმის მოდელები კვანძთაშორის გადასვლების სივრცული ანიზოტროპიით. ასეთი მიდგომა საშუალებას მოგვცემს ზემოთ ჩამოთვლილი მესერები ერთმანეთს დავუკავშიროთ გადასვლათა ამპლიტუდების ზღვრული შემთხვევებით. გარდა ამისა, გაჩნდება იმის შესაძლებლობა, რომ გამოვავლინოთ ფიზიკური თვისებების დამოკიდებულება სივრცულ ანიზორტროპიაზე.

აღნიშნული სისტემებისათვის შემთხვევებში დასმული იქნება საკუთარი მნიშვნელობების ამოცანა (ჰარპერის განტოლება). ზემოთ ჩამოთვლილ შემთხვევებში ჰარპერის განტოლებას გააჩნია სამწევრა რეკურენტული სტრუქტურა, რაც დამახასიათებელია ორთოგონალური პოლინომებისათვისაც. აქედან გამომდინარე მოსალოდნელია, რომ ჰარპერის განტოლების ამოხსნა მოხერხდება პოლინომების კლასში, რაც საკითხის ანალიზურად კვლევის საშუალებას მოგვცემს.

ამოცანა 2. *გადახლართული (გადაჯაჭვული) მდგომარეობების ეფექტები კვანტურ მექანიკაში და ველის თეორიაში*

ამოცანის ფარგლებში წინა წლებში მიღებული თეორიული შედეგების [X4,X5,X6] გამოყენებით და განვითარებული მეთოდიკის გამოყენებით განიხილება შემდეგი პრობლემები:

1. გადახლართულობის სივრცის აგება ბინარურ კვანტურ სისტემებისტვის;
   ა). ლოკალური პოლინომიური ინვარიანტების რგოლის ბაზისის აღშერა
   ბ). გადახლართულობის გეომეტრიული ალბათობის გამოთვლა .
2. დაშლის პროდუქტებისათვის სივრცული გადახლართულობის ეფექტები;
   ა). ზოგადი ფორმალიზმის შექმნა რელატივისტური ეფექტების გატვალიშინებით;
   ბ). ფორმალიზმის გამოყენება მიუონის ელექტრონში კონვერსიის პროცესში;
3. გადახლართული მდგომარეობების ევოლუცია ინტენსიურ ლაზერულ ველში;
   ა). ლაზერული ველის ეფექტი ბინარული ბმული მდგომარეობის გეომეტრიული ფაზაზე;
   ბ). ორი სპინის გადახლართული მდგომარეობების დინამიკის აღწერა დიპოლური მიახლოვების ფარგლების გარეშე.

ამოცანა 3. *გრავიტაციის და კოსმოლოგიის ასპექტები*

3.1 გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმი

უკვე გაკეთებული სამუშაო მოიცავს გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმის ჩამოყალიბებას [Z1, Z13, Z8], მის პერტურბატიულად უნიტარულ რეალიზაციას [Z3] და არაპერტურბატიული უნიტარობის დადასტურებას როგორც მინკოვკის ისე დე სიტერის სივრცეებში [Z4, Z5, Z6], გრავიტაციულ ჰიგსის მექანიზმში სტატიკური არაპერტურბატიული ამონახსნების და უმასო ზღვრის შესწავლა [Z9] და არაპერტურბატიული დროზე დამოკიდებული მასიური ამონახსნების აგება [Z6]. დასრულების სტადიაშია ახალი შრომა რომელშიც ცხადი არაპერტურბატიული სტატიკური ამონახსნები აგებულია გრავიტაციულ ჰიგსის მექანიზმში, და მასიური გრავიტაცია განხილულია ბრანების სამყაროს მოდელში დამატებით განზომილებებში, სადაც გრავიტონი შეიძლება იყოს გაცილებით უფრო მასიური ვიდრე ჩვენს 4 განზომილებაში და ამას შეიძლება ჰქონდეს ძალიან საინტერესო უახლოეს მომავალში ექსპერიმენტულად დაკვირვებადი თეორიული წინასწარმეტყველებები [Z7]. უახლოეს მომავალში, შემდეგი ერთი წლის განმავლობაში მაინც, მე ვაპირებ რომ გავაგრძელო კვლევითი მოღვაწეობა გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმის და მასიური გრავიტაციის დარგში და კონკრეტულად ვგეგმავ შემდეგი ამოცანების გადაჭრაზე მუშაობას: i) 4 განზომილებაში მასიურ გრავიტაციაში ცხადი არასინგულარული სტატიკური რადიალურად სიმეტრიული ამონახსნების აგება (შავი ხვრელები) – ეს ტექნიკურად არატრივიალური ამოცანაა და მოითხოვს მაღალი სიმრუდის წევრების გათვალისწიზებას, მაგრამ მე ეს ამოცანა უკვე შესწავლილი მაქვს კოლაბორატორებთან ერთად უმასო შემთხვევაში, ამიტომ იმედია მასიურ შემთხვევაშიც შეიძლება გადაიჭრას; ii) ბრანების სამყაროს კონტექსტში კო-განზომილება 3 და მაღალი დადებითი დაძაბულობის ბრანების ამონახსნების აგება მასიური გრავიტაციით დამატებით განზომილებებში – ეს ამოცანაც ტექნიკურად არატრივიალურია იგივე მიზეზების გამო რაც ზემოხსენებული 4-განზომილებიანი შავი ხვრელების შემთხვევაში, მაგრამ მნიშვნელოვანია კოსმოლოგიური კონსტანტის პრობლემის თვალსაზრისით; iii) გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმი მხოლოდ დამატებით განზომილებებში, რომელიც არის ჩვენი ორიგინალური შრომის [Z1] განახლება ახალი კუთხიდად, კონკრეტულად, ამ კონტექსტში გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმის გამოყენება როგორც კომპაქტიფიკაციის ალტერნატივა და მოდულების პრობლემის გადაჭრა, რაც განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია სიმების თეორიისთვის. მაქვს ბევრი სხვა ამოცანა რომელზეც ვაპირებ მუშაობას როგორც გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმის და მასიური გრავიტაციის კონტექსტში, ისევე (არასუპერსიმეტრიული) მაღალი-N კვანტური ქრომოდინამიკის რეალიზაცია სიმების თეორიაში, რისთვისაც გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმი შეიძლება სასარგებლო იყოს, კოსმოლოგიური კონსტანტის პრობლემა უსასრულო დამატებით განზომილებიან ბრანების სამყაროში, 3- და 4-განზომილებიანი თანმიმდევრული სიმების თეორიების აგება, და ა.შ. ზემოხსენებული პროგრამა შრომატევადია და მოითხოვს მრავალწლიან ძალისხმევას. ზოგიერთ ამ ამოცანაში შეძლება და სასურველიაცაა ნიჭიერი ახალგაზრდების ჩართვა, განსაკუთრებით ტექნიკურად არატრივიალურ ამოცანებში, სადაც ბევრის სწავლა შეიძლება. როგორც უახლოეს მომავალში ისე შემდეგი 5 წლის განმავლობაში ბევრი საინტერესო სამუშაოა გასაკეთებელი.

3.2 *ტუნელური გადასვლები გრავიტაციაში*

ამოცანის ფარგლებში ჩვენ შევისწავლით მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის პროცესებს გრავიტაციის სრული გათვალისწინებით. სხვა საკითხებთან ერთად ვაპირებთ ძირითადად ფოკუსირებას შემდეგ თემებზე: სკალარული ველის კონფორმული ბმის გავლენა მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის პროცესებზე, გრავიტირებადი ინსტანტონების და დე სიტერ-> ბრტყელი სივცე-დრო და დე სიტერ -> ანტი-დე სიტერ ტუნელური გადასვლების შესაბამისი ინსტანტონების ანალიზური და რიცხვითი შესწავლა, მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლა თხელი კედლების მიახლოების მიღმა, ტუნელური გადასვლების დეტალური შესწავლა მასიურ გრავიტაციის თეორიაში. აგრეთვე ვგეგმავთ შევიმუშაოთ ტექნიკა გრავიტაციის

გათვალისწინებით მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის წინა ექსპონენციალური ფაქტორის გამოთვლისათვის.
პირველი წლის განმავლობაში დაგეგმილია ორი ქვეამოცანის შესწავლა

ქვეამოცანა 3.2.1. უარყოფითი მოდის პრობლემა: Q<0 შემთხვევა

ბაუნსის ამოხსნას ევკლიდურ კოულმენის მიდგომაში უნდა გააჩნდეს ერთი უარყოფითი მოდა წრფივი შეშფოთებების სპექტრში. ამ მოდის არსებობის დამტკიცება შედარებით იოლია ბრტყელ სივრცე-დროში. გრავიტაციის გათვალისწინებით პრობლემა რთულდება რადგან არსებობენ დამატებითი არაფიზიკური თავისუფლების ხარისხები და საჭიროა სწორად გამოიყოს ფიზიკური თავისუფლების ხარისხი და ნაპოვნი იქნას მისი აღმწერი განტოლება. ეს პრობლემა პირველად განხილული იქნა ლაგრანჟის ფორმალიზმსი [L16] და ნაპოვნი იქნა კონკრეტული პათოლოგია შესაბამის კვადრატულ ქმედებაში. კერძოდ, შემჩნეული იყო რომ კონკრეტული სიდიდე Q რომელიც შედგება ბეკგროუნდ სიდიდეების კომბინაციით შეიძლება გახდეს უარყოფითი ბაუნსის ტრაექტორიის გასწვრივ. პათოლოგია მდგომარეობს იმაში რომ ეს Q ფაქტორი კვადრატულ ქმედებაში შედის ფიზიკური შეშფოთების კინეტიკური წევრის მამრავლად. შემდგომში უარყოფითი მოდის პრობლემა გადაჭრილი იქნა [L3,L4,L12,L13,L14] დადებიღი Q ფაქტორის შემთხვევაში. ჩვენი მიზანია შევისწავლოდ უარყოფითი Q შემთხვევა და გავარკვიოთ თუ როგორ აღვწეროთ ტუნელირება ამ შემთხვევაში. ამ მიზნით დეტალურად გავაანალიზებთ გრავიტაციის გათვალისწინებით დაშლის ამპლიტუდის გამოყვანას ფუნქციონალურ ინტეგრალის მეთოდით. ჩვენი აზრით პრობლემა უნდა გადაწყდეს სწორი ანალიზური გაგრძელებით და ფუნქციონალურ ინტეგრალში კონტურის არჩევით.

ქვეამოცანა 3.2.2. სკალარული ველის კონფორმული ბმის გავლენა მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის პროცესებზე

ყალბი ვაკუუმის დაშლა ძირითადად შესწავლილია სკალარული ველის თეორიაში გრავიტაციასთან მინიმალური ურთიერთქმედებით. წარმოდგენილი წინადადების მიზანია შესწავლილი იქნას არა-მინიმალური $\varphi^2\mathbf{R}$ ტიპის ბმის გავლენა ყალბი ვაკუუმის დაშლაზე. სახელდობრ, დაგეგმილია გამოკვლეულ იქნას დაშლის ამპლიტუდასა და სივრცე-დროის გეომეტრიაზე არა-მინიმალური ბმის ზეგავლენის დეტალები. იმავდროულად ადრეული გამოკვლევები [L15] მიუთითებენ რომ კონფორმულ ბმას მინიმალური ბმისაგან განსხვავებით მივყავართ გაცილებით მრავალფეროვან მოვლენებთან, მაგ. ნახევრად-ჩაკეტილი სამყაროს შექმნასთან. დეტალური ანალიტიკური და რიცხვითი გამოკვლევა გამოავლენს სიმის თეორიიდან გამომდინარე რეალისტურ მოდელებში ამ იდეების ფიზიკური გამოყენებების შესაძლებლობას.

3.3 *გრავიტაციული ტალღები და რელიქტური მიკროტალღური გამოსხივება*

ქვეამოცანა 3.3.1. შეზღუდვები პირველად მაგნიტურ სპირალობზე რელიქტური გამოსხივების დაკვირვებებიდან

თუ პირველად მაგნიტურ ველს ადრეულ სამყაროში გააჩნდა სპირალობა, მაშინ გარკვეული კორელაციული ფუნქციები რელიქტურ მიკროტალღურ გამოსხივების მაჩვენებლებს შორის (ტემპერატრურის და B-პოლარიზაციის) არანულოვანია. ჩვენ გამოვითვლით ამ კორელაციურ ფუნქციებს და დავადებთ შეზღუდვას პირველადი მაგნიტური ველების ამპლიტუდაზე.

ქვეამოცანა 3.3.2.

შესწავლილი იქნება პირველადი გრავიტაციული ტალღების სპექტრი ახლად აღმოჩენილ მასიურ გრავიტაციის ფარგლებში. აგრეთვე მასიური გრავიტაციის თეორისი ვაპირებთ გამოვიკვლიოთ გრავიტაციული ტალღების გავლენა კოსმიურ მიკროტალღურ გამოსხივებაზე.

ამოცანა 4. *ველის კვანტური თეორიის ძირითადი მდგომარეობის ტოპოლოგიური და დინამიური სტრუქტურა ნულოვანი და სასრული ტემპერატურისა და სიმკვრივესთვის*

მომავალი კვლევების ძირითად მიზანს შეადგენს: ა) მიღებული შედეგების გაზოგადება არაკირალურ ზღვარში, ანუ არანულოვანი მსუბუქი კვარკებისთვის; ბ) მიღებული ფორმალიზმის და შედეგების განზოგადება კვანტურ ქრომოდინამიკაში სასრული ტემპერატურისა და სიმკვრივისთვის; გ) რელატივისტური მძიმე იონების დაჯახებისას (RHIC) დამზერილი ძირითადი დონის აგზნებული მდგომარეობის (როგორიც არის კვარკ–გლუონური პლაზმა) შესწავლა და მიღებული შედეგების შედარება დიდ ადრონულ კოლაიდერებზე (LHC) მიმდინარე ექსპერიმენტების მონაცემებთან; დ) ნულოვან და სასრულ ტემპერატურებზე კლასიკურ და კვანტურ ფაზებს შორის გადასვლების გამოკვლევა.

პროექტის პირველი წელი დაეთმობა ა) კომპლექსური WKB მეთოდის განზოგადებას არავაკუუმური კონფიგურაციებისთვის და მის გამოყენებას, პერიოდული ინსტანტონების და მათი როლის შესწავლას ფაზურ გადასვლებში. ბ) იანგ-მილსის მდგომარეობის სრული განტოლების მიღებას და მოძრაობის თერმოდინამიკური რელატივისტური განტოლების ამოხსნას. შემდეგი სამი წელი დაეთმობა ყალიბურ თეორიებში პერიოდული ინსტანტონების და მათი როლის კვლევას ფაზური გადასვლის პროცესებში SU(2), SU(3) თეორიებში ჰიგსის სექტორში. კვარკების ჩართვას ნულოვან და სასრულ ტემპერატურებზე. კვარკ-გლუონური პლაზმისთვის მდგომარეობის განტოლების გამოყვანას და შესაბამისი თერმოდინამიკური რელატივისტური განტოლების ამოხსნას. მეხუთე წელი დაეთმობა LHC-ზე მიღებული ექსპერიმენტული მონაცემების აღწერას და კვარკ-გლუპნური პლაზმის მახასიათებლების პროგნოზირებას. ინდიკატორების სახით განვიხილავთ კვლევის შედეგების მიხედვით ხელნაწერების მომზადებას, სამეცნიერო ჟურნალებში გამოქვეყნებას, საერთაშორისო კონფერენციებზე მოხსნებებს. არსებული და დაგეგმილი კვლევების შედეგები წარმოქმნის ბევრ ახალ და საინტერესო ამოცანას სამაგისტრო და აკადემიური დოქტორის ხარისხის მაძიებლებისთვის.

ამოცანა 5. *დისპერსიული მიდგომა კვანტურ ქრომოდინამიკაში. უწყვეტი ველის კვანტური თეორიის მეთოდების განვითარება და მათი გამოყენება*

5.1 *უწყვეტი ველის კვანტური თეორიის მეთოდების განვითარება და მათი გამოყენება*

ველის კვანტურ თეორიაში ჩვენს მიერ გამოყვანილი განტოლებები და განტოლებების გაყალიბების მეთოდი ინტენსიურად გამოიყენება ნაწილაქთა შორის ძლიერი ურთიერთქმედების აღსაწერად. ამ მიდგომას ქვია უწყვეტი ველის კვანტური თეორია (Continuum QFT), ასევე უწყვეტი კვანტური ქრომოდინამიკა (Continuum QCD). ვაპირებთ ამ მიმართულებით კვლევების გაგრძელებას. ეს შეიცავს შემდეგ ამოცანებს:

ა) 4-კვარკიანი სისტემის ამღწერი განტოლებების გამოყვანა. რელატივისტურ შემთხვევაში წყვილური ურთიერთქმედებების ადიტიურობის პრინციპი ირღვევა, ამას ემატება კვარკ-ანტიკვარკის ანიგილაციის გათვალისწინების პრობლემა. მიღებული განტოლებები გამოიყენება ეგზოტიკური სისტემების და მეზონის მეზონზე გაბნევის პროცესის შესასწავლად. I წელი

ბ) განტოლებების გაყალიბების მეთოდის გამოყენებით ყალიბურად ინვარიანტული ამპლიტუდების მიღება პროცესებისთვის რომლებიც შენახვად დენებთან არიან დაკავშირებული. II წელი.

გ) პარტონების განზოგადოებული განაწილებების აგება რეალისტურ მოდელებში. III წელი

დ) ყალიბურად ინვარიანტული ველის ეფექტური თეორიის აგება დაბალი ენერგიის ნუკლონებისთვის, რომელშიც ნუკლონების სტრუქტურა იქნება გათვალისწინებული. IV წელი

ე) ნუკლონების ფორმის (დეფორმაციის) შესწავლა. V წელი

5.2 *დისპერსიული მიდგომა კვანტურ ქრომოდინამიკაში*

ამოცანის ფარგლებში კონკრეტულად დაგეგმილია შემდეგი სამუშაოების შესრულება:

ა) ტაუ–ლეპტონის ადრონული ინკლუზიური დაშლების ანალიზი დისპერსიული მიდგომის ახალ ვარიანტებით. აღწერილი იქნება ცალ–ცალკე ვექტორული და აქსიალურ–ვექტორული „არაუცნაური" დაშლები. გამოყენებული იქნება სასრული ენერგიების ჯამთა წესები სხვასხვა წონითი ფუნციებით და ასევე SVZ (ITEP) ჯამთა წესები. განხილული იქნება არაპერტურბაციული მოდელები ადრონული სპექტრალური ფუნქციისათვის: დაბალ ენერგიებზე სპექტრალური ფუნციისათვის გამოყენებული იქნება ვიწრო და ასევე სასრული სიგანის რეზონანსური მიახლოებები. შესწავლილი იქნება დენების კორელატორებისათვის ვილსონის ოპერატორული გაშლის და დისპერსიული მიდგომის თავსებადობის ამოცანა. ექსპერიმენტალური მონაცემების ანალიზით შეფასებული იქნება ძლიერი ურთიერთქმედების მუდმივას და ვაკუუმური კონდენსატების რიცხვითი მნიშვნელობები. ცთომილებების გამოთვლისას გამოყენებული იქნება ALEPH და OPAL კოლაბორაციების კორელაციურ მატრიცები. შეფასებული იქნება კვარკ–ადრონული დუალობის დარღვევის ეფექტების წვლილი. I წელი.

ბ) კვანტურ ქრომოდინამიკაში კვარკ–ანტიკვარკის სტატიკური პოტენციალის შესაბამისი ეფექტური მუხტის აგება დისპერსიული მიდგომის გამოყენებით. ეს ეფექტური მუხტი განსაზღვრული იქნება პერტურბაციული და არაპერტურბაციული კომპონენტების ჯამით. განხილული იქნება არაპერტურბაციული კომპონენტები წრფივად ზრდადი და მიახლოებით წრფივად ზრდადი ყოფაქცევით დიდ მანძილებზე. ამ მოდელებით შესწავლილი იქნება კვარკ–ანტიკვარკის სისტემების ადრონული დაშლები.რომლებიც სტანდარტულ შეშფოთების თეორიაში არ აღიწერება საკმარისი სიზუსტით. II წელი.

გ) კვარკის მორბენალი მასა დისპერსიულ მიდგომაში. კვარკების არანულოვანი მასების გათვალისწინება ტაუ–ლეპტონის და ჰიგსის ნაწილაკის დაშლებში. „უცნაური" კვარკის მასის შეფასება ტაუ–ლეპტონის „უცნაურ" ნაწილაკებად დაშლის მონაცემებიდან. III წელი.

დ) მძიმე კვარკონიუმის ბმის ენერგიების გამოთვლა დისპერსიული მიდგომით. ექსპერიმენტთან შედარების შემდეგ განსაზღვრული იქნება მძიმე კვარკების მასები. IV წელი.

ე) კვანტური ქრომოდინამიკის დაისონ–შვინგერის განტოლებების ანალიზი კვარკის და გლუონის პროპაგატორებისათვის დისპერსიული მეთოდით. მიღებული არაპერტურბაციული პროპაგატორების გამოყენება ტაუ–ლეპტონის დაშლასთან დაკავშირებული დენების კორელატორის გამოსათვლელად. V წელი.

ამოცანა 6. *სიმისა და ველის კვანტური თეორიების დუალობა და ინტეგრებადი მოდელები*

ჩატარებული კვლევების საფუძველზე, მომდევნო ხუთი წლის სამუშაო პროგრამა მოიცავს ქვემოთ ჩამოთვლილ ოთხ მიმართულებას და მათზე მუშაობა ეტაპობრივად განხორციელდება.

1. სუპერსიმის ენერგიის სპექტრის შესწავლა AdS და AdS × S სივრცეებში.
2. წვეტიანი სიმების აღწერა და მათი დაკვანტვა.
3. SL(2,R) სიმის ზუსტი კვანტური თეორიის აღწერა.
4. კორელაციური ფუნქციების და **S**–მატრიცის გამოთვლა ლიუვილის ველის თეორიაში.

აქედან, პირველ წელს ყურადღება მეტწილად გამახვილდება $\mathbf{AdS_5 \times S^5}$ სუპერსიმის ენერგიის სპექტრის გამოთვლაზე სტატიკურ ყალიბში, რაც [J1] ნაშრომის უშუალო გაგრძელება იქნება. კერძოდ, შესწავლილი იქნება სუპერსიმის ერთ–მოდიან აღგზნებათა კლასი და მათი შესაძლო ზუსტი დაკვანტვა. ამ საკითხებზე მუშაობა უკვე მიმდინარეობს. ამ ეტაპზე, მრავალმოდიანი ამოხსნების კლასი მხოლოდ შეშფოთების თეორიის ფარგლებში განიხილება.

პირველივე წელს აგრეთვე დაგეგმილია ლიუვილის თეორიის ვერტექსული ოპერატორების ალგებრის შესწავლა, რაც კორელაციური ფუნქციების გამოთვლის კარგი საშუალებაა. ამ ალგებრის კერძო შემთხვევა, გადაგვარებული ოპერატორებისთვის, აგებული იქნა [J12] ნაშრომში და ამჟამად ვმუშაობთ ამ ალგებრის განზოგადოებაზე, ჯერ გადაგვარებულ ოპერატორთა მთელი დადებითი ხარისხებისთვის.

პროექტის წარმატებულობის ინდიკატორი იქნება იმპაქტ ფაქტორიან სამეცნიერო ჟურნალებში შესაბამის თემატიკაზე გამოქვეყნებული სტატიების და სამეცნიერო კონფერენციებზე აღნიშნულ თემაზე გაკეთებული მოხსენებების რაოდენობა და ხარისხი.

ლიტერატურა:

[E1] M. Eliashvili, G.I. Japaridze, G. Tsitsishvili and G. Tukhashvili, "Edge states in 2D lattices with hopping anisotropy and Chebyshev polynomials", accepted by J. Phys. Soc. Jpn. 2014.

[E2] M. Eliashvili and G.Tsitsishvili, "Algebraic aspects of the Hofstadter problem in graphene", J. Math. Sci. 193 (2013) 418.

[E3] Y. Hama, Y. Hidaka, G. Tsitsishvili and Z.F. Ezawa, "Goldstone modes in bilayer quantum Hall systems at $\nu = 2$", J. Phys. Conf. Series 456 (2013) 012012.

[E4] Yusuke Hama, George Tsitsishvili and Zyun F. Ezawa, "Nambu-Goldstone modes and the Josephson supercurrent in the canted antiferromagnetic phase", Prog. Theor. Exp. Phys. 2013 (2013) 053I01.

[E5] Yusuke Hama, George Tsitsishvili and Zyun F. Ezawa, "Spin supercurrent in the canted antiferromagnetic phase", Phys. Rev. B 87 (2013) 104516.

[E6] M. Eliashvili, G.I. Japaridze and G.Tsitsishvili, "The quantum group, Harper equation and structure of Bloch eigenstates on a honeycomb lattice", J. Phys. A 45 (2012) 395305.

[E7] Y. Hama, Y. Hidaka, G. Tsitsishvili and Z.F. Ezawa, "The study of Goldstone modes in $\nu = 2$ bilayer quantum Hall systems", Eur. Phys. J. B 85 (2012) 368.

[E8] Z.F. Ezawa, G. Tsitsishvili and A. Sawada, "Josephson tunneling in bilayer quantum Hall system", Phys. Lett. A 376 (2012) 2430.

[E9] Z.F. Ezawa, G. Tsitsishvili and A. Sawada, "Interlayer phase coherence and Josephson effects in bilayer quantum Hall systems", Eur. Phys. J. B 85 (2012) 270.

[E10] Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, "Skyrmion and bimeron excitations in imbalanced bilayer quantum Hall systems", AIP Conf. Proc. 1399 (2011) 605.

[E11] Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, "Skyrmion and bimeron excitations in bilayer quantum Hall systems", Physica E 42 (2010) 1069.

[E12] Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, "Noncommutative skyrmions in quantum Hall systems", in The Multifaceted Skyrmion, edited by G.E. Brown & M. Rho (World Scientific, 2010) p. 233.

[E13] Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, "Quantum Hall Ferromagnets", Rep. Prog. Phys. 72 (2009) 086502.

[E14] Z.F. Ezawa, K. Ishii and G. Tsitsishvili, "Interlayer phase coherence and dissipative soliton-lattice regime in bilayer quantum Hall systems", Physica E 40 (2008) 1557.

[E15] Z.F. Ezawa, K. Ishii and G. Tsitsishvili. "Anomalous diagonal resistivity and soliton lattice in bilayer quantum Hall Systems" Physica B 403 (2008) 1517.

[E16] Z.F. Ezawa, S. Suzuki and G. Tsitsishvili, "Anomalous Hall resistance in bilayer quantum Hall systems", Phys. Rev. B 76 (2007) 045307.

[E17] Z.F. Ezawa, S. Suzuki and G. Tsitsishvili, "Anomalous quantum-Hall resistance in bilayer counterflow transport" Phys. Stat. Sol. C 4 (2007) 485.

[E18] M. Eliashvili and G. Tsitsishvili, "On the NCCS model of quantum Hall fluid", Eur. Phys. J. C 50 (2007) 1013.

[E19] Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, "Topological solitons in the noncommutative plane and quantum Hall skyrmions", Phys. Rev D 72 (2005) 085002.

[E20] G. Tsitsishvili and Z.F. Ezawa, "Microscopic theory of skyrmions in quantum Hall ferromagnets", Phys. Rev. B 72 (2005) 115306.

[E21] Z.F. Ezawa, M. Eliashvili and G. Tsitsishvili, "Ground-state structure in $\nu = 2$ bilayer quantum Hall systems", Phys. Rev. B 71 (2005) 125318.

[E22] Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, "$SU(4)$ skyrmions and activation energy anomaly in bilayer quantum Hall systems", Phys. Rev. B 70 (2004) 125304.

[E23] Z.F. Ezawa, G. Tsitsishvili and K. Hasebe, "Noncommutative geometry, extended W_∞ algebra and Grassmannian solitons in multicomponent quantum Hall systems", Phys. Rev B 67 (2003) 125314.

[E24] M. Eliashvili and G. Tsitsishvili, "Area preserving transformations in non-commutative space and NCCS theory", Eur. Phys. J. C 32 (2003) 135.
[E25] M.Eliashvili, G.Tsitsishvili, „Geometric transformations and NCCS theory in the lowest Landau level", International Journal of Modern Physics B, v16, #25, 3725 (2002)
[G1] V. Gogokhia, M. Vasuth, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 37 (2010) 075015.
[G2] G.G. Barnafoldi, V. Gogokhia, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 37 (2010) 025003.
[G3] V. Gogokhia, Int. J. Theor. Phys. 48 (2009) 3061.
[G4] V. Gogokhia, Int. J. Theor. Phys. 48 (2009) 3470.
[G5] V. Gogokhia, Int. J. Theor. Phys. 48 (2009) 3449.
[G6] V. Gogohia, Phys. Lett. B 611 (2005) 129.
[G7] V. Gogohia, Phys. Lett. B 618 (2005) 103.
[G8] V. Gogohia, Phys. Lett. B 584 (2004) 225.
[G9] V. Gogohia, Gy. Kluge, I. Vargas de Usera, Phys. Lett. B 576 (2003) 243.
[G10] V. Gogohia, Gy. Kluge, Phys. Elem. Part. Atom. Nucl. 34 (2003) 88.
[G11] V. Gogohia, Phys. Lett. B 531 (2002) 321.
[G12] V. Gogohia, Gy. Kluge, Phys. Rev. D 66 (2002) 056013.
[G13] V. Gogohia, Gy. Kluge, Phys. Rev. D 62 (2000) 076008.
[G14] V. Gogohia, Gy. Kluge, Phys. Lett. B 477 (2000) 387.
[G15] V. Gogohia, M. Prisznyak, Phys. Lett. B 494 (2000) 109.
[G16] V. Gogohia, H. Toki, Phys. Rev. D 61 (2000) 036006.
[G17] V. Gogohia, H. Toki, Phys. Rev. D 63 (2001) 079901.
[G18] V. Gogohia, Phys. Lett. B 501 (2001) 60.
[G19] V. Gogohia, Phys. Lett. B 485 (2000) 162.
[G19] V. Gogohia, Phys. Lett. B 485 (2000) 162.
[G20] V. Gogohia, H. Toki, T. Sakai, Gy. Kluge, Int. J. Mod. Phys. A 15 (2000) 45.
[G21] V. Gogohia, Gy. Kluge, H. Toki, T. Sakai, Phys. Lett. B 453 (1999) 281.
[G22] V. Gogohia, H. Toki, Phys. Lett. B 466 (1999) 305.
[G23] V. Gogohia, Phys. Lett. B 468 (1999) 279.
[G24] V. Gogohia, Gy. Kluge, M. Prisznyak, Phys. Lett. B 368 (1996) 221.
[G25] V. Gogohia, Gy. Kluge, M. Prisznyak, Phys. Lett. B 378 (1996) 385.
[G26] V. Sh. Gogohia, Int. J. Mod. Phys. A 9 (1994) 605.
[G27] V. Sh. Gogohia, Int. J. Mod. Phys. A 9 (1994) 759.
[G28] V. Sh. Gogokhia, Phys. Rev. D 40 (1989) 4157.
[G29] V. Sh. Gogokhia, Phys. Rev. D 40 41 (1990) 3279.
[G30] V. Sh. Gogokhia, Phys. Lett. B 224 (1989) 177.
[G31] V. Sh. Gogokhia, Gy. Kluge, B. A. Magradze, Phys. Lett. B 244 (1990) 68.
[G32] V. Gogokhia, B. Magradze, Mod. Phys. Lett. A 4 (1989) 1549.
[G33] V. Sh. Gogokhia, Phys. Lett. B 233 (1989) 451.
[G34] V. Sh. Gogokhia, Phys. Lett. B 237 (1990) 605.
[G35] V. Sh. Gogokhia, B. A. Magradze, Phys. Lett. B 217 (1989) 162.
[G36] A.Shurgaia, Mod.Phys Lett.A26, 53
[G37] A. V. Shurgaia, H. J. W. Mueller-Kirsten, Int.J.Mod.Phys. A22, (2007),3655
[G38] D.K. Park, , H.J.W. Muller-Kirsten, A.V. Shurgaia, Phys.Lett. B501,(2007),54
[G36] D.K. Park, H.J.W. Muller-Kirsten, J.Q. Liang, A.V. Shurgaia, Int.J.Mod.Phys A16, (2001), 3951
[G40] J.Q. Liang, H.J.W. Muller-Kirsten, D.K. Park, A.V. Shurgaia, Phys.Lett.B483, (2000), 225
[G41] J.Q. Liang, H.J.W. Muller-Kirsten, Y.B. Zhang, A.V. Shurgaia, Phys.Rev.D62 (2000), 025017
[G42] A. Shurgaia, Ann. Phys.282, (2000), 7
[G43] A.V. ShurgaIa, H.J.W. Mueller-Kirsten, D.H. Tchrakian, Z.Phys.C69, (1996), 537
[G44] A.V. Shurgaia, H.J.W. Mueller-Kirsten, D.H. Tchrakian, Annals Phys.228,(1993), 146
[G45] O.F. Dayi, H.J.W. Muller-Kirsten, A.V. Shurgaia, D.H. Tchrakian, Phys.Lett.B286,(1992), 234

[G46] A. V. Shurgaia, Fortsch.Phys.41, (1992), 553
[G47] V. Gogokhia, A. Shurgaia (2012), Bull. of the GNAS, 6, no. 3, p.37
[G48] V. Gogokhia, A. Shurgaia (2012), Bull. of the GNAS, 6, no. 1, p.79
[G49] A. Shurgaia, ТМФ, 57, (1983), 392
[J1] Sergei Frolov, George Jorjadze, MartinHeinze, Jan Plefka, *Static Gauge and Energy Spectrum of Single-mode Strings in* $AdS_5 \times S^5$, J. Phys. A. **47**[arXiv: 1310.5052 [hep-th]].
[J2] George Jorjadze, Chrysostomos Kalousios, Zurab Kepuladze, *Quantization of AdS* $\times$ *S particle in static gauge,* Class. Quant. Grav. **30** (2013)025015 [arXiv:1208.3833 [hep-th]].
[J3] George Jorjadze, Jan Plefka, Jonas Pollok, *Bosonic string quantization in static gauge,* J. Phys. A **45** (2012) 485401 [arXiv:1207.4368 [hep-th]].
[J4] George Jorjadze, Zurab Kepuladze, Luka Megrelidze, *On particle type string solutions* $AdS_3 \times S^3$, Proceedings of A Razmadze Mathematical Institute, 159 (2012) 43-59 [arXiv:1209.3997 [math-th]].
[J5] Harald Dorn, George Jorjadze, Chrysostomos Kalousios, Jan Plefka, *Coordinate representation of particle dynamics in AdS and in generic static spacetimes,* J. Phys. A **44** (2011) 095402 [arXiv:1011.3416 [hep-th]].
[J6] H. Dorn, G. Jorjadze, C. Kalousios, L. Megrelidze, S. Wuttke, *Vacuum type space-like string surfaces in* $AdS_3 \times S^3$, J. Phys. A **44** (2011) 025403 [arXiv: 1007.1204 [hep-th]].
[J7] H. Dorn, N. Drukker, G. Jorjadze, C. Kalousios, *Space-like minimal surfaces in AdS* $\times$ *S,* JHEP **1004**, 004 (2010) [arXiv: 0912.3829 [hep-th]].
[J8] G. Jorjadze, *Singular Liouville fields and spiky strings in* $R^{1,2}$ *and SL*(2,*R*), JHEP **0910**, 092 (2009) [arXiv:0909.0350 [hep-th]].
[J9] H. Dorn, G. Jorjadze, S. Wuttke, *On spacelike and timelike minimal surfaces in* AdS_n, JHEP **0905**, 048 (2009) [arXiv:0903.0977 [hep-th]].
[J10] H. Dorn, G. Jorjadze, *Operator approach to boundary Liouville theory,* Annals Phys. **323**, 2799 (2008) [arXiv:0801.3206 [hep-th]].
[J11] H. Dorn, G. Jorjadze, *Boundary Liouville theory: Hamiltonian description and quantization,* SIGMA **3**, 012 (2007) [arXiv:hep-th/0610197].
[J12] C. Ford, G. Jorjadze, *A causal algebra for Liouville exponentials,* Class. Quant. Grav. **23**, 6007 (2006) [arXiv:hep-th/0512018].
[J13] H. Dorn, G. Jorjadze, *Massless scalar particle on AdS spacetime: Hamiltonian reduction and quantization*, JHEP **0605**, 062 (2006) [arXiv:hep-th/0508072].
[J14] H. Dorn, G. Jorjadze, *Oscillator quantization of the massive scalar particle dynamics on AdS spacetime,* Phys. Lett. B **625**, 117 (2005) [arXiv:hep-th/0507031].
[J15] H. Dorn, G. Jorjadze, *On particle dynamics in AdSN*+1 *space-time,* Fortsch. Phys. **53**, 486 (2005) [arXiv:hep-th/0502081].
[J16] G. Jorjadze, G. Weigt,*The Liuville field theory zero mode problem,* Theor. Math. Phys. **139**, 654 (2004) [arXiv:hep-th/0207041].
[J17] G. Jorjadze,*S-Matrix, vertex operators and correlation functions of Liouville theory,* Fortschr. Phys. **52**, 555 (2004).
[J18] G. Jorjadze, G. Weigt, *Correlation functions and vertex operators of Liouville theory,* Phys. Lett. B **581**, 133 (2004) [arXiv:hep-th/0311202].
[J19] G. Jorjadze, G. Weigt, *Poisson structure and Moyal quantisaton of the Liouville theory,* Nucl. Phys. B **619**, 232 (2001) [arXiv:hep-th/0105306].
[J20] C. Ford, G. Jorjadze, G. Weigt,*Causal Poisson brackets of the SL(2,R) WZNW model and its coset theories,* Phys. Lett. B **514**, 413 (2001) [arXiv:hep-th/0106060].
[J21] C. Ford, G. Jorjadze, G. Weigt, *Integration of the SL(2,R)/U(1) gauged WZNW theory by reduction and quantum parafermions,* Theor. Math. Phys. **128**, 1046 (2001) [arXiv:hep-th/0003246].
[K1] A. N. Kvinikhidze and B. Blankleider, Nuclear Physics A574, 788 (1994).
[K2] A. N. Kvinikhidze, A.M. Khvedelidze Teor.Mat.Fiz.90, 95 (1992).
[K3] B. Blankleider and A. N. Kvinikhidze, T. Skawronsky, J.Phys.Conf.Ser. **330** 012008 (2011).

[K4] A. N. Kvinikhidze and B. Blankleider, Phys.Rev. C60, 044003 (1999), Phys. Rev. C60, 044004 (1999).
[K5] A. N. Kvinikhidze and B. Blankleider, Phys. Rev. C56, 2973 (1997).
[K6] B. Blankleider and A. N. Kvinikhidze, Phys. Rev. C62, 039801 (2000).
[K7] A. N. Kvinikhidze, B. Blankleider, Nucl. Phys. A784, 259 (2007).
[K8] W. Heupel, S. Kubrak, G. Eichmann, C. Fischer, PoS Bormio2013, 065 (2013); W. Heupel, G. Eichmann, C. Fischer, Phys.Lett. **B718, 545 (2012).**
[L1] G.Lavrelashvili, V.A.Rubakov and P.G.Tinyakov, ``Disruption of Quantum Coherence upon a Change in Spatial Topology in Quantum Gravity,'' JETP Lett. **46** (1987) 167.
[L2] G.Lavrelashvili, V.A.Rubakov and P.G.Tinyakov, ``Particle Creation and Destruction of Quantum Coherence by Topological Change,'' Nucl. Phys. **B299** (1988) 757.
[L3] G.Lavrelashvili, ``Negative mode problem in false vacuum decay with gravity,'' Nucl. Phys. Proc. Suppl. **88** (2000) 75; [gr-qc/0004025].
[L4] A.Khvedelidze, G.Lavrelashvili and T.Tanaka, ``On cosmological perturbations in closed FRW model with scalar field and false vacuum decay,'' Phys. Rev. **D62** (2000) 083501; [gr-qc/0001041].
[L5] A.Kosowsky, T.Kahniashvili, G.Lavrelashvili and B.Ratra,``Faraday rotation of the Cosmic Microwave Background polarization by a stochastic magnetic field,'' Phys. Rev. **D 71** (2005) 043006; [astro-ph/0409767].
[L6] T.Kahniashvili, G.Lavrelashvili and B.Ratra, ``CMB Temperature Anisotropy from Broken Spatial Isotropy due to an Homogeneous Cosmological Magnetic Field,'' Phys. Rev. **D78** (2008) 063012; arXiv:0807.4239 [astro-ph].
[L7] G.Lavrelashvili and D.Maison, ``Regular and black hole solutions of Einstein Yang-Mills Dilaton theory,'' Nucl. Phys. **B410** (1993) 407.
[L8] M.S.Volkov, O.Brodbeck, G.Lavrelashvili and N.Straumann, ``The Number of sphaleron instabilities of the Bartnik-McKinnon solitons and nonAbelian black holes,'' Phys. Lett. **B349** (1995) 438; [hep- th/9502045].
[L9] M.Volkov, N.Straumann, G.Lavrelashvili, M.Heusler and O.Brodbeck, ``Cosmological analogs of the Bartnik-McKinnon solutions,'' Phys. Rev. **D54** (1996) 7243; [hep-th/9605089].
[L10] P.Breitenlohner, G.V.Lavrelashvili and D.Maison, ``Mass inflation and chaotic behavior inside hairy black holes,'' Nucl. Phys. **B524** (1998) 427; [gr-qc/9703047].
[L11] J.Baacke and G.Lavrelashvili, ``One loop corrections to the metastable vacuum decay,'' Phys. Rev. **D69** (2004) 025009; [hep-th/0307202].
[L12] G.Lavrelashvili, ``The Number of negative modes of the oscillating bounces,'' Phys. Rev. **D73** (2006) 083513; [gr-qc/0602039].
[L13] L.Battarra, G.Lavrelashvili and J.-L.Lehners, ``Negative Modes of Oscillating Instantons,'' Phys. Rev. **D86** (2012) 124001; arXiv:1208.2182 [hep-th].
[L14] L.Battarra, G.Lavrelashvili and J.-L.Lehners, ``Zoology of instanton solutions in flat potential barriers,'' Phys. Rev. **D88** (2013) 104012; [arXiv:1307.7954].
[L15] G.Lavrelashvili, ``Creation of wormholes during the false vacuum decay,'' Sov. J. Nucl. Phys. 45 (1987) 185 [Yad. Fiz. 45 (1987) 295].
[L16] G.Lavrelashvili, V.A.Rubakov and P.G.Tinyakov, ``Tunneling Transitions With Gravitation: Breaking Of The Quasiclassical Approximation,'' Phys. Lett. **B161** (1985) 280.
[M1] B. A. Magradze, "A novel series solution to the renormaslization group equation in QCD", Few Body Systems, Vol. 40, No, 1-2, p.p. 71-99 (2006), hep-ph/0512374,
[M2] B. A. Magradze, Testing the Concept of Quark-Hadron Duality with the ALEPH τ Decay Data, Few-Body Syst. Vol. 48, p.p. 143-169 (2010) Erratum-ibid. **53**/3, (2012) 365.
[M3] B. Magradze Strong Coupling Constant from tau Decay within a Dispersive Approach to Perturbative QCD Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute Vol.160 (2012) 91-111

[M4] B. A. Magradze, Analysis of the tau-lepton decay data within a dispersive approach to perturbative QCD, to be published in Proceedings of the 7th International Conference "Physics in the LHC Era" 14-18 October 2013 Tbilisi
[M5] D.S. Kourashev and B.A. Magradze, "Theor. and Math. Phys. Vol 135 No 1 (2003) pp. 531-540.(in english) Teor. Mat. Fiz. Vol 135, No 1, (2003) pp. 95-106. (in Russian); hep-ph/0104142 .
[M6] B.A. Magradze, Practical techniques of analytic perturbation theory of QCD ; hep-ph/0305020, talk given at the extended seminar of the institute of applied mathematics Dedicated to 90th anniversary of I.N. Vekua. 22 april 2003, Tbilisi, Georgia.
[M7] B.A. Magradze, Int. J. of . Mod. Phys. **A15**, (2000) p.p. 2715-2733; hep-ph/9911456.
[M8] A.N. Kvinikhidze, B.A. Magradze,V.A. Matveev, M.A. Mestvirishvili and A.N. Tavkhelidze, Teor. Mat. Fiz. V45 (1980) p.p. 302-312.
[M9] B.A. Magradze, BULLETEN of the ACADEMY of SCIENCES of the GEORGIA SSR, 107 (1982) p.p. 497-499.
[M10] V. Gogokhia, B. Magradze, , Phys. Lett. B 217 (1989) p.p. 162-164.
[M11] V. Gogokhia and B. Magradze, Mod. Phys. Lett. A4 (1989) p.p. 1549-1558.
[M12] V. Gogokhia, Gy. Kluge, B. Magradze, Phys. Lett. B 244 (1990) p.p. 68-74.
[M13] B. Magradze , Infrared Singularity and Dynamical Chiral Symmetry Breaking in QCD'. In Proceedings of IX Int. Seminar "QUARKS-96", Russia, ed. V.A.Matveev, A.A. Penin, V.A.Rubakov, A.N.Tavkhelidze Institute for Nuclear Research of Russian Academy of Sciences, Moscow 1997, pp.186-192.
[X1] V. Gerdt, A.Khvedelidze and Yu. Palii, On the ring of local invariants for a pair of entangled qubits., Journal of Mathematical Sciences , 168, 368-378, (2010)
[X2] V.Gerdt, A. Khvedelidze and Yu. Palii, Constraints on SU(2) x SU(2) invariant polynomials for entangled qubit pairs, Yad. Fiz. 74, 6, (2011)
[X3] V.P.Gerdt, A.M.Khvedelidze , D.Mladenov, and Yu.G.Palii, SU(6) Casimir invariants and SU(2)xSU(3) scalars for a mixed qubit-qutrit states. Zapiski POMI, 387, 102-121, (2011).
[X4] P.Jameson and A.Khvedelidze, Classical dynamics of a charged particle in a laser field beyond the dipole approximation, Phys. Rev. A. 77, 053403, (2008).
[X5] M.Eliashvili, V. Gerdt and A. Khvedelidze, On precession of entangled spins in a strong laser field, Phys. of Atomic Nuclei, 75, 786, (2009).
[X6] V.Gerdt, S.Gogilidze, A.Khvedelidze, D. Mladenov and V. Sanadze, Entanglement of spins under a strong laser influence, Physica Scripta T 153, 014026-5, (2013)
[Z1] Z. Kakushadze and P. Langfelder, "Gravitational Higgs Mechanism", Mod. Phys. Lett. A15 (2000) 2265-2280, hep-th/0011245.
[Z2] Z. Kakushadze and S.-H.H. Tye, "Brane World", Nucl. Phys. B548 (1999) 180-204, hep-th/9809147.
[Z3] Z. Kakushadze, "Massive Gravity in Minkowski Space via Gravitational Higgs Mechanism", Phys. Rev. D77 (2008) 024001, arXiv:0710.1061.
[Z4] A. Iglesias and Z. Kakushadze, "Massive Gravity in de Sitter Space via Gravitational Higgs Mechanism", Phys. Rev. D82 (2010) 124001, arXiv:1007.2385.
[Z5] A. Iglesias and Z. Kakushadze, "Non-perturbative Unitarity of Gravitational Higgs Mechanism", Phys. Rev. D84 (2011) 084005, arXiv:1002.4991.
[Z6] Z. Kakushadze, "Non-perturbative Massive Solutions in Gravitational Higgs Mechanism", UJPA 1 (2013) 010409, arXiv:1305.1632.
[Z7] Z. Kakushadze, "Massive Gravity in Extra Dimensions", მომზადებაშია, მალე გაიგზავნება.
[Z8] Z. Kakushadze, "Gravitational Higgs Mechanism and Massive Gravity", Int. J. Mod. Phys. A23 (2008) 1581-1591, arXiv:0709.1673.
[Z9] Z. Kakushadze, "Massless Limit of Gravitational Higgs Mechanism", Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. 5 (2008) 157-170, arXiv:0711.0386.

[Z10] Z. Kakushadze, “Tachyon-Free Non-Supersymmetric Strings on Orbifolds”, Int. J. Mod. Phys. A23 (2008) 4371-4386, arXiv:0711.4108.
[Z11] A. Iglesias and Z. Kakushadze, “A Novel Approach to the Cosmological Constant Problem”, Int. J. Mod. Phys. A19 (2004) 4621-4640, hep-th/0306297.
[Z12] O. Corradini, A. Iglesias and Z. Kakushadze, “Toward Solving the Cosmological Constant Problem?”, Int. J. Mod. Phys. A18 (2003) 3221-3262, hep-th/0212101.
[Z13] G. ‘t Hooft, “Unitarity in the Brout-Englert-Higgs Mechanism for Gravity”, arXiv:0708.3184
[Z14] A.G. Riess et al., “Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant”, Astron. J. 116 (1998) 1009, astro-ph/9805201.
[Z15] S. Perlmutter et al., “Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae”, Astrophys. J. 517 (1999) 565, astro-ph/9812133.

მონოგრაფიები:

[B1] V. Gogokhia and G.G. Barnafoldi, The Mass Gap and its Applications, 252 pp. (Word Scientific (WS), Singapore, 2013).

პროექტის მონაწილეების ბექგრაუნდი და საერთაშორისო აღიარება

პროექტის მონაწილეებს გააჩნიათ დიდი საერთაშორისო ავტორიტეტი, რაც მაგალითად გამოიხატება მათ მაღალ ციტირების ინდექსში. მკვლევართა ჯგუფის ნაშრომები 5000 ზე მეტჯერ არის ციტირებული სამეცნიერო ლიტერატურაში.

შესრულებული კვლევების ციკლისთვის [G1-G8,G13-G19,G21-G22,G36-G49] **ვ.გოგოხიას** და **ა.შურღაიას** მიენიჭათ 2013 წლის საქართველოს ეროვნული პრემია მეცნიერებაში.

ზ. კაკუშაძე და მისი გარღვევითი შრომები, ისეთები როგორც 3-თაობიანი დიდი გაერთიანების მოდელების აგება სიმების თეორიაში, 4-განზომილებაში Type I-ჰეტეროტული სიმების დუალობა, სიმის გაშლა როგორც ’ტ ჰოოფტის მაღალი-N გაშლა, 3-თაობიანი ფენომენოლოგიური მოდელების აგება ორიენტიფოლდებში, ბრანების სამყარო (“Brane World”), TeV-შკალის უნიფიკაციის ფენომენოლოგიური მოდელების აგება და მათი რეალიზაცია სიმებში, ბრანების გრავიტაცია უსასრულო მაღალ განზომილებებში, ახლებური მიდგომები კოსმოლოგიური მუდმივის პრობლემისადმი, გრავიტაციული ჰიგსის მექანიზმი და სხვა, საერთაშორისოდ აღიარებული არიან და ციტირებულები 2730-ზე მეტჯერ. მისი 79 გამოქვეყნებული შრომიდან 7-ს აქვს 100-ზე მეტი ციტირება, და 11-ს აქვს 50-ზე მეთი ციტირება. ყველაზე მეტად ციტირებული შრომების სია:

- Z. Kakushadze and S.-H.H. Tye, “Brane World”, Nucl. Phys. B548 (1999) 180-204, hep-th/9809147. 249-ჯერ ციტირებული.
- M. Bershadsky, Z. Kakushadze and C. Vafa, “String Expansion as Large N Expansion of Gauge Theories”, Nucl. Phys. B523 (1998) 59-72, hep-th/9803076. 195-ჯერ ციტირებული.
- Z. Kakushadze, “Aspects of N = 1 Type I-Heterotic Duality in Four Dimensions”, Nucl. Phys. B512 (1998) 221-236, hep-th/9704059. 122-ჯერ ციტირებული.
- Z. Kakushadze and G. Shiu, “A Chiral N = 1 Type I Vacuum in Four Dimensions and Its Heterotic Dual” Phys. Rev. D56 (1997) 3686-3697, hep-th/9705163. 122-ჯერ ციტირებული.
- Z. Kakushadze and G. Shiu, “4D Chiral N = 1 Type I Vacua with and without D5-branes”, Nucl. Phys. B520 (1998) 75-92, hep-th/9706051. 112-ჯერ ციტირებული.
- Z. Kakushadze, “Novel Extension of MSSM and “TeV Scale” Coupling Unification”, Nucl. Phys. B548 (1999) 205-230, hep-th/9811193. 112-ჯერ ციტირებული.
- Z. Kakushadze, G. Shiu and S.-H.H. Tye, “Type IIB Orientifolds, F-theory, Type I Strings on Orbifolds and Type I - Heterotic Duality”, Nucl. Phys. B533 (1998) 25-87, hep-th/9804092. 104-ჯერ ციტირებული.

- Z. Kakushadze, G. Shiu and S.-H.H. Tye, “Type IIB Orientifolds with NS-NS Antisymmetric Tensor Backgrounds”, Phys. Rev. D58 (1998) 086001, hep-th/9803141. 96-ჯერ ციტირებული.

მ.ელიაშვილის და **გ.ციციშვილის** მიერ განვითერებულ [Z25] გეომეტრიული მეთოდის ფარგლებში შემოთავაზებული სქემა მიჩნეულია არა-კომუტატიური გეომეტრიისა და არა-კომუტატიური ყალიბური ველის თეორიისადმი მიძღვნილ ერთ-ერთ პირველ პუბლიკაციად (იხ.მაგ. Z.Guralnik, R.Jackiw, S.Y.Pi, A.P.Polychronakos, “*Testing non-commutaive QED, Constructing non-commutative MHD*”, Phys.Lett B517 (2001) 450-456).

ა.კვინიხიძეს შედეგები ხშირად არის მოხსენიებული უცხოელი კოლეგების მიერ როგორც მიმართულების ძირითადი, ლამაზი და ელეგანტური განტოლებები და მეთოდები რამდენიმე ამონარიდი:

- **Phys.Rev. D85 (2012) 034015** (ამ ნაშრომში თავი დაეთმო ა.კვინიხიძეს მიერ შემოთავაზებული მეთოდის აღწერას) : „a systematic and non-perturbative procedure … is the 'gauging of equations‘ method... The scope of the approach is more general: it can be exploited to derive generalized parton distributions …at the quark-gluon level… and it has been applied to obtain the scattering amplitudes for piN scattering and pion electroproduction at a hadronic level, i.e., from chiral effective field theories“.
- **Phys.Rev.C71, 034003, 2005:** „… the elegant method of **Kvinikhidze** and Blankleider that gauges the integral equations which describe the strongly interacting system in order to obtain the electromagnetic current matrix elements for various processes.“
- **Phys.Rev.C69:034007, 2004 :** „Our derivation and discussion relies heavily on the beautiful method of gauging equations, developed by **Kvinikhidze**...“
- **Few-Body Systems 24, 193–199 (1998):** “Further theoretical progress in understanding this difficult problem has been reported recently by **Kvinikhidze**“.
- **Phys Rev. C51, 2575 (1995):** „Although this problem was pointed out already in 1985, it remained insurmountable during the subsequent years. Very recently, however, there has been a decisive breakthrough by **Kvinikhidze**.…“

გ.ლავრელაშვილი კარგად არის ცნობილი მისი პიონერული ნამუშავრებით [L1, L2], რომლებშიც საფუძველი ჩაეყარა ახალ მიმართულებას ჩვილობრივი სამყაროების ფიზიკას (Physics of Baby Universes). გ.ლავრელშვილმა ა.ხვედელიძესთან ერთად გადაწყვიტა [L3,L4] ე.წ. უარყოფითი მოდის პრობლემა კოლემან-დე ლუჩიას ბოუნსის ამონახსნისათვის, რომელიც აღწერს ყალბი ვაკუუმის დაშლიას გრავიტაციის გათვალისწინებით. მისი ნაშრომები თ.კახნიაშვილთან ერთად [L5,L6] კოსმოლოგიური მაგნიტური ველის გავლენის შესახებ რელიქტურ კოსმიურ გამოსხივებაზე (CMB) კარგად არის ცნობილი სპეციალებისტებისათვის. კიდევ ერტი მნიშვნელოვანი ნაშრომების ციკლი [L7, L8, L9, L10] ეხება არა-აბელურ (ფერად) შავ ხვრელებს. ამ ნაშრომებში იყო შესწავლილი ახალი შავი ხველების და სოლიტონების ტიპის ამოხსნები და მათი სტაბილობა. გ.ლავრელაშვილის შრომები არის ხშირად მოხსენიებული ლიტერატურაში ისეთი ცნობილი მეცნიერების მიერ როგორნიც არიან ს.კოლემანი, ს.ვაინბერგი, ჯ.მალდასენა, ა.ლინდე და სხვა. რამდენიმე ამონარიდი:

- S.R.Coleman, ``Black Holes as Red Herrings: Topological Fluctuations and the Loss of Quantum Coherence,'' [Nucl. Phys. **B307** (1988) 867]: “A few years ago it was suggested that fluctuations in space-time geometry on a very small scale could lead to an apparent loss of quantum coherence on much larger scales [1]. Recently Hawking [2], Giddings and Strominger [3], and Lavrelashvili, Rubakov, and Tinyakov [4] have given this idea a new and more definite form.”
- T.Tanaka and M.Sasaki, ``False vacuum decay with gravity: Negative mode problem,'' [Prog. Theor. Phys. 88 (1992) 503]: Abstract: “Motivated by work of Lavrelashvili, Rubakov, and Tinyakov (LRT),... the decay of false vacuum under presence of gravity is carefully investigated.”

-G.V.Dunne and H.Min,``Beyond the thin-wall approximation: Precise numerical computation of prefactors in false vacuum decay,'' [Phys. Rev. D72 (2005) 125004]: Abstract: "We present a general numerical method for computing precisely the false vacuum decay rate, including the prefactor due to quantum fluctuations about the classical bounce solution, ... A related approach has been discussed recently by Baacke and Lavrelashvili,..."

-O.Y.Shvedov,``On the exponentially large probability of transition through the Lavrelashvili-Rubakov-Tinyakov wormhole,'' [Phys. Lett. B381 (1996) 45]: "The model consisting of gravitational, scalar and axionic fields is considered. It is shown that the action of the Lavrelashvili-Rubakov-Tinyakov wormhole can be made arbitrarily negative by varying the parameters of the model."

გ.ჯორჯაძეს ნაშრომი [J3] მოხვდა Journal of Physics A-ს 2012 წლის გამორჩეულ ნაშრომთა სიაში.

მიღებული გრანტები (ბოლო 10 წელი)

პროექტის მონაწილეები წარმატებულად თანამშრომლობდენ შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის საგრანტო პროგრამების ფარგლებში

- GNSF/ST06/4-050, October 2006 - September 2008 „Ground State Problem in Quantum Field Theory (QFT) and Quantum Statistics“ და
- GNSF/ST08/4-405, March 2009 - February 2011, „Ground state problems in quantum field theory“.

ამის გარდა მათ დამოუკიდებლად აქვთ მოპოვებული ბევრი მნიშვნელოვანი საერთაშორისო გრანტი:

მ.ელიაშვილი, გ.ციციშვილი:

- 2004 - Research Fellowship from Japan Society for the Promotion of Science No. L04514.
- 2007 - Research Fellowship from Japan Society for the Promotion of Science No. L07517.
- საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი GNSF/ST-06/4-18, (2006).

ა.ხვედელიძე

- UK Research Fellow grant, Particle Physics and Astronomy Research Council (PPARC), 2003-2006;
- JINR-Bulgaria Collaborative grants, 2011, 2012, 2013;
- Russian Federation Basic Research (RFBR) Grant 2007-2010, 2011-2012;
- Research grant by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation, 2006-2009, 2010-2013;

გ. ლავრელაშვილი

-SCOPES Grant No 128040, 12/1/2009 - 11/30/2012,"Testing fundamental physics with cosmology"

-GNSF/ST08/4-422, March 2009 - February 2012, „Cosmological signatures of parity symmetry breaking in the Early Universe“

-INTAS Grant #06-1000017-9258, February 2007 - January 2009, „Testing space-time symmetry breaking in the early universe with the Cosmic Microwave Background and with sources of high frequency radiation“

-GRDF Award #3316, April 2003 - March, 2005, „Mass Constraints from Gravitational Lensing“

ბ. მაღრაძე

- შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის სახელმწიფო სამეცნიერო გრანტი #11/31
- საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი GNSF/ST068/4-400
- Georgian Research and Development Foundation (GRDF), Award No GEP2-3329-TB-03
- Grant of Georgian Academy of Sciences 2003-2004

ზ.კაკუშაძე

- 09/2001-09/2003, Alfred P. Sloan Fellowship (US$20,000 per annum).
- 08/2000-08/2002, USA National Science Foundation Grant PHY-0071400 (US$45,000 per annum);

Title: "String Theory and Brane World"; Principal Investigator: Z. Kakushadze.

ა.კვინიხიძე

-2005 (IX-XI): Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) გერმანიის გრანტი

-2006 (IX-XI): DFG; 2007 (IX-XI): DFG;
-2004-2006: საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი GNSF/ST068/4-400
-2005-2007: Georgian Research and Development Foundation (GRDF), Award No GEP2-3329-TB-03
-2012-2015: შოთა რუსთაველის ესფ სახელმწიფო სამეცნიერო გრანტი #11/31

ვ.გოგოხია

- 2005-2008 HAS-JINR
- 2006-2009 Hungarian National Fund OTKA NK62044
- 2009-2012 Hungarian National Fund OTKA 77816

ვ.გოგოხია, ა.შურღაია

- 2012-2015 Hungarian National Fund OTKA 31520

გ.ჯორჯაძე

-2003–2004, გრანტი ევროკავშირიდან INTAS, გრანტის ნომერი: 00-00561.
პროექტის სათაური: Integrability in Statistical Physics and Quantum Field Theories.
პროექტის ხელმძღვანელი საქართველოს მხრიდან.
-2004–2006, მოკლევადიანი ინდივიდუალური გერმანული გრანტი DFG (წელიწადში 3 თვე),
სამუშაო ადგილი: ბერლინის ჰუმბოლტის უნივერსიტეტი
თემატიკა: AdS/CFT Correspondence.
-2005–2006, გრანტი აშშ–დან: GRDF, გრანტის ნომერი: GEP1-3327-TB-03,
პროექტის სათაური: Quantization of the coset *SL(2,R)* WZNW theories.
პროექტის ხელმძღვანელი საქართველოს მხრიდან.
-2007–2009, ხელშეკრულებით მუშაობდა ბერლინის ჰუმბოლტის უნივერსიტეტში.
სამეცნიერო კვლევა ძირითადად ფინანსირდებოდა გერმანული გრანტით DFG.
თემატიკა: AdS/CFT Correspondence
-2010–2013, გერმანული გრანტი: VWStiftung. გრანტის ნომერი: I/84 600
პროექტის სათაური: String surfaces and integrable structures in the AdS/CFT correspondence.
პროექტის ხელმძღვანელი საქართველოს მხრიდან.

ახალგაზრდებთან მუშაობა

1. ინსტიტუტის თანამშრომელთა მოწაფეების მიერ უცხოეთის უნივერსიტეტებში დაცული დისერტაციები

ზ.კაკუშაძეს ხელმძღვანელობით YITP (Stony Boork)-ში ო.კორადინიმ, ა.იგლესიასმა და პ.ლანგფელდერმა დაიცვეს Ph.D.

2. ინსტიტუტის თანამრომელთა მოწაფეების ჩარიცხვა უცხოეთის უნივერსიტეტების სხვადასხვა პოგრამებზე

თსუ ს სტუდენტმა ნინო კევლიშვილმა 2004 წელს დაიცვა სადიპლომო ნაშრომო გიორგი ლავრელაშვილის ხელმძღვანელობით და მისი რეკომენდაციით ჩაირიცხა ასპირანტურაში გერმანიში, დორტმუნდის უნივერსიტეტში პროფ. ი.ბააკესთან.

3. დოქტორანტების (თანა)ხელმძღვანელობა ინსტიტუტის თანამშრომლების მიერ საქართველოს სხვადასხვა უნივესიტეტებში

გ.ჯორჯაძე:

ზევით აღნიშნულ გერმანული გრანტით (VWStiftung , 2010–2013) დაფინანსებულ პროექტში, საქართველოს მხრიდან, გ. ჯორჯაძის გარდა მონაწილეობდა ორი ახალგაზრდა მეცნიერი: ზურაბ კეპულაძე და ლუკა მეგრელიძე (ილიას სახ. უნივერსიტეტი). გ. ჯორჯაძე ხელმძღვანელობას უწევდა მათ მუშაობას პროექტის ფარგლებში და შესრულდა რამოდენიმე საერთო ნაშრომი.

გ. ჯორჯაძის ხელმძღვანელობით ლ. მეგრელიძემ 2011 წელს წარმატებით დაიცვა სადიპლომო ნაშრომი. გ. ჯორჯაძე ასევე ხელმძღვანელობდა ლ. მეგრელიძის მუშაობას ერთწლიან პროექტში:
Integrability aspects in quantized fields and string theory in the context of the AdS/CFT correspondence, რომელიც ფინანსირდებოდა იტალიური გრანტით WFS.

ბოლო წლების მანძილზე, ბერლინის ჰუმბოლტის უნივერსიტეტში, გ. ჯორჯაძის ხელმძღვანელობით შესრულდა ერთი საბაკალავრო და ორი სამაგისტრო ნაშრომი.

გასულ წელს გერმანიაში ვიზიტების დროს იგი მუშაობს ჰუმბოლტის უნივერსიტეტის და პოტსდამის მაქს პლანკის ინსტიტუტის დოქტორანტებთან. ეს მუშაობა ეხლაც გრძელდება.

თბილისი თავისუფალ უნივერსიტეტში, სადაც არიან კარგად მომზადებული სტუდენტები, გ. ჯორჯაძეს, ლექციების პარალელურად, მიჰყავს სასწავლო–სამეცნიერო სემინარი, რომელიც მიზნად ისახავს სტუდენტების ჩართვას სამეცნიერო საქმიანობაში.

თემა 9: მარტინგალური მეთოდების გამოყენება სტოქასტურ ფინანსთა თეორიაში, ასიმპტოტურ სტატისტიკასა და ოპტიმალურ მართვაში. ზღვარითი თეორემები და წინმსწრები სტოქასტური ანალიზი

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის განყოფილება

მკვლევართა ჯგუფი: მიხეილ მანია (ჯგუფის ხელმძღვანელი), თეიმურაზ ტორონჯაძე, ნანული ლაზრიევა, ომარ ფურთუხია, თენგიზ შერვაშიძე.

თემის მოკლე აღწერა:

ოპტიმალური ინვესტირების და ჰეჯირების შეცდომის მინიმიზაციის ამოცანები თანა-მედროვე ფინანსური მათემატიკის საბაზისო ოპტიმიზაციის ამოცანებს წარმოადგენს. მათი ამოხსნა მჭიდროდ არის დაკავშირებული ფინანსური ვალდებულებების ფასდადებასთან და ამ საკითხების შესწავლას უამრავი გამოკვლევა ეძღვნება. პრაქტიკული გამოყენებების თვალსაზრისით, არსებითია ამ ამოცანების გადაწყვეტა შეზღუდული ინფორმაციისა და მოდელის განუზღვრელობის პირობებში. ჩვენ ყურადღებას გავამახვილებთ ორ მნიშვნელოვან შემთხვევაზე: 1) როდესაც დაკვირვებადი ნაკადი არ შეიცავს სრულ ინფორმაციას საბაზისო აქტივების ფასებზე და 2) როდესაც საბაზისო აქტივების საშუალო ამონაგებისა და ვოლატილობის მხოლოდ დასაშვები მნიშვნელობებია ცნობილი; რომლებიც სამეცნიერო ლიტერატურაში თითქმის არ არის შესწავლილი და ამ ამოცანების გადაჭრა პრინციპულ სიძნელებთანაა დაკავშირებული.

ოპტიმალური სტრატეგიების ასაგებად ჩვენ აგრეთვე გამოვიყენებთ წინმსწრები სტოქასტური ანალიზის მეთოდებს, რომლის მთავარ ინსტრუმენტს (სკოროხოდის ინტეგრების ოპერატორთან ერთად) სტოქასტური გაწარმოების ოპერატორი წარმოადგენს. ის ასევე მნიშვნელოვან როლს თამაშობს მარტინგალური წარმოდგენის თეორემებში და თანამედროვე სტოქასტურ ფინმანსურ მათემატიკაში. ჩვენი მიზანია გამოვიკვლიოთ სტოქასტური გაწარმოების ოპერატორის ახალი თვისებები, აღმოვაჩინოთ ჯერადი სტოქასტური ინტეგრალის დეტერმინისტული გულების პოვნის მექანიზმი და სტოქასტური წარმოებული ჩავანაცვლოთ სხვა გამოსახულებებით, როცა ის არ არსებობს. კერძოდ, სტოქასტურად არაგლუვი ვინერისა და პუასონის ფუნქციონალებისათვის დავადგინოთ მარტინგალური წარმოდგენის თეორემებში მონაწილე ინტეგრანდები ცხადი სახით და სტოქასტურად არაგლუვი გადასახადის ფუნქციები-სათვის ვიპოვოთ მაჰეჯირებელი სტრატეგიები, გამოვიკვლიოთ იტოს ანტისიპატიური სტოქასტური დიფერენციალური განტოლება.

ჩვენ აგრეთვე შევისწავლით რობასტული ჰეჯირების შესაბამის მინიმაქსურ ოპტიმიზაციის ამოცანებს, გამოვიკვლევთ ოპტიმალური სტრატეგიების არსებობის პირობებს და უცნობი პარამეტრის შეფასებების ასიმპტოტურ ყოფაქცევას.

ჩვენ ერთ-ერთ ძირითად ამოცანას ამ პრობლემების სტატისტიკური და გამოთვლითი ასპექტების შესწავლაც წარმოადგენს. მნიშვნელოვანი ყურადღება დაეთმობა რობასტული და რეკურსიული შეფასებების აგებას ზოგადი სემიმარტინგალური მოდელებისათვის.

კვლევათა პრობლემატიკა

1. ოპტიმალური ინვესტირებისა და ჰეჯირების ამოცანის შესაბამისი ფასის ფუნქციის ანალიტიკური თვისებების შესწავლა ზოგადი მიზნობრივი ფუნქციისთვის.
2. ოპტიმალური ინვესტირებისა და ჰეჯირების ამოცანის შესაბამისი ფასის ფუნქციისთვის შექცეული სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების გამოყვანა და ამ განტოლების ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის პირობების შესწავლა.
3. სარგებლიანობის მაქსიზირებისა და ჰეჯირების ამოცანები შეზღუდული ინფორმაციისა და მოდელის განუზღვრელობის პირობებში
4. სემიმარტინგალური სტატისტიკური მოდელებისთვის მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის რეკურსიული და რობასტული შეფასების ამოცანის შესწავლა
5. რობასტული ჰეჯირების ამოცანის შესწავლა დიფუზიური სტოქასტური ვოლატილობის მდეებსათვის, რომელიც შეიცავს როგორც განუსაზღვრელი ვოლატილობის, ისე განუსაზღვრელი გადატანის კოეფიციენტის შემთხვევებს.
6. რობინს–მონროს ტიპის მრავალგანზომილებიანი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის ასიმპტოტური თვისებების კვლევა
7. ვინერის სტოქასტურად არაგლუვი ფუნქციონალების კლასის აღწერა, რომლისთვისაც შესაძლებელია ოკონე–ჰაუსმან–კლარკის ტიპის წარმოდგენის მიღება.
8. კომპენსირებული პუასონის პროცესით მართული იტოს ტიპის ანტისიპატიური სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების შესწავლა
9. ინტეგრალური ტიპის ზოგიერთი ევროპულ ოფციონის ჰეჯირების ამოცანების შესწავლა.
10. დამოუკიდებელი და სუსტად დამოკიდებული შემთხვევითი სიდიდეების ორი მიმდევრობის შედარება არაკლასიკურ დასმაში ვარიაციული მანძილის მიხედვით. ცენტრალური ზღვარითი თეორემა მიმდევრობითი მრავალჯერადი ინვესტიციებისათვის მარკოვულ შემთხვევით გარემოში.

მ. მანია (ოპტიმალური ინვესტირებისა და ჰეჯირების ამოცანის ფასის ფუნქციისა და ოპტიმალური სტრატეგიების დახასიათება სრული და შეზღუდული ინფორმაციის პირობებში)

ჩვენ შევისწავლით ოპტიმალური ინვესტირების ამოცანის შესაბამისი ფასის ფუნქციის რეგულარობის თვისებებს. ამ თვისებების შესწავლა საშუალებას მოგვცემს ვაჩვენოთ, რომ ფასის ფუნქცია გარკვეულ შექცეულ სტოქასტურ კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებას აკმაყოფილებს, ხოლო ამ განტოლების ამონახსნის გამოყენებით შესაძლებელია ოპტიმალური სტრატეგიების კონსტრუქციული გზით მოცემა. ჩვენ შევისწავლით ამ ამოცანებს როგორც სრული, ისე არასრული ინფორმაციული ნაკადის პირობებში.

1. სრული ინფორმაციული ნაკადის შემთხვევა.

ოპტიმალური ინვესტირების ამოცანა პირველად შეისწავლა მერტონმა (1973) კლასიკური ბლეკ-შოულსის მოდელისთვის და სტანდარტული სარგებლიანობის ფუნქციებისთვის. პლისკამ (1986), კოქსმა და ჰუანგმა (1989) და კარატზასმა (1987) დაამტკიცეს, რომ სრული ფინანსური ბაზრებისთვის ოპტიმალური სტრატეგია მხოლოდ მუდმივით მამრავლით განსხვავდება მარტინგალური ზომის სიმკვრივისგან, რომელიც ერთადერთია სრული ბაზრის შემთხვევაში. ჰიმ და პირსონმა (1991) და ისევ კარატზასმა (1991) აჩვენეს, რომ იტოს პროცესებით აღწერილ არასრული ბაზრის შემთხვევაში ეს მიდგომა გვაძლევს ოპტიმალური სტრატეგიის დუალურ

დახასიათებას მარტინგალური ზომების საშუალებით. კრამკოვისა და შახერმაიერის მიერ ეს მიდგომა განზოგადებულ იქნა ზოგადი სემიმარტინგალური მოდელებისთვის და ზოგადი მიზნობრივი ფუნქციებისთვის, დუალური ამოცანის განსაზღვრის არის გაფართოვებით.

ეს მიდგომები ძირითადად გვაძლევს საბაზისო ამოცანის დუალურ ამოცანაზე დაყვანის შესაძლებლობას. მაგრამ დუალური ამოცანა, რომელიც შესაფერისი მარტინგალური ზომის პოვნაში მდგომარეობს, არასრული ფინანსური ბაზრებისთვის თავისთავად საკმაოდ რთულ ამოცანას წარმოადგენს და მისი კონსტრუქციული ამოხსნა მხოლოდ ძალიან კერძო შემთვევებშია ცნობილი.

მ. მანიამ და რ. თევზაძემ გამოიყვანეს შექცეული სტოქასტური კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლება (რომელიც სტოქასტური ბელმანის განტოლების როლს თამაშობს) პირდაპირ საბაზისო (პირველადი) ოპტიმიზაციის ამოცანისთვის და აჩვენეს, რომ დინამიური პროგრამირების მეთოდის გამოყენება უშუალოდ პირველადი ამოცანისთვის ბევრ შემთხვევაში უკეთეს შედეგს გვაძლევს, საყოველთაოდ მიღებულ დუალურ მეთოდთან შედარებით.

კვლევის სიახლე და აქტუალობა.

განტოლება, რომელიც მანიამ და თევზაძემ (2003) ამ ამოცანის ფასის პროცესისთვის გამოიყვანეს, წარმოადგენს ჩვეულებრივ შექცეულ სტოქასტურ განტოლებას სტანდარტული (ექსპონენციალური, ხარისხოვანი და ლოგარითმული) სარგებლიანობის ფუნქციების შემთხვევაში, ხოლო ზოგადი სარგებლიანობის ფუნქციისთვის ფასის პროცესი აკმაყოფილებს შექცეულ სტოქასტურ კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებას. Mმანიასა და თევზაძის (2003) მიერ დამტკიცებული დებულება ვერიფიკაციის თეორემაა, რადგან პირობები პირდაპირ ფასის ფუნქციას და არა საბაზისო ობიექტებს (სარგებლიანობის ფუნქციას და მოდელის მახასიათებლებს) ედება. Aამიტომ, ჩვენ არ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ამ განტოლების ამონახსნი არსებობს, (თუმცა სტანდარტული სარგებლიანობის შემთხვევაში აღნიშნული თეორემის ყველა პირობა სრულდება და შესაბამისი შექცეული სტოქასტური განტოლების ამონახსნის არსებობა ამ დებულებიდან გამომდინარეობს). ერთ-ერთი ჩვენი ამოცანაა გამოვიყვანოთ ფასის ფუნქციის დიფერენცირებადობის თვისებები (საკმარისი იტო-ვენცელის ფორმულის გამოყენებისთვის) საბაზისო ობიექტებზე დადებული პირობებზე დაყრდნობით იმისათვის, რომ ვაჩვენოთ, რომ ფასის ფუნქცია ზემოხსენებულ შექცეულ სტოქასტურ კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებას აკმაყოფილებს და ამ გზით დავამტკიცოთ ამ განტოლებისთვის ამონახსნის არსებობა.

ამ განტოლების ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის პირობების შესწავლა აქტუალურია, რადგან მისი ამონახსნის საშუალებით ხერხდება ოპტიმალური სტრატეგიების აგება და ამ განტოლების ამონახსნის არსებობა ამ ტიპის განტოლებების თეორიის არსებული შედეგებიდან არ გამომდინარეობს.

ამ მიმართულებით მოსალოდნელია შემდეგი შედეგის მიღება:

თუ მიზნობრივი ფუნქცია ორჯერ უწყვეტად დიფერენცირებადია და საბაზისო აქციის ფასი აკმაყოფილებს სტრუქტურულ პირობას, მაშინ ოპტიმალური ინვესტირებისა და ჰეჯირების ამოცანის შესაბამისი ფასის ფუნქციაც იქნება ორჯერ უწყვეტად დიფერენცირებადი და მისი პირველი წარმოებული წარმოადგენს სემიმარტინგალს, რომლის სასრული ვარიაციის ნაწილი აბსოლუტურად უწყვეტია განტოლების მამოძრავებელი მარტინგალის მახასიათებლის მიმართ.

ფასის პროცესის აღნიშნული თვისებები საკმარისია იტო-ვენცელის ფორმულის გამოსაყენებლად, საიდანაც მივიღებთ, რომ ოპტიმალური ინვესტირებისა და ჰეჯირების ამოცანის შესაბამისი ფასის ფუნქცია წარმოადგენს შექცეული სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ერთადერთ ამონახსნს და ოპტიმალური კაპიტალის პროცესი პირდაპირი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ამონახსნით მოიცემა.

2. ნაწილობრივ დაკვირვებადი შემთხვევა.

ჩვენი ერთ-ერთი მიზანია ინვესტირებისა და ჰეჯირების ამოცანების შესწავლა შეზღუდული ინფორმაციის პირობებში.

ფინანსურ ვალდებულებათა ფასდადებისა და ჰეჯირების ამოცანაში ჩვეულებრივ უშვებენ რომ ოპტიმალური სტრატეგიების აგებისას შესაძლებელია ბაზარზე არსებული მთელი ინფორმაციის გამოყენება. თუმცა, როგორც წესი, ინვესტორს მხოლოდ შეზღუდული ინფორმაცია მიეწოდება. მაგალითად, ინვესტორი შეიძლება სრულად აკვირდებოდეს აქტივთა ფასებს, მაგრამ ამ აქტივთა საშუალო ამონაგები დამოკიდებული იყოს დაუკვირვებად ფაქტორებზე, შეიძლება აქციის ფასებზე დაკვირვებები გვქონდეს მხოლოდ დროის დისკრეტულ მომენტებში, ან მონაცემები მივიღოთ გარკვეული დაგვიანებით. შესაძლებელია აგრეთვე, რომ ინვესტორს სურდეს არადაკვირვებად აქტივზე დამოკიდებული ფინანსური ვალდებულების ჰეჯირება და ჰქონდეს შესაძლებლობა დააკვირდეს მხოლოდ ძირითად აქტივთან კორელირებულ სხვა აქტივთა ფასებს. ასეთ შემთხვევებში, ინვესტორი იძულებულია მიიღოს გადაწყვეტილება ნაწილობრივ ინფორმაციაზე დაყრდნობით.

საშუალო კვადრატული ჰეჯირების ამოცანა არასრული ინფორმაციის პირობებში პირველად შეისწავლეს დი მაზიმ, პლატენმა და რუნგალდიერმა (1995), იმ შემთხვევაში როდესაც აქციის ფასის პროცესი მარტინგალია, ხოლო ფასებზე დაკვირვება ხდება მხოლოდ დროის დისკრეტულ მომენტებში. ზოგადი ფილტრაციის შემთხვევაში, როდესაც ფასის პროცესი ისევ მარტინგალია, ეს ამოცანა გადაწყვიტა შვეიცერმა (1996) ჭვრეტადი პროექციის თეორემის გამოყენებით. ფამმა (2001) განიხილა ზოგადი სემიმარტინგალური მოდელი იმ დაშვებით, რომ დაკვირვებადი ნაკადი შეიცავს სრულ ინფორმაციას საბაზისო აქტივის ფასებზე. M შევნიშნოთ, რომ ეს უკანასკნელი პირობა არ სრულდება იმ ბუნებრივ შემთხვევებში, როდესაც აქტივის ფასებზე ინფორმაცია დაგვიანებით მიიღება, ან როდესაც გვაქვს ფასებზე ინფორმაცია მხოლოდ დროის დისკრეტულ მომენტებში. მ. მანიამ, რ. თევზაძემ და თ. ტორონჯაძემ (2008) ამოხსნეს ეს ამოცანა იმ შემთხვევაში, როდესაც დაკვირვებადი ნაკადი სრულ ინფორმაციას არც საბაზისო აქტივების ფასებს შეიცავს და როდესაც საბაზისო აქტივის ფასები უწყვეტი სემიმარტინგალებით აღიწერება. ამავე კონტექსტში სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ამოცანა შესწავლილია მ. მანიასა და მ. სანტაკროჩეს (2010) ნაშრომში ეხპონენციალური მიზრობრივი ფუნქციისთვის.

კვლევის სიახლე და აქტუალობა

კვლევის ერთ-ერთ ძირითად სიახლეს წარმოადგენს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისა და ჰეჯირების ამოცანის გამოკვლევა იმ შემთხვევებში, როდესაც დაკვირვებადი ნაკადი არ შეიცავს საბაზისო აქტივების ფასებზე სრულ ინფორმაციას და საბაზისო აქტივების ფასები მარჯვნიდან უწყვეტი სემიმარტინგალებით აღიწერება. Aამოცანის ამ პირობებში შესწავლა აქტუალურია, რადგან ის მოიცავს როგორც დისკრეტულ, ისე დაგვიანებული დაკვირვებების შემთხვევებს. ჩვენ შევისწავლით აგრეთვე ნაწილობრივი ინფორმაციის საკმარისობის პირობებს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ამოცანაში. მოვიყვანთ საკმარის (და აუცილებელ) პირობებს, რომელიც უზრუნველყოფს მოცემული ნაკადის საკმარისობას. ჩვენი კვლევის ერთ-ერთი მიზანია შევისწავლოთ სარგებლიანობის მაქსიმიზირების ამოცანა ოპერაციული დანახარჯების გათვალისწინებით. ჩვენ გამოვიყვანთ არეკლილ შექცეული სტოქასტურ განტოლებას ამ ამოცანის ფასის პროცესისთვის და შევეცდებით დავახასიათოთ უმოქმედობის არის საზღვრები.

თემასთან დაკავშირებულია შემდეგი ნაშრომები:

[1] **M. Mania**, A general problem of an optimal equivalent change of measure and contingent claim pricing in an incomplete market, Stochastic Processes and their Applications, Vol. 90, No. 1, (2000), pp. 19-42.

[2] **M. Mania,** M. Santacrce and R. Tevzadze, A semimartingale BSDE related to the minimal entropy martingale measure, Finance and Stochastics, Vol. 7, No. 3, (2003), pp. 385-402

[3] **M. Mania** and R. Tevzadze, Backward Stochastic PDE and Imperfect Hedging, Journal of Theoretical and Applied Finance, Vol. 6, No. 7, (2003), pp. 663-692

[4] **M. Mania** and R. Tevzadze, A semimartingale Bellman equation and the variance-optimal martingale measure under general information flow, SIAM Journal on Control and Optimization, 42 (2003), pp. 1703-1726

[5] **M. Mania** and M. Schweizer, Dynamic exponential indifference valuation, Annals of Applied Probability, Vol. 15, N. 3, (2005), pp.2113-2143
[6] **M. Mania** and R. Tevzadze, Martingale equation of exponential type, Electronic communication in probability, Vol. 11,(2006), pp. 206-216
[7] **M. Mania** and R. Tevzadze, Backward stochastic partial differential equations related to utility maximization and hedging, Journal of Mathematical Sciences, Vol. 153, No. 3, 2008, pp. 292-376
[8] **M. Mania**, R. Tevzadze and **T. Toronjadze,** Mean-variance Hedging Under Partial Information, SIAM Journal on Control and Optimization, Vol. 47, N. 5, (2008) , pp. 2381-2409
[9] **M. Mania**, R. Tevzadze and **T. Toronjadze** , L^2-approximating pricing under restricted information, "Applied Mathematics and Optimization", Vol. 60, N. 1, (2009), pp. 39-70
[10] **M. Mania** and R. Tevzadze, Backward stochastic PDEs related to utility maximization problem, Georgian Mathematical Journal, Vol. 17, N 4, (2010) , pp. 705- 741
[11] **M. Mania** and M. Santacroce, Exponential hedging under partial information, "Finance and Stochastics", Vol. 14, N. 3, (2010), pp. 419-448
[12] M. Jeanblanc , **M. Mania**, M. Santacroce and M. Schweizer, Mean-variance hedging via stochastic control and BSDEs for general semimartingales, Annals of Applied Probability, Vol. 22, No. 6, (2012), pp. 2388-2428

ნ. ლაზრიევა და თ. ტორონჯაძე (სტატისტიკური მოდელებისთვის მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის რობასტული და რეკურსიული შეფასებები, რობასტული ჰეჯირების პრობლემა)

შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკის ერთერთი მნიშვნელოვანი მიმართულებაა ზოგად სტატისტიკურ მოდელებში შემავალი სასრულგანზომილებიანი პარამეტრის შეფასების ასიმპტოტური თეორია. წინა საუკუნის სამოცდაათიანი წლებიდან ამ მიმართულებით ინტენსიურად მუშაობდნენ ისეთი ცნობილი მეცნიერები, როგორებიცაა ე. იბრაგიმოვი, მ. ნეველსონი, რ.ხასმინსკი, ჟ. ჟაკო, ჯ. ველნერი, პ.ხიუბერი ა,შირიაევი, რ ლიპცერი ა.ალბერტი , ჰ.გარდნერი და სხვები. ოთხმოციანი წლებიდან მოყოლებული დღემდე ამ მიმართულებით კვლევა ინტენსიურად მიმდინარეობს და მომავალშიც გაგრძელდება ინსტიტუტის ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის განყოფილების თანამშრომელთა ერთი ჯგუფის მიერ (იხ. შესაბამისი პუბლიკაციები).

გამოკვლეული იქნება ზოგადი სტატისტიკური მოდელებისათვის სხვადასხვა ტიპის შეფასებების აგების მეთოდები, მათი ასიმპტოტური თვისებები, შეფასებათა რობასტულობის საკითხები მოდელის შეშფოთების პირობებში.

რობასტულობის კონცეფცია განაწილების უცნობი პარამეტრის სტატისტიკური შეფასების კონტექსტში დამოუკიდებელი ერთნაირი განაწილების მქონე დაკვირვებების შემთხვევაში პირველად პ. ჰიუბერის მიერ იყო გამოყენებული. ამ მიდგომის აზრი შემდეგია: ვთქვათ საჭიროა სიმეტრიული განაწილების საშუალოს შეფასება. თუ შეფასება ემყარება 'სუფთა' დაკვირვებას, მაშინ ეფექტური შეფასება არის შერჩევითი საშუალო. Mმაგრამ, თუ დაკვირვება 'გამრუდებულია' გარეგანი ფაქტორების ზემოქმედებით, მაშინ ვითარება რადიკალურად განსხვავებულია. Hჰუბერმა შემოიყვანა ე.წ. ერთიანი ცდომილების მოდელი (ნამდვილი განაწილების მიდამო) და აჩვენა, რომ ოპტიმალური განაწილება არის მაქსიმალური დასაჯერებლობის შეფასება აგებული ე.წ. ყველაზე ნაკლებად მისაღები განაწილებისთვის. ჩვენს მიერ განზოგადოებული იყო ჰიუბერის მიდგომა ზოგადი სტატისტიკური მოდელებისათვის ერთგანზომილებიანი პარამეტრის შეფასების ამოცანაში.შემდგომი კვლევის მიზანს წარმოადგენს მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის რობასტული შეფასება და სხვადასხვა კონკრეტული სქემების განხილვა.

როგორც კარგადაა ცნობილი პარამეტრის შეფასებისას საჭიროა ე.წ. შემფასებელი სტოქასტური განტოლების ამოხსნა, რაც თავისთავად საკმაოდ რთულ ამოცანას წარმოადგენს, ამას ემატება ისიც რომ ყოველი ახალი დაკვირვების გამოჩენისას აუცილებელი ხდება ხსენებული განტოლების ხელახლა ამოხსნა. ამ სირთულის თავიდან აცილების შესაძლებლობას იძლევა პარამეტრის შეფასების ისეთი რეკურსიული პროცედურის შემუშავება, რომელსაც იგივე ასიმპტოტური თვისებები ექნება, რაც განტოლების ამოხსნით მიღებულ შეფასებას. ასეთი პროცედურების აგების ზოგადი მეთოდი სემიმარტინგალური სტატისტიკური მოდელებისათვის შემუშავებული იყო განყოფილების თანამშრომლების რ,ჩიტაშვილის, ნ

.ლაზრიევასა და თ .ტორონჯაძის მიერ. მათ მიერვე გამოკვლეული იყო რეკურსიული პროცედურების ასიმპტოტური თვისებები ერთგანზომილებიანი პრამეტრის შემთხვევაში. მეტად მნიშვნელოვანია მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის შემთხვევის განხილვაც. რაც შემგომი კვლევის მიზანია.

შემდგომი კვლევის მიზანს აგრეთვე წარმოადგენს რობინს–მონროს ტიპის მრავალგანზომილებიანი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის ისეთი ასიმპტოტური თვისებების კვლევა, როგორებიცაა კრებადობა, კრებადობის სიჩქარე, ასიმპტოტური განაწილების დახასიათება, პოლიაკის გასაშუალებული პროცედურების ყოფაქცევა. რობინს–მონროს ტიპის ერთგანზომილებიანი განტოლება შემოღებული და შესწავლილი იყო ნ.ლაზრიევასა და თ. ტორონჯაძის მიერ. ეს განტოლება იმითაა საინტერესო, რომ ის ერთდროულად მოიცავს რობინს–მონროს სტოქასტური აპროქსიმაციისა და რეკურსიული შეფასების პროცედურებს და მათი ერთიანი მიდგომით შესწავლის შესაძლებლობას იძლევა. შეფასების თეორიის ენაზე ამონახსნის კრებადობა ნიშნავს რეკურსიული შეფასების ძალმოსილებას, ხოლო ამონახნის ასიმპტოტური განაწილება იძლევა შეფასების განაწილებას. სტოქასტური აპროქსიმაციის ენაზე კი კრებადობა ნიშნავს ფუნქციის უცნობი ფესვისაკენ კრებადობას იმ პირობებში, როდესაც მოცემულ წერტილში ფუნქციის მნიშვნელობაზე დაკვირვება შესაძლებელია მხოლოდ ხმაურით. პოლიაკის გასაშუალების პროცედურის გამოყენება ხშირ შემთხვევაში ზრდის კრებადობის სიჩქარეს, რაც გამოთვლითი თვალსაზრისით მეტად მნიშვნელოვანია. ამდენად აღნიშნული კვლევა საკმაოდ აქტუალურია.

რობასტული ჰეჯირების ამოცანის გადაწყვეტისას მართვის თეორიის მიდგომისაგან განსხვავებით ჩვენ გამოვიყენებთ ე.წ. რობასტული სტატისტიკის მიდგომას. ჩვენ განვიხილავთ სტოქასტური ვოლატილობის მრავალგანზომილებიან მოდელს,რომელშიც ლატენტური სტოქასტური ვოლატილობის პროცესი წარმოადგენს დიფუზიურ პროცესს „მცირე“ ხმაურით,რომლის გადატანის კოეფიციენტი შეიცავს მრავალგანზომილებიან უცნობ პარამეტრს. ეს მოდელი ანალოგიურია რენალტის და ტოუზის მიერ შემოთავაზებული მოდელისა. განსხვავება მხოლოდ ისაა, რომ ჩვენს მიერ განიხილება მცირე დიფუზიის შემთხვევა, რომელიც დაკავშირებულია იმ დაშვებასთან, რომ თავად ვოლატილობის პროცესის ვოლატილობა მცირეა. ეს დაშვება საშუალებას გვაძლევს გამოვიყენოთ მოკლე აღსრულების ვადის მქონე ოფციონების ფასები ვოლატილობის პროცესის ფილტრაციისა და პარამეტრის შეფასების მიზნებისათვის.ცნობილია,რომ ვოლატილობის პროცესი არადაკვირვებადია,რაც ართულებს პარამეტრის შეფასების პრობლემას და მოითხოვს პროცესების სტატისტიკის თითქმის სრული არსენალის (ფილტრაცია, პარამეტრის რობასტული შეფასება, ზღვარითი თეორემები და ა.შ.) გამოყენებას. ჩვენ განვიხილავთ საშუალო–კვადრატული აზრით ჰეჯირების ამოცანას,სადაც ოპტიმალური სტრატეგიის აგება ითხოვს ვოლატილობის პროცესის მოდელის ზუსტ ცოდნას და ამგვარად აუცილებელი ხდება ამ მოდელში შემავალი უცნობი პარამეტრის შეფასება,რაც ჩვენი შემდგომი კვლევის ამოცანას წარმოადგენს.

მრავალი პრაქტიკული ამოცანის გადაწყვეტისას ტიპიურია სიტუაცია,როდესაც სტატისტიკურ მოდელში შემავალი მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის მხოლოდ ერთი ნაწილის შეფასება წარმოადგეს ინტერესს,დარჩენილი ნაწილი კი ითვლება ხელშემშლელად. ამ შემთხვევაში აქტუალურია პარამეტრის შფასების ამოცანა ხელშემშლელი პარამეტრის არსებობის პირობებში.ნ.ლაზრიევასა და თ ტორონჯაძის მიერ შემუშავებული იყო პირდაპირი და ირიბი პროექტირების მეთოდი ერთგანზომოილებიანი ხელშემშლელი პარამეტრის შემთხვევაში. საინტერესოა ამ მეთოდის განზოგადოება მრავალგანზომილებიან შემთხვევაშიც.

თემასთან დაკავშირებულია შემდეგი ნაშრომები:

[1] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Joint asymptotic distribution of the maximum likelihood estimator and *M*-estimator. *Probability theory and mathematical statistics (Kyoto, 1986),* 259-266, *Lecture Notes in Math.*, 1299, *Springer, Berlin,* 1988.

[2] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Itô-Ventzel's formula for semimartingales, asymptotic properties of MLE and recursive estimation. *Lecture Notes in Control and Information Sci.,* 96, 346-355. *Springer-Verlag, Berlin,* 1987.

[3] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Asymptotic properties of an *M*-estimate in a general statistical experiment scheme. (Russian) *Statistics and control of random processes (Russian) (Preila, 1987),* 105-112, *"Nauka", Moscow,* 1989.

[4] R. Chitashvili, **N. Lazrieva and Toronjadze,** Asymptotic theory of *M*-estimators in general statistical models, *Centre for Mathematics and Computer Sciences, Amsterdam, Netherlands,* 1990, Report BS-R9019, 1-31.

[5] R. Chitashvili, **N. Lazrieva and Toronjadze,** Asymptotic theory of *M*-estimators in general statistical models. On asymptotic behaviour of estimators in the presence of nuisance parameters *Centre for Mathematics and Computer Sciences, Amsterdam, Netherlands,* 1990, Report BS-R9020, 1-31.

[6] **N. Lazrieva and Toronjadze**, On stable *M*-estimators in the partial likelihood scheme *New trends in probability and statistics, Vol. 1 (Bakuriani, 1990),* 567-596, *VSP, Utrecht,* 1991.

[7] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Robust estimators in statistical models with filtration. Shrinking neighbourhoods *Seminarberichte, FachbereichMathematik, Fernuniversität, Hagen, Germany* **48** (1994), 50-68.

[8] **N. Lazrieva,** T. Sharia **and Toronjadze**, The Robbins-Monro type stochastic differential equations, I. Convergence of solutions. *Stochastics Stochastics Rep.***61** (1997), No. 1+2, 67-89.

[9] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Robust estimators in discrete time statistical models. Contiguous alternatives , *Proc. A. Razmadze Math. Inst.***115** (1997), 59-96.

[10] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Influence functionals for discrete time statistical models. Weakly contiguous alternatives, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.***115** (1997), 97-120.

[11] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Robust estimators in statistical models associated with semimartingales, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.***118** (1998), 73-100.

[12] **N. Lazrieva and Toronjadze,** The Robbins-Monro type SDE and recursive estimation. *Probability Theory and Mathematical Statistics. Proceedings of the* 7*th International Vilnius Conference*, (*ed. B.Grigelionis, et al.*) *Vilnius, Lithuania, August,* 12-18, 1998. *TEV, Vilnius,* 415-428 (1999).

[13] **N. Lazrieva, M. Mania**, G.Mirzashvili, O. Glonti, **T. Toronjadze** and L.Jamburia, Qualitative methods of financial analysis (in Georgian), *Pirveli Stamba, Tbilisi*, 1999, 695 pp.

[14] **N. Lazrieva and Toronjadze,** The semimartingale statistical models and robust estimation. *Proc. of* 4*th Iranian International Statistical Conference* **1**(1999), 261-303.

[15] **N. Lazrieva and Toronjadze,** The Polyak weighted averaging procedure for Robbins-Monro type SDE, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.***124** (2000), 115-130.

[16] **T. Toronjadze**, Optimal mean-variance robust hedging under asset price model misspecification. *Georgian Math. J.***8** (2001), No. 1, 189-199.

[17] **T. Toronjadze**, Stochastic equations in the problems of semimartingale parameter estimation. *Journal of Mathematical Sciences* **132**, *Kluwer Academic/Consultants Bureau, NewYork,* 2002, 1-240.

[18] **N. Lazrieva and Toronjadze,** General *M*-estimators in the presence of nuisance parameter. Some projections technique. *Georgian Math. J.***10** (2003), No. 2, 271-288.

[19] **N. Lazrieva,** T. Sharia **and Toronjadze**, The Robbins-Monro type stochastic differential equations. II. Asymptotic behavior of solutions. *StochasticsStochastics Rep.***75** (2003), No. 3, 153-180.

[20] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Stochastic Volatility Model with Small Noise. Robust Parameter Estimate and Hedging. Report No. LT-001, *A.RazmadzeMath. Inst.,* 2004.

[21] T. Kavtaradze, **N. Lazrieva, M. Mania,** The change-point problem for continuous martingales, *Proc. A. Razmadze Math. Institute*, **137** (2005), 39-63.

[22] T. Kavtaradze, **N. Lazrieva, M. Mania** and P. Mulliere, A bayesian - martingale approach to the general disorder problem, *Stochastic Processes and their Applications*, **117** (2007), 1093–1120

[23] **N. Lazrieva,** Sharia **and Toronjadze,** Semimartingae Stochastic approximation procedure and recursive estimation, *Journal of Mathematical Sciences*, **153** (2008), No. 3, 211-261.

[24] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Optimal Robust Mean-Variance Hedging in Incomplete Financial Markets, *Journal of Mathematical Sciences*, **153** (2008) No. 3, 262-290.

[25] **N. Lazrieva and Toronjadze,** The Robbins–Monro Type Stochastic Differential Equation III. Polyak's Averaging, *Stochastics An International Journal of Probability and Stochastic Processes*, **82** (2010), issue 2, 165-188.

[26] **M. Mania**, R. Tevzadze and **T. Toronjadze**, Mean-Variance Hedging Under Partial Information, Stochastic Control, Chris Myers (Ed.), Publisher: Sciyo, (2010), Chapter 28, pp. 581-609

[27] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Recursive Parameter Estimation in the Trend Coefficient of a Diffusion Process, *Georgian Mathematical Journal* , **17** (2010), No. 4, 683-705.
[28] R. Tevzadze, **T.Toronjadze** and T. Uzunashvili, Robust utility maximization for diffusion market model with misspecified coefficients, *Finance and Stochastics*, **17** (2013), No. 3, 535-563

ო. ფურთუხია (წინმსწრები სტოქასტური ანალიზი და გამოყენებები სტოქასტურ ფინანსურ მათემატიკაში)

გასული საუკუნის 70-იან წლებში ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად შეიქმნა სტოქასტურივარიაციული აღრიცხვა და განზოგადოებული სტოქასტური ინტეგრალის თეორია. კვლევებისტოქასტურ ვარიაციულ აღრიცხვაში, რომელიც ცნობილია აგრეთვე მალივენის აღრიცხვის სახელით, დაიწყო პ. მალივენმა (1976, 1997]) და გააგრძელა მრავალმა მეცნიერმა: სტრუკი (1981), ბისმუტი (1981, 1982), ვატანაბე (1984, 1991), ნუალარი (1998, 2006) და სხვა. მალივენმა სტოქასტური ვარიაციული აღრიცხვა გამოიყენა ჰერმანდერის თეორემის დასამტკიცებლად ჰიპოელიფსურობის შესახებ. შემდგომმა კვლევებმა აჩვენა, რომ სტოქასტურ ვარიაციულ აღრიცხვას მრავალი სხვა გამოყენება გააჩნია. ამჟამად მალივენის აღრიცხვა შესაძლებელია დაიყოს ორ ძირითად მიმართულებად: ერთი ნაწილი სწავლობს დიფერენციალურ ოპერატორებს ვინერის ფუნქციონალებისათვის სობოლევის ტიპის სივრცეებზე, ხოლო მეორე ნაწილი კი ეხება მოცემული შემთხვევითი ვექტორის გლუვი სიმკვრივის არსებობის ზოგადი კრიტერიუმების შესწავლას. მალივენის აღრიცხვა გახდა სტოქასტური ანალიზის კვლევების მძლავრი აპარატი.

განზოგადოებული სტოქასტური ინტეგრალის ცნება ეკუთვნის ა. სკოროხოდს (1975). შესაბამისად, შემდგომში მას სკოროხოდის ინტეგრალი ეწოდა. თავის დროზე იტოს მიერ შემოთავაზებული სტოქასტური ინტეგრალის კონსტრუქცია მოითხოვდა ინტეგრანდის შეთანხმებულობის პირობას, რაც დიდი ხნის განმავლობაში საკმაოდ ზღუდავდა სტოქასტური აღრიცხვის გამოყენებების არეალს. სკოროხოდმა განაზოგადა იტოს სტოქასტური ინტეგრალის ცნება და განმარტა ანტისიპატიური სტოქასტური ინტეგრალი, რომელშიც ინტეგრანდის გარკვეული აზრით სიგლუვის მოთხოვნის საფუძველზე მოხსნილ იქნა შეთანხმებულობის მოთხოვნა. მოგვიანებით გავეუმ და ტრაუბერმა (1982) აჩვენეს, რომ სკოროხოდის სტოქასტური ინტეგრების ოპერატორი ემთხვევა მალივენის აზრით სტოქასტური გაწარმოების ოპერატორის შეუღლებულს (ნაწილობითი ინტეგრების ფორმულა). ამრიგად, ჩამოყალიბდა ერთიანი თეორია, რომელშიც მალივენის აღრიცხვასა და სკოროხოდის ინტეგრალის ცნებას აერთიანებს ნაწილობითი ინტეგრების ფორმულის აბსტრაქტული ვარიანტი.

მალივენ-სკოროხოდის აღრიცხვის პოპულარობა განპირობებულია მისი გამოყენებების ფართე არეალით. ვინერის ფუნქციონალების შემთხვევაში ოკონემ (1984) დაადგინა, რომ ვინერის ფუნქციონალის კლარკის ცნობილ წარმოდგენაში (1970) მონაწილე ინტეგრანდი გამოისახება სტოქასტური გაწარმოების ოპერატორის საშუალებით (1979) (ოკონე–ჰაუსმან–კლარკის ფორმულა). მარტინგალური წარმოდგენის თეორემები (გირსანოვის ზომის შეცვლის თეორემასთან ერთად) არსებითად მნიშვნელოვან როლს თამაშობს თანამედროვე ფინანსურ მათემატიკაში (ჰარისონი დაპლისკა, 1981). კარატზასმა და ოკონემ (1991) აჩვენეს თუ როგორ შეიძლება გამოყენებულ იქნას ოკონე–ჰაუსმან–კლარკის ფორმულა ფინანსურ მათემატიკაში, კერძოდ, კი ბროუნის მოძრაობით მართულ სრულ ფინანსურ ბაზრებზე მაჰეჯირებელი სტარტეგიების აგებისას. აქედან მოყოლებული მნიშვნელოვნად გაიზარდა ინტერესი მალივენის აღრიცხვის მიმართ და ინტენსიურად დაიწყო როგორც თეორიის შემდგომი განვითარება, ისე მისი გამოყენების ახალი სფეროების მოძებნა (იკედა და ვატანაბე, 1984), რომელთა შორის მნიშვნელოვანი ადგილი უკავია გამოყენებებს მათემატიკურ სტატისტიკაში (სიმკვრივის რეგულარობა, ჰიპოთეზების შემოწმება).

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ ინტეგრალის ცნების გასაფართოებლად სკოროხოდს დასჭირდა ინტეგრანდის სიგლუვის მოთხოვნა გარკვეული აზრით, კერძოდ მისი სტოქასტურად წარმოებადობა. ანალოგიური მოთხოვნა ედება ფუნქციონალს ოკონე–ჰაუსმან–კლარკის ფორმულაში. ჩვენ ვიკვლევთ შემთხვევას, როცა ფუნქციონალი არაა სტოქასტურად წარმოებადი და გამოგვყავს ქტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის (ოკონე–ჰაუსმან–კლარკის პიტის) ფორმულები როგორც ვინერის ისე, პუასონის ფუნქციონალების შემთხვევაში (ჯაოშვილი და ფურ-

თუხია 2005, 2007, 2008a-b, 2009a), ასევე ე.წ. ნორმალურ მარტინგალთა კლასისათვის (ფურთუხია 2003). გარდა ამისა, ჩვენს მიერ შემოთავაზებული იქნა სტოქასტური გაწარმოების ოპერატორის ახალი კონსტრუქცია პუასონის ფუნქციონალების კლასისათვის და გამოვიყვანეთ სობოლევის, ლოგარითმული სობოლევისა და პუანკარეს ტიპის უტოლობები, დავამტკიცეთ სტეინის იგივეობა პუასონის ფუნქციონალებისათვის და გამოვიყვანეთ იტოს ტიპის ფორმულა პუასონის ანტისიპატიური სტოქასტური ინტეგრალისათვის (ჯაოშვილი და ფურთუხია 2009b, 2010, 2011, ფურთუხია 2012a, 2012b).

კვლევის სიახლე და აქტუალობა:
გაგრძელდება კვლევები ე. წ. ენერგეტიკული უტოლობების მიმართულებით და მიღებული იქნება ბურკჰოლდერისა და მეირეის ტიპის უტოლობები სტოქასტურად არაგლუვი პუასონის ფუნქციონალებისათვის. შესწავლილი იქნება ვინერის პროცესის მიერ ნულში გატარებული ლოკალური დროის სტოქასტური სიგლუვის, ჯამებადობის რიგისა და სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენადობის საკითხები. აღწერილი იქნება ვინერის სტოქასტურად არაგლუვი ფუნქციონალების მაქსიმალური კლასი, რომლისთვისაც შესაძლებელია ოკონე–ჰაუსმან–კლარკის ტიპის წარმოდგენის მიღება ცხადი სახით.

შესწავლილი იქნება სტოქასტური გაწარმოების ოპერატორის ზოგიერთი ახალი თვისება ვინერის ფუნქციონალების კლასისათვის, ფინანსურ მათემატიკაში მათი შემდგომი გამოყენებების საჭიროებიდან გამომდინარე. კერძოდ, შემოთავაზებული იქნება მეთოდი, რომელიც საშუალებას იძლევა ვიპოვოთ ე. წ. „გასაშუალოებული" პროცესის ქაოტურ წარმოდგენში მონაწილე ჯერადი სტოქასტური ინტეგრალების გულები, როცა ცნობილია საწყისი კვადრატით ინტეგრებადი პროცესის შესაბამისი გულები; ნაჩვენები იქნება, რომ თუ კვადრატით ინტეგრებადი სტოქასტური პროცესი არაა სტოქასტურად წარმოებადი, მაშინ არც „გასაშუალოებული" პროცესი იქნება სტოქასტურად წარმოებადი; დადგენილი იქნება კომპოზიცის სტოქატური დიფერენცირების წესი და ნაჩვენები იქნება სტოქასტური გაწარმოების ოპერატორისა და სობოლევის გაგლუვების ოპერატორის კომუტაციურობის თვისება.

ვინერის პროცესის ერთი ფუნქციონალისათვის (კერძოდ, ევროპული კოლ ოფციონის გადასახადის ფუნქციისა და გარკვეული ხდომილების ინდიკატორის ნამრავლისათვის), რომელიც ფინანსური ბაზრის ბაშელიეს მოდელის შემთხვევაში წარმოადგენს გადასახადის ფუნქციას ნოკაუტ ბარიერული ოფციონისათვის, მიღებული იქნება კლარკის ინტეგრალური წარმოდგენა ცხადი ინტეგრანდით. ეს ინტეგრანდი საშუალებას მოგვცემს ავაგოთ ოპტიმალური ჰეჯური სტრატეგია ნოკაუტ ბარიერული ოფციონის რეპლიკაციისათვის ბაშელიეს მოდელის სემთხვევაში.

ჩვენს მიერ ადრე განმარტებული სტოქასტური წარმოებულის ცხადი კონსტრუქციის საფუძველზე (ჯაოშვილი და ფურთუხია 2007, 2008d, 2009a) შემოღებული იქნება სობოლევის ტიპის ნორმები და შესაბამისი სობოლევის ტიპის სივრცეები პუასონის ფუნქციონალებისათვის და შესწავლილი იქნება სობოლევის, ბურკჰოლდერისა და მეიერის ტიპის უტოლობები. დადგენილი იქნება იტოსა (იხ. ჯაოშვილი და ფურთუხია 2011) და იტო–ვენტცელის ტიპის (იხ. ფურთუხია 1991, 1998) ფორმულების სახეები სკოროხოდის ინტეგრალის ტერმინებში ე. წ. ანტისიპატიური კომპენსირებული პუასონის სემიმარტინგალური პროცესებისათვის და შესწავლილი იქნება კომპენსირებული პუასონის პროცესით მართული იტოს ტიპისანტისიპატიური სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის საკითხები.

განხილული იქნება ევროპული ოფციონის ჰეჯირების ამოცანები. გამოკვლეული იქნება ინტეგრალური ტიპის ოფციონები ბლეკ–შოულსის და ბაშელიეს ფინანსური ბაზრის მოდელების შემთხვევაში. შემოთავაზებული იქნება მეთოდი, რომელიც საშუალებას იძლევა გადავწყვიტოთ ინტეგრალური ტიპის ზოგიერთი ევროპულ ოფციონის ჰეჯირების ამოცანა პროტერისა და მეიერის თეორემის გამოყენებით, რომელიც ერთმანეთთან აკავშირებს ფასიანი აქტივის პროცესის ლოკალური დროს და ოფციონის გადასახადის ფუნქციას. პირველ ეტაპზე ჩვენ გამოვიყვანთ კლარკის სტოქასტურ ინტეგრალური წარმოდგენა ლოკალური დროისათვის და ლოკალურ დროსა და გადასახადის ფუნქციას შორის დამოკიდებულებისა და სტოქასტური ფუ-

ბინის თეორემის საფუძველზე გამოვიყვანთ კლარკის ტიპის სტოქასტურ ინტეგრალურ წარმოდგენას ოფციონის გადასახადის ფუნქციისათვის. მიღებული შედეგები საშუალებას მოგვცემს გადავწყვიტოთ ჰეჯირების ამოცანები იმ შემთხვევებში, როცა კლარკ–ოკონის სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის ფორმულის გამოყენება შეუძლებელია გადასახადის ფუნქციის სტოქასტური არაგლუვობის გამო.

თემასთან დაკავშირებულია შემდეგი ნაშრომები:

[1] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Stochastic Integral Representation of Functionals of Wiener Processes. Bull. Georg. Acad. Sci. Vol. 171 (2005), N 1, pp. 17-20.

[2] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Stochastic Integral Representation of Functionals of Poisson Processes. Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute, vol. 143 (2007), pp. 37-60.

[3] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Martingale Representation Theorems for Multidimensional Wiener Functionals. Bull. Georg. Acad. Sci. Vol. 2 (2008a), N 1, pp. 41-46.

[4] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** An Extension of the Ocone-Haussmann-Clark Formula for the Compensated Poisson Process. Theor. Prob. Appl. Vol. 53 (2008b), N 2, pp. 349-354.

[5] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Stochastic Integral Representation of two dimensional Poisson Functionals. Reports of Enlarged Session of the Seminar of I.Vekua Institute of Applied Mathematics, vol. 23 (2008c), pp.116-120.

[6] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Stochastic Derivative of Poisson Polynomial Functionals. Proceedings of I.Vekua Institute of Applied Mathematics, vol. 58 (2008d), pp. 93-101.

[7] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** An Extension of the Ocone-Haussmann-Clark Formula For the Compensated Poisson Processes.Theory Probab. Appl. Volume 53, issue 2, pp. 316-321, 2009a SIAM.

[8] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** A New Approach to the Definition of Stochastic Derivative Operator ofPoisson Functionals. Stochastic Analysis and Random Dynamics, June 14-20, 2009b Lviv, Ukraine, pp. 207-208.

[9] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Stochastic derivative operator of two-dimensional Poisson functionals. The Third International Conference "Problems of Cybernetics and Informatics" .September 6-8, 2010a, Baku, Azerbaijan, volume II, pp. 189-192.

[10] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** The Stein's identity and Poisson functionals. Reports of Enlarged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Volume 24, 2010b, pp. 113-118.

[11] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Ito type formula for Poisson anticipating integral. Reports of Enlarged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Volume 25, 2011, pp. 103-108.

[12] Purtukhia O. Ito-Ventsel' Formula for Antisipative Processes.New Trends in Probab. And Statist., VSP/Mokslas, (1991), pp. 503-527.

[13] **Purtukhia O.** On the Representation of Measure-Valued Solutions of Second Order Stochasic Parabolic Equations. Proceedings of A. Rzmadze Mathematical Institute, vol. 116, 1998, pp. 133-158.

[14] **Purtukhia O.** Fubini Type theorems for Ordinary and Stochastic Integrals.Proceedings of A.Razmadze Mathematical Institute, vol. 130, 2002, pp. 101-114.

[15] **Purtukhia O.** An Extension of the Ocone-Haussmann-Clark Formula for a Class of Normal Martingales. Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute, vol. 132, 2003, pp. 127-136.

[16] **Purtukhia O.** Sobolev-Poincare Type Inequalities for Poisson Functionals". IV International Conference "Problems of Cybernetics and Informatics" .PCI'2012a, Baku, Az5erbaijan, volume III, pp. 173-177.

[17] **Purtukhia O.** Sobolev and logarithmic Sobolev type inequalities"Applied Mathematics, Informatics and Mechanics - AMIM, Volume 17, No 2, 2012b, pp. 26-39.

თ. შერვაშიძე (ზღვარითი თეორემები შემთხვევით ვექტორთა დისკონტირებული ჯამებისთვის)

ჩვენ გამოვიკვლევთ სხვადასხვა აპროქსიმაციის სქემებს იმ ჩანაცვლებათა რედუცირების მიზნით, რომ-ლებიც ჩნდება შეფასებათა დისკრეტიზაციისა და ჰეჯირების, ასევე სიმულაციების აგებისა და მოდელების შემოწმების პრობლემებში.

დამოუკიდებელ შემთხვევით სიდიდეთა შეკრების თეორიაში ფართოდ შეისწავლება ერთნაირად განაწილებულ შემთხვევით სიდიდეთა შეწონილი ჯამები, (მაგ. ლაი (1974), პ. ემბრეხტსი და მ. მაეჯიმა, (1984), თ. შერვაშიძე (2004)), კერძოდ, აბელის ჯამები, რომელთაც დისკონტირებულ ჯამებსაც უწოდებენ (ჰ უ. გერბერი (1971), ე. ომეი (1984)). დისკონტირებული ჯამების ვექტორული ანალოგების ზღვარით განაწილებათა და

მიახლოების სიზუსტის შესწავლა გააფართოებს დისკონტირებული ფულადი ნაკადების სტოქასტური მოდელების კლასს. ფულის ნაკადებისა და სხვა ფინანსური მოვლენების კვლევისას ხშირად მიმართავენ მარკოვულ მოდელებს (იხ., ვ. ი. როტარი (2006)). საპროცენტო განაკვეთის დინამიკის მოდელირებისათვის დადებით შემთხვევით სიდიდეთა გეომეტრიული საშუალოს ყოფაქცევის კვლევისას ბუნებრივი იქნება პირობითად დამოუკიდებელი თანამამრავლების განხილვა მათი პირობითი განაწილებების მარკოვული გადართვებით. გამოყენებული იქნება ზღვარითი თეორემები მარკოვის ჯაჭვით მართვადი პირობითად დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეების ჯამისათვის (იხ. შერვაშიძე (1999) და იქ მითითებული ლიტერატურა). ამ ჯამიდან პირობითად ცენტრირებული ნაწილის გამოყოფა შესაძლო ზღვარითი კანონების მარტივ აღწერას იძლევა და ეს თეორემები მოხერხებული და გამჭვირვალე აპარატია პირობითად დამოუკიდებელი დაკვირვებებისათვის სტატისტიკური ამოცანების გადასაწყვეტად. პროექტით განზრახულია ამ უპირატესობის სისტემატური გამოყენება.

ჩვენი ერთ-ერთი ამოცანა იქნება კომპიუტერზე დაფუძნებული მოდელების შექმნა, რათა მოხერხდეს პარამეტრების შეფასების, მოდელების თანხმობის შემოწმების, ოპტიმიზაციის მოდელებისა და სტატისტიკური ანალიზის პროცედურების რეალიზება.

ჩვენ შევისწავლით დისკონტირებულ ვექტორულ ფულად ნაკადებს. Aამ ნაკადების მოდელირება შესაძლებელია დამოუკიდებელი ერთნაირად განაწილებული შემთხვევითი ვექტორების დისკონტირებული ანუ აბელის ჯამების მეშვეობით. მაქსიმალური ზოგადობა მაშინ მიიღწევა როდესაც ერთზე ნაკლები დადებითი მადისკონტირებელი ფაქტორის ხარისხების ნაცვლად შეწონვა ხდება ერთზე ნაკლები ნორმის მქონე მატრიცის ხარისხებით. საკითხის ასე დასმა და აბელის შესაბამისი ჯამის ზღვარითი ნორმალურობის დადგენა, როდესაც მადისკონტირებელი მატრიცა (ოპერატორი) სპეციფიკურად (მაგრამ კომპლექსური ანალიზისათვის ფრიად ბუნებრივი გზით) უახლოვდება იგივურს, ახლახანს მოხერხდა (თ.შერვაშიძე და ვ. ტარიელაძე (2008)); პირველი სკალარული შედეგის ავტორია ჰ. უ. გერბერი (1971). ბუნებრივი იქნებოდა შედეგის გადატანა ვარიაციული კრებადობისათვის და ნორმალურისაგან განსხვავებული ზღვარითი კანონების შესწავლა, მით უმეტეს, რომ ფინანსური მოვლენების მოდელირებისას სულ უფრო ხშირად იყენებენ მძიმე კუდიან განაწილებებს

დავიდოვისა და როტარის ცნობილი შედეგი დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეების ორი მიმდევრობის შედარების შესახებ გადატანილი იქნება სუსტად დამოკიდებული შემთხვევითი სიდიდეების მიმდევრობებისთვის ვარიაციული მანძილის გამოყენებით. შესწავლილი იქნება დისკონტირებული ჯამების ვექტორული ანალოგების ასიმპტოტური ყოფაქცევა და პერიოდულად ცვალებადი მა¬დისკონტირებელი ოპერატორისათვის ცენტრალური ზღვარითი თეო¬რე¬მის სამართლიანობის პირობები, მიმდევრობითი მრავალჯერადი ინვეს¬ტიციისათვის მარკოვულ შემთხვევით გარემოში.

შემთხვევით სიდიდეთა შეწონილი ჯამები, კერძოდ, აბელის ჯამები ადეკვატური მოდელია დისკონტირებული ფულადი ნაკადებისათვის. შესწავლილი იქნება ზღვარითი თეორემები აბელის ჯამების ვექტორული ანალოგებისათვის. საპროცენტო განაკვეთის დინამიკის მოდელირებისათვის შევისწავლით იმ პირობითად დამოუკიდებელი დადებითი შემთხვევითი სიდიდეების გეომეტრიული საშუალოს ზღვარით ყოფაქცევას, რომელთა პირობითი განაწილებანი მარკოვის ჯაჭვით გადაირთვება.

ჩვენ აღვწერთ აგრეთვე ალბათობის თეორიის იმ მეთოდებს, რომლებიც ზოგიერთი აპროქსიმაციის პოლინომების შეფასების საშუალებას გვაძლევენ, კერძოდ, კონცენტრაციის ფუნქციისათვის მივიღებთ რაგოზინის ტიპის

უტოლობას. ვგეგმავთ აგრეთვე ბერნშტეინის საბაზისო ფუნქციის ზედა საზღვრის შეფასებების მიღებას.

თემასთან დაკავშირებულია შემდეგი ნაშრომები:

1. **T. Shervashidze**, On the convergence of densities of sums of independent random vectors. *Probability theory and mathematical statistics (Tbilisi, 1982),* 576-586, Lecture Notes in Math., 1021, *Springer, Berlin,* 1983.
2. I. Bokuchava, R. Chitashvili and **T. Shervashidze**, Limit theorems for conditionally independent random vectors and its application in statistics. (Russian) *Limit theorems and stochastic equations, Work Collect., Tbilisi,* 1984, 54-71
3. V. Rotar and **T. Shervashidze**, Some estimates for distributions of quadratic forms. (Russian) *Teor. Veroyatnost. i Primenen.* **30** (1985), No. 3, 549-554 .
4. Z. Kvatadze and **T. Shervashidze**, On limit theorems for conditionally independent random variables controlled by a finite Markov chain. *Probability theory and mathematical statistics (Kyoto, 1986),* 250-258, Lecture Notes in Math., 1299, *Springer, Berlin,* 1988
5. **T. Shervashidze**, Bounds for the characteristic functions of the system of monomials in random variables and of its trigonometric analogue. *Georgian Math. J.* **4**(1997), No. 6, 579-584.
6. **T. Shervashidze**, Some properties of a parametric estimate of the distribution density. *Seminari de Probab. e Statis. Matemat. anno academ.* 1995-96 *e* 1996-97*, Ed. Universita degli studi di Cassino*, 1998, 97-146.
7. **T. Shervashidze**, Local limit theorems for conditionally independent random variables controlled by a finite Markov chain. (Russian) *Teor. Veroyatnost. i Primen.* **44** (1999), No. 1, 143-148; English transl.: *Theory Probab. Appl.* **44**(1999), No.1, 131-135.
8. V. Rotar and **T. Shervashidze,** On an extremum problem. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **24**(2001), 109-114 .
9. N. Gamkrelidze and **T. Shervashidze** On a local limit theorem for lattice distributions. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **130** (2002), 7-12
10. **T. Shervashidze**, Bounds for the characteristic functions of some degenerate multidimensional distributions. *Georgian Math. J.* **10** (2003), No. 2, 353-362.
11. Z. Kvatadze and **T. Shervashidze** On the accuracy of Kraft upper bound for the L_1-distance between Gaussian densities in R^k. *Georgian Math. J.* **12** (2005), No. 4, 679-682 V. Gupta, M. Craciun and **T. Shervashidze** , Rate of approximation for certain Durrmeyer operators. *Georgian Math. J.* **13** (2006), No. 2, 277-284 (with).
12. **T. Shervashidze** and V. Tarieladze, CLT for operator Abel sums of random elements. *Georgian Math. J.* **15** (2008), No. 4, 785-792.
13. Z. Kvatadze and **T. Shervashidze**, On some limit theorems for sums and products of random variables. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **150** (2009)
14. Gasviani and **T. Servashidze**, Limit theorems for discounted sums of random vectors with variable discounting matrix. Bull. of TICMI, 14, (2010)
15. V. Gupta and **T. Shervashidze**, Upper Bounds for Bernstein Basis Functions, Prokhorov and Conterporary Probability Theory, Springer Series Vol. 33, (2013), pp.293-303.

საერთაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობა

მ. მანიას აქვს ორი საერთო ნაშრომი ციურიხის უნივერსიტეტის პროფესორ მარტინ შვეიცერთან (Martin Schweizer, ETH Zurich), ერთი საერთო ნაშრომი პარიზის ევრის უნივერსიტეტის პროფესორ მონიკ ჟენბლანკთან (Monique Jeanblanc, Evry University, Paris), ერთი საერთო ნაშრომი მილანის ბოკონის უნივერსიტეტის პროფესორ პიეტრო მულიერთან (Pietro Mulliere, Bocconi University, Milano) და რამდენიმე საერთო ნაშრომი მარინა სანტაკროჩესთან ტურინის პოლიტექნიკური უნივერსიტეტიდან (Marina Santacroce, Politechnico Torino).

იყო მიწვეული პროფესორი და წაიკითხა ლექციების კურსი: ავსტრალიის ნიუკასლის უნივერსიტეტში (1998 : Ph.D. course in Stochastic Analysis at the Newcastle University, Australia), პავიას უნივერსიტეტში 2004 წელს (Ph.D. course in Stochastic Calculus at the University of Pavia, Italy), ტურინის პოლიტექნიკურ უნივერსიტეტში 2005 წელს (Ph.D. course in Stochastic Analysis at Politecnico di Torino), მონკალიერის კარლოს ალბერტოს კოლეჯში 2006 წელს (Ph.D. course in Stochastic Analysis and Mathematical Finance at Colegie Karlos Alberto, Montcalieri, Italy)

იყო მიწვეული პროფესორი: რენის უნივერსიტეტში 1999 წელს (1999, April 1-30, Rennes, France), მილანის ბოკონის უნივერსიტეტში 2003 წელს (2003, September 20- October 20), ციურიხის უნივერსიტეტში 2006 და2009 წლებში (Zurich ETH University)
პარიზის ევრის უნივერსიტეტში და პარიზის პოლიტექნიკურ უნივერსიტეტში 2009 წელს (2009, September 5-October 5, Paris, EVRY University and Ecol de Politechnique)
ჰუმბოლტის უნივერსიტეტში 2010 წელს (June 2010, Berlin, Humboldt University).

თ. ტორონჯაძე: 1999 წელი - მიწვეული პროფესორი ჯორჯიას სახელმწიფო უნივერსიტეტის ბიზნეს სკოლაში (ჯორჯია, ატლანტა, აშშ.), 1999 წელი - მიწვეული პროფესორი აქტუარების საზოგადოების (ჩიკაგო, აშშ) , ამავე წელს იყო მიწვეული პროფესორი კომპანიების: “AllStates” ჩიკაგო, “NewYorkLife”, “PriceWaterHouse”, “Prudential”, ნიუ იორკი, “WorldBank”, ვაშინგტონი. “BlueShields”, ჩიკაგო.
2007 წელი - მიწვეული პროფესორი კოგოდის ბიზნეს სკოლაში, ვაშინგტონი, აშშ,*2011 წელი - მიწვეული პროფესორი CollegeofOzarks – ში, MO, USA, 2011,*

ნანული ლაზრიევას აქვს საერთო ნაშრომი მილანის ბოკონის უნივერსიტეტის პროფესორ პიეტრო მულიერთან (Pietro Mulliere, Bocconi University, Milano).
აქვს სამეცნიერო კონტაქტები რომის უნივერსიტეტის პროფესორ ენცო ორსინგერთან და იენის უნივერსიტეტის პროფესორ ჰანს უირგენ ენგელბერტთან.
იყო მიწვეული პროფესორი რომის უნივერსიტეტში 2003, 2005 და 2008 წლებში (University La Sapiensa, Roma) და იენის უნივერსიტეტში (Jena University, Germany) 2002 და 2006 წლებში.

თ. შერვაშიძეს აქვს ორი საერთო ნაშრომი მოსკოვის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორ ვ. როტართან (V. Rotar, Moscow State University) და ორი საერთო ნაშრომი ინდოელ მეცნიერ ვ. გუპტასთან (V. Gupta, University of Deli)

U

ინსტიტუტის სამეცნიერო გამოცემები

თსუ ანდრია რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტი გამოსცემს სამ საერთაშორისო ინგლისურენოვან სამეცნიერო ჟურნალს:

1. ”საქართველოს მათემატიკური ჟურნალი” (Georgian Mathematical Journal);
2. ჟურნალი ”ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომები” (Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute);
3. ჟურნალი ”მემუარები დიფერენციალურ განტოლებებსა და მათემატიკურ ფიზიკაში” (Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics).

საქართველოს მათემატიკურ ჟურნალი დაარსებულია საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიისა და ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის მიერ 1993 წელს და წარმოადგენს იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალს. ამჟამად მას გამოსცემს და ავრცელებს მსოფლიოში გამომცემლობა ”De Gruyter” (გერმანია) (წელიწადში ოთხი ნომერი). მასში აქვეყნებენ ნაშრომებს მეცნიერები მსოფლიოს ყველა კუთხიდან (მაგ., არგენტინა, აშშ, დიდი ბრიტანეთი, ვიეტნამი, თურქეთი, იაპონია, ინდოეთი, ირანი, ისრაელი, იტალია, პოლონეთი, პორტუგალია, საფრანგეთი, საქართველო, უნგრეთი, ჩეხეთი, ჩინეთი და სხვა).

ჟურნალი ”ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომები” დაარსებულია 1937 წელს. ამჟამად მას გამოსცემს თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა (წელიწადში 3 ტომი) და მასში იბეჭდება სამეცნიერო ნაშრომები მსოფლიოს სხვადასხვა კუთხიდან (თურქეთი, პოლონეთი, პორტუგალია, რუსეთი, საქართველო, უნგრეთი, ხორვატია, ჩინეთი და სხვა).

ჟურნალი ”მემუარები დიფერენციალურ განტოლებებსა და მათემატიკურ ფიზიკაში” დაარსდა საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიისა და ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის მიერ 1993 წელს. ამჟამად მასაც გამოსცემს თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა (წელიწადში 3 ტომი) და მასში აგრეთვე გამოქვეყნებულია სამეცნიერო სტატიები მსოფლიოს სხვადასხვა კუთხიდან (აშშ, იაპონია, ისრაელი, იტალია, პორტუგალია, რუსეთი, საქართველო, უკრაინა, ხორვატია, ჩეხეთი, ჩინეთი და სხვა).

”ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომები” და ”მემუარები დიფერენციალურ განტოლებებსა და მათემატიკურ ფიზიკაში” იგზავნება მსოფლიოს წამყვან სამეცნიერო ცენტრებში.

ინსტიტუტის თანამშრომელთა მიერ მოპოვებული უცხოური სამეცნიერო ფონდების გრანტები

1. ÃÉÃÉ ÁÒÉÔÀÍÄÈÉÓ ÓÀÉÍÑÉÍÒÏ ÃÀ ×ÉÆÉÊÖÒ ÌÄÝÍÉÄÒÄÁÀÈÀ ÂÀÌÏÊÅËÄÅÄÁÉÓ ÓÀÁàÏÓ ÂÒÀÍÔÉ EPRSC № 33034/01, 1997;
2. ÃÉÃÉ ÁÒÉÔÀÍÄÈÉÓ ÓÀÉÍÑÉÍÒÏ ÃÀ ×ÉÆÉÊÖÒ ÌÄÝÍÉÄÒÄÁÀÈÀ ÂÀÌÏÊÅËÄÅÄÁÉÓ ÓÀÁàÏÓ ÂÒÀÍÔÉ EPRSC № 65022/03, 2003;
3. ÃÉÃÉ ÁÒÉÔÀÍÄÈÉÓ ÓÀÌÄ×Ï ÓÀÆÏÂÀÃÏÄÁÉÓ ÂÒÀÍÔÉ (1999, 2001);
4. ÂÄÒÌÀÍÉÉÓ ÌÀÈÄÌÀÔÉÊÖÒÉ ÓÀÆÏÂÀÃÏÄÁÉÓ ÄÉËÄÒÉÓ ÓÀáÄËÏÁÉÓ ÂÒÀÍÔÉ (2000);
5. Grant No. 619/1996 of Development Foundation of Czech Universities;
6. Fellowship of Development Foundation of Czech Universities – Masaryk University (Brno), October 1994-March 1995;
7. Fellowship of Development Foundation of Czech Universities – Masaryk University (Brno), November 1996-January 1997;
8. NATO Research Fellowship – University of Ioannina, Greece, November 1997-December 1997;
9. Fellowship of Development Foundation of Czech Universities (1999);
10. Alexander Humboldt Research Fellowships in various years (5);
11. Grant of State Scholarships Foundation (IKY), Athens, Greece (1999);
12. Research Grant of the Greek Ministry of Development in the framework of Bilateral S&T Cooperation between the Hellenic Republic and the Republic of Georgia (2000);
13. Grant No. 93-1621 of INTAS;
14. Grant No. 93-2618 of INTAS;
15. Grant No. 93-436 of INTAS;
16. Grant No. 96-017 of INTAS;
17. Grant No. 96-0876 of INTAS;
18. Grant No. 96-1060 of INTAS;
19. Grant No. 96-0482 of INTAS;
20. Grant No. 96-0713 of INTAS;
21. Grant No. 97-1570 of INTAS;
22. Grant No. 97-30551 of INTAS;
23. Grant No. 97-30204 of INTAS;
24. Grant No. 97-1340 of INTAS;
25. Grant No. 97-31961 of INTAS;
26. Grant No. 98-125 of INTAS;
27. Grant No. 99-00559 of INTAS;
28. Grant No. 99-00817 of INTAS;
29. Grant No. 1828 of INTAS;
30. Grant No. 213 of INTAS-GEORGIA;
31. Grant No. 00136 of INTAS;
32. Grant No. 00-00561 of INTAS;
33. Grant No. 00-566 of INTAS;
34. Grant No. 00-259 of INTAS;
35. Grant No 06-1000017-8609 of INTAS;
36. Grant No 051000003-8157 of INTAS;
37. INTAS South Cauc. 06-000017-8792 (2006-2008)
38. INTAS Fellowship Grant for Young Scientists, Fellowship Reference No. YSF 01/1-008;
39. INTAS Fellowship Grant for Young Scientists, Fellowship Reference No. YSF 2001-2/80;
40. Grant of the NATO Science Fellowships Program (1997);
41. Grant of the NATO Science Fellowships Program (1998);
42. NATO Science Programme Linkage Grant No. 975316;
43. NATO Grant No. SA(PST.CLG.979167) 6774/FT;
44. NATO Grant No. PST.CLG 976426/5437;
45. NATO-TÜBITEK 4 181/1471 (2004 წ)
46. sorosis profesoris 6 granti (1995-1999);
47. International Science Foundation (SOROS) Grant No. MXG200;
48. International Science Foundation (SOROS) Grant No. MXI000;

49. International Science Foundation (SOROS) Grant No. MXI200;
50. International Science Foundation (SOROS) Grant No. RVJ 000;
51. International Science Foundation (SOROS) Grant No. RVJ 200;
52. Eurazia Foundation, No. C 96-0010;
53. Eurazia Foundation, No. C 97-0139;
54. Eurazia Foundation, No. C 97-1030;
55. Eurazia Foundation, No. C 98-2007;
56. Grant of DFG, German-Georgian cooperation project No. 436 GEO 113/2/0;
57. Grant of DFG, German-Georgian cooperation project No. 436 GEO 114/8/0-1;
58. germanuli firmis "Dornier-Daimler-Chrysler"-is granti (2000-2002);
59. Grants of Russian Foundation of Basic Research RFBR 1996-1998, 1998-2000;
60. Australian Research Counsil (ARC) large grant 1996;
61. Australian Research Counsil (ARC) small grants 1998, 1999;
62. SCOPE (Swiss Grant), 2000;
63. Grant of Swiss National Science Foundation No. GEPJ 62373;
64. Grant of Swiss National Science Foundation No. 7GEPJ06551301;
65. Personal grant of the American Mathematical Society (1992-1995);
66. COBASE grant for cooperation between Georgia and USA (2000-2001);
67. Heisenber-Landau Grant HL-99-09;
68. Grant No. GMI-115 of the US CRDF;
69. TMR-Network ERB FMRX CT-97-0107;
70. CRDF Grant No. GM1-2083;
71. CRDF Grant No. RM1-2088;
72. CRDF Grant No. GM1-11;
73. CRDF/GRDF Grant No. 3318 (Award under the Georgian-U.S. Bilateral Grants Program);
74. CNRS- 542
75. STCU – 4390, 2009 - 2011
76. Grant of the Government of Italy for Young Scientists (2002);
77. Research Grant of the Italian Ministry of Foreign Affairs for Young Scientists - P.A. 31524/02;
78. Grant of the Academy of Sciences of the Czech Republic (2003).
79. Grant from PEER 2009;
80. Grant from PEER 2012;
81. Volkswagen Foundation 2009 – 2011
82. Volkswagen Foundation 2011 – 2013
83. Grant of International Centre for Economic Research (ICER) (M. Mania) 2007-2008
84. Grant Lagrange-CRT Foundation - ISI Foundation (M. Mania) 2004-2005
85. International Network - Stochastic Analysis and related Topics, granted by INTAS (PI T.Toronjadze) 2001-2003
86. The Principal Investigator of the Project "Optimal control methods in mathematical finance" granted by INTAS (N. 97-30204), (PI M. Mania) 1998-2001
87. Eurasia Faundation-the project "The system of trainings in financial analysis, the curent and perspective problems of financial and insurance structures of Georgia" (C97-0139), (PI T.Toronjadze) 1997-1998
88. Eurasia Faundation-the project "Creation of consulting service for financial and insurance structures of Georgia"-expert (C96-0030), (PI T.Toronjadze) 1996-1997
89. Sorros fund Grant ISF # MX1000 (PI E. Khmaladze) 1994-1996
90. granti "italia-saqarTvelos samecniero da kulturuli TanamSromloba 2003-2004 ww" #
4/MA
91. Grant No 03-55-1592 of INTAS;
92. Grant of Portuguese Science Foundation, No. SFRH/BPD/20524/2004
93. Grant of Portuguese Science Foundation, No. SFRH/BPD/34649/2007
94. ÃÉÃÉ ÁÒÉÔÀÍÄÈÉÓ ÓÀÌÄ×Ï ÓÀÆÏÂÀÃÏÄÁÉÓ ÂÒÀÍÔÉ № 2005/R4-JP, 2006-2008.
95. ÃÉÃÉ ÁÒÉÔÀÍÄÈÉÓ ÓÀÉÍÑÉÍÒÏ ÃÀ ×ÉÆÉÊÖÒ ÌÄÝÍÉÄÒÄÁÀÈÀ ÂÀÌÏÊÅËÄÅÄÁÉÓ ÓÀÁàÏÓ ÂÒÀÍÔÉ EPRSC № EP / H020497/1, 2010-2013.
96. INTAS Fellowship Grant for Young Scientists, Fellowship Reference No. YSF 03-55-1699;

ინსტიტუტის თანამშრომელთა მიერ უცხოეთში გამოცემული მონოგრაფიები და მიმოხილვები 1990 – 2013 წწ.

1. F. Borceux and G. Janelidze, Galois theories. Cambridge Studies in Advanced Mathematics 72, Cambridge University Press, 2001.
2. D. E. Edmunds, V. Kokilashvili, and A. Meskhi, Bounded and compact integral operators. Mathematics and Its Applications, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Boston-London, 2002.
3. L. Ephremidze, Real Analysis Methods in Ergodic Theory, Nova Science Publishers, New-York, USA, 2012.
4. R.Duduchava, Integral equations with fixed singularities, Teubner, Leipzig, 1979.
5. V. Franjou, E. M. Friedlander, T. Pirashvili, and L. Schwartz, Rational representations, the Steenrod algebra and functor homology. S. M. F. Panoramas et Synthèses, 16. Paris, 2003.
6. V. R. Garsevanishvili and Z. R. Menteshashvili, Relativistic nuclear physics in the light front formalism. Nova Science Publishers Inc., New York, 1993.
7. I. Genebashvili, A. Gogatishvili, V. Kokilashvili, and M. Krbec, Weight theory for integral transforms on spaces of homogeneous type. Pitman Monographs and Survays in Pure and Appl. Math., Addison Wesley Longman, 1998.
8. V. Gogokhia and G.G. Barnafoldi, The Mass Gap and its Applications, World Scientific, 2012.
9. H. Inassaridze, Algebraic K-theory. Kluwer Academic Publishers, Amsterdam, 1995.
10. H. Inassaridze, Non-abelian homological algebra and its applications. Kluwer Academic Publishers, Amsterdam, 1997.
11. D. Kapanadze and B.-W. Schulze, Crack theory and edge singularities. Mathematics and its Applications, 561. Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 2003, 485 pp.
12. A. Kharazishvili, Transformation Groups and Invariant Measures, World Scientific Publ. Co., London-Singapore, 1998.
13. A. Kharazishvili, Applications of Point Set Theory in Real Analysis, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998.
14. A. Kharazishvili, Geometric Aspects of Probability Theory and Mathematical Statistics, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000 (co-author V.V. Buldygin).
15. A. Kharazishvili, Nonmeasurable Sets and Functions, Elsevier, Amsterdam, 2004.
16. A. Kharazishvili, Strange Functions in Real Analysis, 2nd edition, Chapman and Hall/CRC, 2006.
17. A. Kharazishvili, Set-Theoretical Aspects of Real Analysis, Chapman and Hall/CRC, 2014.
18. A. B. Kharazishvili, Strange functions in real analysis (Second edition). Pure and Applied Mathematics (Boca Raton), 272. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2006.
19. A. Kharazishvili, Topics in Measure Theory and Real Analysis. Atlantis Press & World Scientific Publ. Co., Amsterdam-Paris, 2009, 470 pp.
20. I. Kiguradze, Boundary value problems for systems of linear ordinary differential equations. (Czech) Masaryk University, Brno, 1997.
21. I. Kiguradze and T. Chanturia, Asymptotic properties of solutions of nonautonomous ordinary differential equations. (Russian) Nauka, Moscow, 1990.
22. I. Kiguradze and T. Chanturia, Asymptotic properties of solutions of nonautonomous ordinary differential equations. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Boston-London, 1992.
23. I. Kiguradze and B. Půza, Boundary value problems for systems of linear functional differential equations. Masaryk University, Brno, 2003, 108 pp.
24. I. Kiguradze and B. Shekhter, Singular boundary value problems for second order ordinary differential equations. J. Soviet Math. 43(1988), No. 2, 2340-2417.

25. V. Kokilashvili and M. Krbec, Weighted inequalities in Lorentz and Orlicz spaces. World Scientific, 1991.
26. V. Kokilashvili, A. Meskhi, and L. E. Persson, Weighted Norm Inequalities for Integral Transforms with Product Kernels, Nova Science Publishers, New York, 2009, 475 pp.
27. V. Kokilashvili and V. Paatashvili, Boundary Value Problems for Analytic and Harmonic functions in Nonstandard Banach Function Spaces, Nova Science Publishers, New-York, USA, 2012, 275 pp.
28. A. Lomtatidze and S. Mukhigulashvili, Some two-point boundary value problems for second order functional differential equations. Masaryk University, Brno, 2000, 72 pp.
29. A. Meskhi, Measure of Non-compactness for Integral Operators in Weighted Lebesgue Spaces. Nova Science Publishers, New York, 2009, 140 pp.
30. T. Toronjadze, Stochastic equations in the problems of semimartingale parameter estimation. Journal of Mathematical Sciences 132, Kluwer Academic/Consultants Bureau, New York, 2002, 1-240.

საქართველოში გამოცემული მონოგრაფიები და მიმოხილვები
1990 – 2013

1. G. Berikelashvili, Construction and analysis of difference schemes for some elliptic problems, and consistent estimates of the rate of convergence. Mem. Differential Equations Math. Phys. 38 (2006), 1-131.
2. T. Buchukuri, O. Chkadua, R. Duduchava, and D. Natroshvili, Interface crack problems for metallic-piezoelectric, Mem. Differential Equations Math. Phys. 55 (2012), 1-150. Free access: http://www.rmi.ge/jeomj/memoirs/vol55/contents.htm
3. R. Duduchava and B. Silbermann, Boundary value problems in domains with peaks. Mem. Differential Equations Math. Physics 21(2000), 1-121.
4. O. Dzagnidze, Some new results on the continuity and differentiability of functions of several real variables. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 134 (2004), 1-138.
5. A. Dzhishkariani, Approximate solution of one class of singular integral equations by means of projective and projective-iterative methods. Mem. Differential Equations Math. Phys. 34 (2005), 1-76.
6. M. Eliashvili, On the quantum fields and systems with ordered ground states. Mem. Differential Equations Math. Phys. 9(1996), 1- 170.
7. Sh. Gelashvili and I. Kiguradze, On multi-point boundary value problems for systems of functional differential and difference equations. Mem. Differential Equations Math. Phys. 5(1995), 1-113
8. K. Gvazava, On some class of quasilinear mixed type equations. (Russian) Tbilisi, Metsniereba, 1991.
9. K. Gvazava, Some class of hyperbolic and mixed type equations. (Georgian) Proc. Razmadze Math. Inst. 108(1992), 1-176.
10. G. Jorjadze, Hamiltonian reduction and quantization on symplectic manifolds. Mem. Differential Equations Math. Phys. 13(1998), 1-98.
11. T. Kadeishvili, A(μ)-algebra Structure in Cohomology and Rational Homotopy Type, Proc. of Tbil. Mat. Inst., v. 107, (1993), 1-94.
12. S. Kharibegashvili, Goursat and Darboux type problems for linear hyperbolic partial differential equations and systems. Mem. Differential Equations Math. Phys. 4(1995), 1-127.
13. S. Kharibegashvili, Some multidimensional problems for hyperbolic partial differential equations and systems. Mem. Differential Equations Math. Phys. 37 (2006), 1-136.
14. S. Kharibegashvili, Boundary value problems for some classes of nonlinear wave equations. Mem. Differential Equations Math. Phys. 46 (2009), 1-114.
15. G. Khimshiashvili, Signature formulae for topological invariants. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 125(2001). 1-120.

16. G. Khimshiashvili, Geometric aspects of Riemann-Hilbert problems. Mem. Differential Equations Math. Phys. 27 (2002), 1-114.
17. G. Khuskivadze, V. Kokilashvili, and V. Paatashvili, Boundary value problems for analytic and harmonic functions in domains with nonsmooth boundaries. Applications to conformal mappings. Mem. Differential Equations Math. Phys. 14(1998), 1-195.
18. I. Kiguradze, Initial and boundary value problems for systems of ordinary differential equations. I. (Russian) Metsniereba, Tbilisi, 1997.
19. R. Koplatadze, On oscillatory properties of solutions of functional differential equations. Mem. Differential Equations Math. Phys. 3(1994), 1-179.
20. A. Kirtadze, Some aspects of dynamical and quasidynamical systems (in Georgian), Publishing House of Georgian Technical University, 2006, Tbilisi, 270 p. (in Georgian)

S. Saneblidze, Perturbation and obstruction theories in fibre spaces. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 111(1994), 1-106.

ინსტიტუტის თანამშრომელთა მიერ 2013 წელს გამოქვეყნებულ სამეცნიერო ნაშრომთა სია

(*-iT aRniSnulia impaqt-faqtorian JurnalebSi gamoqveynebuli naSromebi)

1. R. Akgün and **V. Kokilashvili,** Some notes on trigonometric approximation of (α, ψ) differentiable function in weighted variable exponent Lebesgue spaces. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **161** (2013), 15-24.
2. **M. Ashordia**, On a two-point singular boundary value problem for systems of nonlinear generalized ordinary differential equations. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **58** (2013), 111-123.
3. **M. Ashordia**, On conditions for the well-posedness of a nonlocal boundary value problem for a class of systems of linear generalized ordinary differential equations with singularities. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **59** (2013), 105-112.
4. **M. Ashordia**, G. Ekhvaia and N. Kekelia, On the Conti-Opial type existence and uniqueness theorems for general nonlinear boundary value problems for systems of impulsive equations with finite and fixed points of impulses actions. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **58** (2013), 125-134.
5. P. Babilua, B. Dochviri, **O. Purtukhi**a and G. Sokhadze, On the optimal stopping of partially observable processes. *Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics* **27** (2013).
6. **M. Bakuradze*, Formal group laws by Buchstaber, Krichever and Nadiradze coincide, *Russ. Math. Surv. Turpion* **68** (2013), 571 (*Uspekhi Mat. Nauk* **68 (**2013) no. 3 (411)).
7. ***M. Bakuradze**, Computing the Krichever genus, *J. Homot. And Relat. Struct., Springer,* August 21, 2013, DOI 10.1007/s40062-013-0049-0
8. **M. Bakuradze**, Transferred characteristic classes and generalized cohomology rings *J. Math. Sci., Springer*, **189**, (2013), no. 1.
9. **M. Bakuradze** and **M. Jibladze,** Morava K-theory rings of groups $G_{38},...,G_{41}$ of order 32, *Journal of K-theory, Cambridge Univ. Press,* (2013), Published online Dec. 06, 2013, DOI: http://dx.doi.org/10.1017/is013011009jkt245
10. **M. Bakuradze** and **M. Jibladze**, Morava K-theory rings of groups G38,...,G41 of order 32. *K-Theory,* Published online Dec. 06, 2013,
DOI: http://dx.doi.org/10.1017/is013011009jkt245
11. A. Baltag, **N. Bezhanishvili**, A. Ozgun and S. Smets, The topology of belief, belief revision and defeasible knowledge. *Logic, Rationality, and Interaction, 4th International Workshop, LORI 2013, Hangzhou, China, October 9-12, 2013, Proceedings, Lecture Notes in Computer Science*, Volume 8196, 2013, pp 27-40.
12. **R. Bantsuri** and **G. Kapanadze**, The problem of finding a full-strength cxontour inside the poligon. *Proc. A. Razmadze math. Inst.* **163** (2013), 1-7.
13. ***R. Bantsuri** and **N. Shavlakadze**, The boundary-contact problems electroelasticity for piezo-electric plate with inclusion and half space with cut. *Prikl. Mat. i Mekh.* **77** (2013), no. 6, 862-871.
14. *L.Battarra, **G.Lavrelashvili** and J.-L.Lehners, Zoology of instanton solutions in flat potential barriers*, Phys. Rev. D* **88** (2013), 104012.
15. *L. Beklemishev and **D. Gabelaia,** Topological completeness of the provability logic GLP. *Annals of Pure and Applied Logic* **164** (2013), 1201-1223.
DOI: 10.1016/j.apal.2013.06.008
16. M. Beriashvili and **A. Kirtadze**, Non-separable extensions of invariant Borel measures and measurability properties of real-valued functions, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 111-115.
17. **G. Berikelashvili**, On a weak solution of one nonlocal boundary-value problem. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 116-120.
18. ***G. Berikelashvili** and N. Khomeriki, On a numerical solution of one nonlocal boundary-value problem with mixed Dirichlet-Neumann conditions. *Lith. Math. J.* **53** (2013), No. 4, 367-380.
19. ***G. Berikelashvili** and M.Mirianashvili, On the convergence of difference schemes for generalized Benjamin-Bona-Mahony equation. *Numer. Methods Partial Differ. Equations*, 2013; DOI: 10.1002/num.21810.
20. G. Bezhanishvili, **N. Bezhanishvili** and J. Harding, Modal Operators on Compact Regular Frames and de Vries Algebras, *Applied Categotical Sttructures,* 10.1007/s10485-013-9332-9.

21. G. Bezhanishvili, **D. Gabelaia** and **M. Jibladze,** Funayama's theorem revisited, *Algebra Universalis*, November 2013, **70**, Issue 3, 271-286.
22. **T. Buchukuri, R. Duduchava, D. Kapanadze** and M. Tsaava, Localization of a Helmholtz boundary value problem in a domain with piecewise-smooth boundary, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 37-44.
23. *J. M. Casas, **T. Datuashvili** and M. Ladra, Actor of a Lie-Leibniz algebra, *Comm. Algebra* **41**(4) (2013), 1-18 (DOI 10.1080/0092. 7872.2011.644608).
24. L. Castro and **D. Kapanadze**, Wave diffraction by a half-plane with an obstacle perpendicular to the boundary, *J. Differential Equations*, *Elsevier*, **254** (2013).
25. L. Castro and **D. Kapanadze**, The mixed boundary value problems of Diffraction by a half-plane with a screen/ crack perpendicular to the boundary, Proc. A. Razmadze Math. Inst. **162** (2013), 121-126.
26. **O. Chkadua**, **R. Duduchava** and **D. Kapanadze,** Potential methods for anisotropic pseudo-Maxwell's equations in screen type problems. *Operator Theory: Advances and Applications, Birkhauser- Springer Basel*, **228** (2013), 37-94
27. ***O. Chkadua**, S.E. Mikhailov and D. Natroshvili, Localized Boundary-Domain Singular Integral Equations Based on Harmonic Parametrix for Divergence form Elliptic PDEs with Variable Matrix Coefficients. *Integral Equations and Operator Theory, Birkhauser- Springer Basel*, **76** (2013), No. 4.
28. ***O. Chkadua**, S.E. Mikhailov, D. Natroshvili, Analysis of Direct Segregated Boundary-Domain Integral Equations for Variable Coefficient Mixed BVPs in Exterior Domains. *Analysis and Applications, World Scientific Publishing Company*, **11** (2013), No. 4.
29. **O. Chkadua**, S.E. Mikhailov and D. Natroshvili, Localized Boundary-Domain Integral Equations Approach for Ro-bin type Problem for Second order Strongly Elliptic System with Variable Coefficients. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 45-58.
30. **O. Chkadua** and D. Natroshvili, Localized Boundary-Domain Integral Equations Approach for Dirichlet Problem of the Theory of Piezo-Elasticity for Inhomogeneous Solids. Mem. Differential Equations Math. Phys. **60** (2013), 73-109.
31. B. Dochviri, **O. Purtukhia**, G. Sokhadze and G. Tkemaladze, On the Stochastic Model of a Chemical Reaction. *Bull. Georgian Nat. Acad. Sci.* **7** (2013), no. 2, 92-96.
32. **R. Duduchava**, Mellin convolution operators in Bessel potential spaces with Admissible meromor ph-ic kernels. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **60** (2013), 135-177.
33. ***R. Duduchava**, N. Kvergelidze and M. Tsaava, Fredholm criteria for a singular integral operator on an open arc in weighted Lebesgue's and Hoelder's spaces, *Integral Equations and Operator Theory, Birkhauser- Springer Basel* **77** (2013) 39-56
34. ***R. Duduchava** and M. Tsaava, Mixed boundary value problems for the Helmholtz equation in arbit-rary 2D-sectors, *Georgian Math. J.* **20** (2013), No. 3, 439-468.
35. **O. Dzagnidze,** Representing summable functions of two variables by double exponential Fourier series, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 127-129.
36. **A. Elashvili**, V. Kac and E. Vinbegr, Cyclic Elements in Semisimple Lie Algebras. *Transformation Groups, Springer*, **18** (2013), 97-130
37. **M. Eliashvili** and **G. Tsitsishvili**, Algebraic aspects of the Hofstadter problem in grapheme, *J. Math. Sci.* (N.Y.) **193** (2013), no. 3.
38. **L. Ephremidze,** G. Janashia and E. Lagvilava, Matrix **s**pectral factorization and wavelets, *J. Math. Sci.* (N.Y.) **195** (2013), no. 4, 445-453, DOI: 10.1007/s10958-013-1589-x.
39. **A. Gachechiladze** and **R. Gachechiladze,** The boundary contact problem for hemitropic elastic solids whit friction arising along the normal, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **163** (2013), 39-57.
40. *V. Gerdt, S. Gogilidze, **A. Khvedelidze,** D. Mladenov and V. Sanadze, Entanglement of spins under a strong laser influence, *Physica Scripta T* **153** (2013), 014026 .
41. *V. Gerdt**, A. Khvedelidze** and Y. Palii**,** Describing orbit space of global unitary actions for mixed qudit states. *Записки научных семинаров Санкт-Петербургское отделение математического института им. В.А.Стеклова РАН*, **241** (2013).
42. *Y. Hama**, G. Tsitsishvili** and Z.F. Ezawa, Goldstone modes in bilayer quantum Hall systems at v=2, *Journal of Physics: Conference Series* **456** (2013), 012012.
43. *Y. Hama, **G. Tsitsishvili** and Z.F. Ezawa, Nambu-Goldstone modes and the Josephson supercurrent in the bilayer quantum Hall system, *Prog. Theor. Exp. Phys*, 2013.
44. *Y. Hama, **G. Tsitsishvili** and Z.F. Ezawa, Spin supercurrent in the canted antiferromagnetic phase, *Phys. Rev. B* **87** (2013), 104516.
45. *T. Inagaki, D. Kimura, H. Kohyama and **A. Kvinikhidze,** Regularization independent analysis in Nambu-Jona-Lasinio model, *Internat. J. Modern Physics A* **28**, 31 (2013), 1350164-1.

46. **N. Inassaridze**, T. Kandelaki and M. Ladra, Categorical interpretations of some key agreement protocols, *J. Math. Sci.* **195** (4) (2013), 439-444.
47. **O. Jokhadze**, The global Cauchy problem for wave equations with nonlinear damping term. (Russian) *Differentsial'nye Uravneniya* **49** (2013), No. 12, 1-8; English transl.: *Differ. Equations* **49** (2013), No. 12, 1-8.
48. **O. Jokhadze** and **S. Kharibegashvili**, The Cauchy-Darboux problem for the one-dimensional wave equation with power nonlinearity. *Siberian Math. J.* **54** (2013), No. 6, 1121-1137.
49. **O. Jokhadze** and **S. Kharibegashvili**, The Cauchy-Goursat problem for the wave equations with nonlinear dissipative term. (Russian). *Mat. Zametki* **94** (2013), No. 6, 889-907.
50. **O. Jokhadze** and **S. Kharibegashvili**, Вторая задача Дарбу для волнового уравнения со степенной нелинейностью". (Russian) *Differentsial'nye Uravneniya* **49** (2013), No. 12, 1623-1640.
51. ***G. Jorjadze**, Ch. Kalousios, Z. Kepuladze, Quantization of AdS × S particle in static gauge, *Class. Quant. Grav.* **30** (2013), 025015.
52. **T. Kadeishvili**, Homotopy gerstenhaber algebras: examples and applications, *J. Math. Sci. (N. Y.)* **195** (2013), no. 4, 455-459.
53. **A. Kharazishvili**, Some unsolved problems in measure theory, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 59-77.
54. ***A. Kharazishvili,** Sums of absolutely nonmeasurable functions, *Georgian Math. J.* **20** (2013), no. 2, 271-282.
55. ***A. Kharazishvili,** Measurability properties of well-orderings, *Georgian Math. J.* **20** (2013), no. 3, 533-545.
56. **A. Kharazishvili,** Additive properties of certain classes of pathological functions, *Real Analysis Exchange* **38** (2013), no. 2, 477-488.
57. **A. Kharazishvili,** On some pathological homomorphisms of uncountable commutative groups, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 136-140.
58. ***A. Kharazishvili,** On absolutely nonmeasurable homomorphisms of commutative groups, *Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica* **50** (2013), no. 3, 287-295.
59. **S. Kharibegashvili**, The Cauchy-Goursat multidimensional problem for one class of nonlinear hyperbolic systems. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 141-143.
60. **S. Kharibegashvili** and B. Midodashvili, On the solvability of one boundary value problem for one class of semilinear second order hyperbolic systems. *J. Math. Anal. Appl.* **400** (2013), 345-362.
61. **S. Kharibegashvili** and B. Midodashvili, One multidimensional version of the Darboux first problem for one class of semilinear second order hyperbolic systems. *NoDEA Nonlinear Differ. Equ. Appl.* **20** (2013), No. 3, 595-619.
62. **S. Kharibegashvili** and D. Natroshvili, Investigation of hyperbolic systems with order degeneration arising in I. Vekua's hierarchical models. *Appl. Anal.* **92** (2013), No. 12, 2520-2537.
63. **E. Khmaladze**, On non-abelian Leibniz cohomology, *J. Math. Sci. (N.Y.)* **195** (2013), no. 4, 481-485.
64. **I. Kiguradze**, On nonlocal problems with nonlinear boundary conditions for singular ordinary differential equations. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **59** (2013), 113-119.
65. **I. Kiguradze**, The Cauchy problem for singular in phase variables nonlinear ordinary differential equations. *Georgian Math. J.* **20** (2013), No. 4, 707-720.
66. ***V. Kokilashvili** and **A. Meskhi**, Potentials with product kernels in grand Lebesgue spaces. One weighted criteria. *Lithuanian Math. J.* **53** (2013), No. 1, 27-39.
67. **V. Kokilashvili** and **A. Meskhi**, Integral operators in grand variable Lebesgue spaces, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 144-150.
68. ***V. Kokilashvili, A. Meskhi** and H. Rafeiro, Boundedness of commutators of singular and potential operators in generalized grand Morrey spaces and some applications, *Studia Math.* **217** (2013), No. 2, 159-178.
69. ***V. Kokilashvili, A. Meskhi** and H. Rafeiro, Riesz type potential operators in generalized grand Morrey spaces. *Georgian Math. J.* **20** (2013), no. 1, DOI 10.1515/gmj-2-13-0209.
70. ***V. Kokilashvili, A. Meskhi** and H. Rafeiro, Estimates for nondivergence elliptic equations with VMO coefficients in generalized grand Morrey spaces, *Complex Variables and Elliptic Equations,* DOI,1080/17 476933, 2013, 831844, 1-17.
71. ***V. Kokilashvili, A. Meskhi** and M. Sarwar, Two-weight norm estimates for maximal and Calderón-Zygmund operators in variable exponent Lebesgue spaces. *Georgian Math. J.* **20** (2013), No. 3, 547-572.
72. ***V. Kokilashvili, A. Meskhi** and M. A. Zaighum, Positive kernel operators in $L^{p(x)}$ spaces. *Positivity,* DOI 10.1007/s 11117-013-0225-9, 2013.

73. *V. Kokilashvili, A. Meskhi and M. A. Zaighum, Criteria for the boundedness and compactness of kernel operators in variable exponent amalgam spaces, *J. Inequalities Appl.* **2013***,* 2013:173, 1-27*;* DOI 10.1186/1029-242X-2013-173, 2013.
74. ***V. Kokilashvili** and I. Nanobashvili, Boundedness criteria for the majorants of the Cesáro summation means in weighted variable exponent Lebesgue spaces. *Georgian Math. J.* **20** (2013), No. 4, 721–727.
75. **V. Kokilashvili** and **V. Paatashvili**, The Riemann and Dirichlet problem with data from grand Lebesgue spaces, *Advances in Harmonic Analysis and Operator Theory, Operator Theory: Advances and Applications* **229** (2013), 233-251.
76. **V. Kokilashvili** and S. Samko, A note on generalized Cauchy singular integrals in weighted variable Lebesgue spaces. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 79-84.
77. **S. Kukujanov**, Thermostability of pretvisted shells of revolution, close by their form to cylindrical ones, with an elastic filler. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 85-92.
78. *V. Lomadze, A note on Ehrenpreis' fundamental principle, *Linear Algebra Appl., Elsevier,* **438** (2013), 2083-2089
79. **V. Lomadze**, Duality in the behavioral systems theory, *Automatica, Elsevier*, **49** (2013), 1510-1514
80. **V. Lomadze**, PBH test for multivariate LTID systems, *Automatica, Elsevier*, **49** (2013), 2933-2937
81. **V. Lomadze**, Reduced polynomial matrices in several variables, *SIAM J. Control Optim., Philadelphia*, **51** (2013), 3258-3273
82. **M. Mania** and B. Chikvinidze, New proofs of some results on BMO martingales using BSDEs, to appear in *Journal of Theoretical Probability*, Published online in October 2013, DOI: 10.1007/s10959-013-0524-x .
83. **B. Mesablishvili**, On Rational Pairings of Functors, *Applied Categorical Structures* **21** (3) (2013), 249-290.
84. **B. Mesablishvili**, Pure Morphisms Are Effective for Modules, *Applied Categorical Structures* **21** (6) (2013), 801-809.
85. **A. Meskhi** and G. Murtaza, Weight characterization of the boundedness for the Riemann-Liouville discrete transform, *J. Prime Res. Math.* **9** (2013), 57-70.
86. S. Mukhigulashvili and **N. Partsvania**, On one estimate for solutions of two-point boundary value problems for higher-order strongly singular linear differential equations. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **58** (2013), 65-77.
87. ***V. Paatashvili,** On the factorization of bounded measurable in the class of Cauchy type integrals with density from $L^{p(\cdot)}(\Gamma;\omega)$, *Georgian Math. J.* **20** (2013), No.4,753-774.
88. **V. Paatashvili,** On the Riemann problem with measurable coefficients in the class of Cauchy type integrals with density in $L^{p(\cdot)}(\Gamma)$. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 151-155.
89. **V. Paatashvili,** Variable exponent Smirnov classes of generalized analytic functions, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **163** (2013), 93-110.
90. **N. Partsvania**, On two-point boundary value problems for two-dimensional nonlinear differential systems with strong singularities. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **58** (2013), 147-152.
91. **N. Partsvania**, On a nonlocal boundary value problem for two-dimensional nonlinear singular differential systems. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **59** (2013), 121-125.
92. **O. Purtukhia**, Sobolev and Logarithmic Sobolev Type Inequalities, *Applied Mathematics, Informatics and Mechanics, AMIM* **17** (2013), No.2, 26-39.
93. **N. Shavlakadze**, The approximate solution of contact problems for Anisotropic plate. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **163** (2013), 123-133.
94. **L. Shapakidze**, On some sufficient stability conditions of nonizothermal flow between two porous concentric cylinders. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **162** (2013), 155-159.
95. **T. Shervashidze** and V. Gupta, Upper Bounds for Bernstein Basis Functions, Prokhorov and Contemporary Probability Theory, In Honor of Yuri V. Prokhorov, Springer *Proceedings in Mathematics and Statistics*, **33** (2013), 293-303.
96. **T. Toronjadze**, R. Tevzadze and T. Uzunashvili, Robust utility maximization for a diffusion market model with misspecified coefficients, *Finance and Stochastics* **17** (2013), 535–563.