ივ. ჯავახიშვილი სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი

VI ვორქშოპი დისკრეტულ მათემატიკაში

თბილისი

2021

შესავალი

1. **ა. ხარაზიშვილი.** აბსოლუტური ნულზომის მქონე მაზურკევიჩის სიმრავლეების შესახებ

2. **ა. კირთაძე.** მასიური გრაფიკის მქონე ფუნქციები და ზომის გაგრძელების ამოცანა

3. **თ. ტეტუნაშვილი.** ევკლიდური სიბრტყის ამოზნექილ ქვესიმრავლეთა ზოგიერთი დამოუკიდებელი ოჯახის შესახებ

4. **მ. ბერიაშვილი.** მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლეების ზოგიერთი თვისების შესახებ

5. **შ. ბერიაშვილი,** ზოგიერთი ცნობილი გეომეტრიული უტოლობის განზოგადება

6. **მ. ხაჩიძე.** თითქმის ინვარიანტული სიმრავლეების შესახებ

7. **ლ. ბერაია.** რიცხვით ღერძთან დაკავშირებული ზოგიერთი სიმრავლურ-თეორიული ასპექტი

8. **ჯ. ოდიშელიძე,** ვიტალის სისტემები და სიმკვრივის წერტილები

აბსოლუტური ნულზომის მქონე მაზურკევიჩის სიმრავლეების შესახებ

On Mazurkiewicz sets of universal measure zero

ა. ხარაზიშვილი
ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი
Email: kharaz2@yahoo.com

მარტინის აქსიომის (MA) გამოყენებით დამტკიცებულია, რომ ევკლიდურ სიბრტყეში არსებობს მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლე, რომელიც აბსოლუტურად ნულზომადია. ნაჩვენებია, რომ ასეთი სიმრავლის არსებობა ვერ დამტკიცდება ZFC თეორიის ფარგლებში. აგრეთვე დადგენილია შემდეგი ორი ფაქტი:

(1) ZFC თეორიაში არსებობს ტოტალურად არასრულყოფილი მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლე;

(2) თუ ZF & DC თეორიაში არსებობს ტოტალურად არასრულყოფილი მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლე, მაშინ იმავე თეორიაში არსებობს რიცხვითი ღერძის ლებეგის აზრით არაზომადი ქვესიმრავლე.

This work was supported by Shota Rustaveli National Science Foundation of Georgia (SRNSFG), Grant FR-18-6190.

მასიური გრაფიკის მქონე ფუნქციები და

ზომის გაგრძელების ამოცანა

Functions with thick graphs and the measure extension problem

ა. კირთაძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი

Email: kirtadze2@yahoo.com

a.kirtadze@gtu.ge

მასიური სიმრავლეები განსაკუთრებულ როლს თამაშობენ ინვარიანტული (კვაზი-ინვარიანტული) ზომების თეორიაში (იხ., მაგალითად, [1], [2]). ინვარიანტული (კვაზი-ინვარიანტული) ზომების გაგრძელების კონსტრუქციებში ხშირად განიხილება ისეთი ფუნქციები, რომელთა გრაფიკები წარმოადგენენ მასიურ სიმრავლეებს მოცემული ზომების ნამრავლის მიმართ. მოხსენება ეხება მასიური გრაფიკის მქონე ფუნქციების გამოყენებას ინვარიანტული (კვაზი-ინვარიანტული) ზომის გაგრძელების საკითხებში. კერძოდ, თითქმის სიურექციული ჰომომორფიზმების მეთოდით მოყვანილი იქნება არათვლად ჯგუფში არაატომური სიგმა-სასრული მარცხნიდან ინვარიანტული (მარცხნიდან კვაზი-ინვარიანტული) ზომის გაგრძელება.

This work was supported by Shota Rustaveli National Science Foundation of Georgia (SRNSFG), Grant FR-18-6190.

გამოყენებული ლიტერატურა:

[1] A. Kharazishvili, Invariant Extensions of the Lebesgue Measure, Tbilisi, 1983 (Russian).

[2] A. Kirtadze, N. Rusiashvili, On some methods of extending invariant and quasi-invariant measures, Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, 172(2018), 58-63.

ევკლიდური სიბრტყის ამოზნექილ ქვესიმრავლეთა

ზოგიერთი დამოუკიდებელი ოჯახის შესახებ

თენგიზ ტეტუნაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

Email: ten21go@hotmail.comb

მოხსენებაში განხილულია თეორემები, რომლებიც უკავშირდება ევკლიდური სიბრტყის ამოზნექილ ქვესიმრავლეთა სხვადასხვა სიმძლავრის მქონე დამოუკიდებელი ოჯახების არსებობას. მათ შორის, ისეთი დამოუკიდებელი ოჯახების არსებობას, რომელთა წევრები არიან ამოზნექილი მრავალკუთხედები და ასევე, ამოზნექილი კვაზი-მრავალკუთხედები. მოყვანილია დებულებები ევკლიდური სიბრტყის ამოზნექილი კომპაქტური ქვესიმრავლეების სასრული დამოუკიდებელი ოჯახების კონსტიტუენტების სტრუქტურის შესახებ.

მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლეების ზოგიერთი თვისების შესახებ

მარიამ ბერიაშვილი
ი. ვეკუას გამოყენებითი მათემატიკის ინსტიტუტი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
E-mail: mariam_beriashvili@yahoo.com

1914 წელს მაზურკევიჩის მიერ ტრანსიფინიტური კონსტრუქციაზე დაყრდნობით, აგებული იქნა წერტილოვანი სიმრავლე, რომელსაც მაზურკევიჩის სიმრავლეს უწოდებენ და ზომის თეორიის თვალსაზრისით უცნაური თვისებების მქონე ობიექტს წარმოადგენს.

მაზურკიევიჩის ტიპის სიმრავლეების შესახებ, კარგად არის ცნობილი შემდეგი ფაქტები:

- თუ მაზურკევიჩის სიმრავლე ანალიზური სიმრავლეა R^2 -ში, მაშინ ის იქნება ბორელის სიმრავლე R^2 -ში;
- არსებობს მაზურკევიჩის სიმრავლე, რომელიც არის ლებეგის აზრით ნულზომის სიმრავლე და არის პირველი კატეგორიის სიმრავლე;
- არსებობს მაზურკევიჩის სიმრავლე, რომელიც არის არაზომადი ლებეგის აზრით და არ ფლობს ბერის თვისებას.

წარმოდგენილ პროექტში განვიხილავთ მაზურკევიჩის ტიპის სიმრავლეების ზომადობის თვისებებს ყველა არანულოვანი სიგმა-სასრული ინვარინტული ზომათა კლასის მიმართ R^2 -ში.

კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით, გრანტი YS-21-1667.

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. Chad, B., Knight, R., and Suabedissen, R., Set theoretic constructions of two-point sets, Fund. Math. 203 (2009), pp. 179-189.
2. “Two point sets with additional properties” Szymon Głąb, Robert Rałowski, Szymon Żeberski, Czechoslovak Mathematical Journal volume 63, pages1019–1037(2013)
3. A. Kharazishvili, “Measurability Properties of Mazurkiewicz Sets” Bulletin of TICMIVol. 20, No. 2, (2016), 44–46

თითქმის ინვარიანტული სიმრავლეების შესახებ

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი,

მათემატიკის დეპარტამენტი

მარიკა ხაჩიძე

Email: m.khachidze1995@gmail.com

თითქმის ინვარიანტულ სიმრავლეებს გააჩნიათ მნიშვნელოვანი გამოყენებები მათემატიკის სხვადასხვა დარგში, კერძოდ, ინვარიანტულ და კვაზიინვარიანტულ ზომათა თეორიაში, უსასრულო კომბინატორულ ანალიზში და სხვ. მოხსენებაში მოყვანილია უსასრულო საბაზისო სიმრავლეში თითქმის ინვარიანტული ქვესიმრავლის ცნება სიმრავლურ-თეორიული, ტოპოლოგიური და ზომის თეორიის თვალსაზრისით. ნაჩვენებია ამ განსაზღვრებების ლოგიკური დამოუკიდებლობა. აგრეთვე, განხილულია თითქმის ინვარიანტული სიმრავლეების ზოგიერთი გამოყენება ინვარიანტული ზომების თეორიაში.

გამოყენებული ლიტერატურა:

[1] A.B. Kharazishvili, On Some Applications of Almost Invariant Sets,Bulletin of TICMI, Vol. 23, No. 2, 2019, 115–12.

[2] M. Khachidze, **A. Kirtadze,** On one example of application of almost invariant sets, Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Volume 32, 2018.

Acknowledgement: This work was supported by Shota Rustaveli National Science Foundation of Georgia (SRNSFG), Grant FR-18-6190.

ზოგიერთი ცნობილი გეომეტრიული

უტოლობის განზოგადება

შალვა ბერიაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

Email: shalva_89@yahoo.com

უტოლობა, როგორც ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი მათემატიკური ფორმულა, უდიდეს როლს თამაშობს მათემატიკის სხვადასხვა დისციპლინებში. კერძოდ, გეომეტრიაში უტოლობები უკავშირდება ისეთ ბუნებრივ გეომეტრიულ ობიექტებს როგორიცაა: მონაკვეთის სიგრძე, ფიგურის ფართობი, სხეულის მოცულობა, სტანდარტულ მონაკვეთებს სამკუთხედში და ტეტრაედრში და ა.შ..

1935 წელს პ. ერდოშის და ლ. მორდელის მიერ შემოთავაზებული იყო შემდეგი პრობლემა:

ვთქვათ, მოცემულია ABC სამკუთხედი და მისი რაიმე შიგა წერტილი P. მაშინ სამართლიანია უტოლობა $PA + PB + PC \geq 2(P_{AB} + P_{BC} + P_{AC})$, სადაც P_{AB}, P_{BC} და P_{AC} არის მანძილი P წერტილიდან შესაბამისად AB, BC და AC გვერდებამდე.

ეს პრობლემა 1937 წელს მორდელ-ბაროუს მიერ იქნა დამტკიცებული და მას მერე ცნობილია, როგორც ერდოშ-მორდელის უტოლობა.

მოხსენებაში განხილული იქნება ერდოშ-მორდელის უტოლობის განზოგადება R^2 სიბრტყეზე მდებარე მრავალკუთხედებისთვის და ასევე, R^3 სივრცეში მდებარე ტეტრაედრისთვის.

გამოყენებული ლიტერატურა:

[1] P. Erdos, Problem 3740, Amer. Monthly, v. 42, 1935, p. 396

[2] A. Kharazishvili, Elements of Combinatorial Geometry, Part 2, Georgian National Academy of Sciences, Tbilisi, 2020.

რიცხვით ღერძთან დაკავშირებული ზოგიერთი

სიმრავლურ-თეორიული ასპექტი

ლიკა ბერაია

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

Email: likaberaia444@gmail.com

მოხსენებაში მოყვანილია ჰილბერტის, ლებეგია და ლუზინის პრობლემები, რომლებიც უკავშირდებიან რიცხვითი ღერძის სიმრავლურ-თეორიულ ასპექტებს. აგრეთვე, განხილულია **ZF&DC** სიმრავლეთა თეორიაში სერპინსკის, შელახისა და სოლოვეის თეორემები.

გამოყენებული ლიტერატურა:

[1] A. Kharazishvili, Set-Theoretical Aspects of Real Analysis, Chapman & Hall, New York, 2015.

ვიტალის სისტემები და სიმკვრივის წერტილები

ჯუმბერ ოდიშელიძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

Email: odishelidzejumberi@gmail.com

მოხსენებაში მოყვანილია აუცილებელი და საკმარისი პირობა იმისათვის, რომ ზომადი სიმრავლის თითქმის ყველა წერტილი იყოს სიმკვრივის წერტილი ვიტალის სისტემის მიმართ. აგრეთვე, განხილულია რამდენიმე მაგალითი, რომელიც უკავშირდება ზემოთ მითითებულ საკითხს.

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. A. Kharazishvili, Topological Aspects of Measure Theory, Naukova Dumka, Kiev, 1984 (Russian).